This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

Google™ books

https://books.google.com

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Digitized by Google

Acad. 62 ≤ (-1879

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ACADEMIE D'ARCHEOLOGIE ANVERS

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

DE LILLE.

4e Série. — Tome VI.

IV, 6

PARIS,
Édouard PROUVEYRE,
Rue des Saints-Pères, N° 1.

LILLE,
L. QUARRÉ, LIBRAIRE,
64, Grand'Place.

1879.

P. L. 34.

Digitized by Google

Digitized by Google

IV, 6

Digitized by Google

Digitized by Google

Acad. 62e (IV, 6

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

DE LILLE.

Digitized by Google

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Digitized by Google

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DES SCIENCES

DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

DE LILLE

4e Série. — Tome VI.

PARIS,
Édouard PROUVEYRE,
Rue des Saints-Pères, No 1.

LILLE,
L. QUARRÉ, LIBRAIRE,
61, Grand'Place.

1879.

IV, 6

G

Digitized by Google

Digitized by Google

CONCILIATION

DU

VÉRITABLE DÉTERMINISME MÉCANIQUE

AVEC

L'EXISTENCE DE LA VIE ET DE LA LIBERTÉ MORALE,

PAR M. J. BOUSSINESQ,

Professeur à la Faculté des Sciences de Lille.

Digitized by Google

Digitized by Google

RAPPORT DE M. PAUL JANET

A L'ACADÉMIE DES SCIENCES MORALES ET POLITIQUES,

SUR

UN MÉMOIRE DE M. BOUSSINESQ,

INTITULÉ

CONCILIATION DU VÉRITABLE DÉTERMINISME MÉCANIQUE

AVEC L'EXISTENCE DE LA VIE ET DE LA LIBERTÉ MORALE. (1)

M. Boussinesq, professeur à la Faculté des sciences de Lille, a adressé à l'Académie un mémoire manuscrit intitulé : *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale.* Ce mémoire étant d'une nature toute spéciale et toute technique, M. le Secrétaire perpétuel a bien voulu me demander d'en faire l'analyse, et d'en dégager l'idée principale, ainsi que tout ce qui peut intéresser la philosophie et la morale. Tel est l'objet du rapport que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie.

Si je disais que l'auteur de ce mémoire a voulu démontrer le libre arbitre par les mathématiques, je craindrais de jeter bien à tort une prévention défavorable sur un travail qui est d'une nature très-sérieuse, et n'a rien de commun avec la métaphysique de fantaisie. S'il est généralement déraisonnable de vouloir démontrer par

(1) Ce rapport, lu à l'Académie des Sciences morales le 26 janvier 1878, a été inséré au t. IX (nouvelle série), p. 696 à 719, des *Comptes-Rendus* de cette Académie (N° de mai 1878); il y est suivi (p. 721 à 757) de la partie philosophique du mémoire même.

Digitized by Google

les sciences exactes les vérités morales, qui sont d'un tout autre ordre, il n'est pas déraisonnable, il est au contraire très-légitime de chercher à écarter par les mathématiques les objections et les difficultés qui peuvent naître des mathématiques elles-mêmes. Or, si l'on considère que la liberté humaine produit des mouvements dans le monde extérieur, et s'applique même immédiatement aux mouvements de notre propre corps; — puisque le type généralement présenté de l'acte libre est celui-ci : je veux mouvoir mon bras, et je le meus, — si l'on considère, d'un autre côté, que le mouvement est un phénomène soumis à des lois mathématiques, qui sont l'objet d'une science appelée mécanique, on comprendra que la liberté puisse se trouver en conflit avec les lois mathématiques du mouvement, et qu'il puisse naître de la mécanique des difficultés spéciales que la mécanique seule puisse lever. Tel est précisément l'objet du travail de M. Boussinesq. Nous n'avons pas besoin de dire que nous déclinons toute compétence quant aux théories mathématiques de l'auteur : elles relèvent du jugement des mathématiciens. Mais ce qui est intéressant pour nous est de nous demander, en supposant à ces théories l'exactitude que la haute situation scientifique de l'auteur nous autorise à leur accorder, quel secours la philosophie pourrait en tirer. Pour bien comprendre la question, il nous faut remonter plus haut.

Descartes, en fondant, comme il le dit lui-même, sa physique sur l'idée des perfections divines, était parti de cette pensée que Dieu étant immuable a dû mettre dans le monde quelque chose de son immutabilité, et il en avait conclu qu'il y a une quantité permanente dans l'univers, et que cette quantité est la *quantité de mouvement* : c'est-à-dire que la somme des mouvements qui sont dans l'univers est constante, qu'elle ne peut être ni augmentée ni diminuée; d'où il suit que la volonté humaine ne peut pas créer de mouvement; d'où il suivrait,

Digitized by Google

à ce qu'il semble, que la volonté ne pourrait pas mouvoir de corps, si Descartes ne corrigeait pas cette conséquence excessive en disant, sinon textuellement, au moins en fait, que la volonté, sans avoir la puissance de créer le mouvement, a la puissance de le diriger. Diriger le mouvement, ce n'est pas la même chose que le produire ; ce n'est que le déplacer, c'est en détruire une portion, de telle sorte que le mouvement se reproduise ailleurs, et que la somme reste constante. L'action de la volonté sur le corps et la possibilité des mouvements volontaires étaient donc sauvegardées.

Mais bientôt Leibniz (1), en modifiant la formule de Descartes, et en creusant plus avant le principe de la conservation d'une certaine quantité dans l'univers, avait dû écarter la distinction précédente entre la production et la direction du mouvement. Oui, disait-il, il y a une quantité constante dans l'univers : mais cette quantité n'est pas la quantité de mouvement ; c'est la quantité de force. Tout mouvement résulte d'une force, et l'homme ne peut pas plus produire de force que produire de mouvement. La quantité de force dans l'univers ne peut être ni augmentée, ni diminuée, d'où il suit que l'homme ne peut pas plus diriger le mouvement que le créer. Car, diriger le mouvement, c'est détourner un mouvement donné d'une direction antérieure ; mais, en vertu des lois de l'inertie, le corps ne peut être détourné de sa direction que par une cause : donc, il faut une nouvelle force pour détourner le sens du mouvement, pour le diriger. Que l'on ne dise pas : cette force qui dirigera le mouvement, c'est celle de l'âme elle-même. Non ; car il ne s'agit pas ici de la force au sens métaphysique et intellectuel, il s'agit d'une force mécanique, évaluable au dynamomètre ; ou, si l'on aime mieux considérer le *travail* de la force que la force elle-même, comme les phy-

(1) Voir *Theodicée*, I, 64.

Digitized by Google

siciens font souvent aujourd'hui, il s'agit de la quantité mathématique représentée par la formule $\frac{1}{2} M V^2$.

Nul effet sans travail, tel est l'axiome de la mécanique : c'est cette quantité constante qu'il faut toujours retrouver, sous une forme ou sous une autre, dans toutes les transformations de mouvement. Or, l'âme ne pourrait être considérée comme force qu'à la condition d'être un agent mécanique, d'entrer dans l'engrenage des forces physiques, de n'être elle-même qu'un moment de la transformation universelle de la force dynamique de la nature : c'est cela même que prétend le déterminisme. Quant à savoir si l'âme peut agir autrement, là est précisément la question.

La doctrine de la conservation de la force, établie théoriquement par Leibniz, démontrée mathématiquement par Huygens, est devenue, de nos jours, une vérité expérimentale de premier ordre, par suite de la découverte de la théorie mécanique de la chaleur. Il a été démontré par l'expérience, et toute une science nouvelle s'en est suivie, que « la quantité du travail détruit dans une machine correspond constamment à une quantité de chaleur produite », en d'autres termes, d'une manière plus générale « que les frottements, le choc, en un mot ce que l'on appelle les résistances passives, qui consomment en pure perte, dans les machines, une portion notable du travail moteur, engendrent de la chaleur (1). » La chaleur prend donc la place du mouvement; bien plus, elle est elle-même un mouvement, et elle est soumise aux lois de la mécanique. Grâce à elle, toute une portion de la force mécanique de l'univers, que l'on pouvait croire dissipée et perdue, puisqu'elle ne se retrouvait pas en mouvement visible, se retrouve maintenant en mouvements insensibles qui n'agissent sur nos sens qu'en tant que chaleur : le grand principe de la persis-

(1) D'Almeida et Boutan, *Traité de Physique* (1867), t. I, liv. II, chap. IV

Digitized by Google

tance de la force était donc merveilleusement confirmé. D'un autre côté, Lavoisier avait démontré, en fondant la chimie moderne, que, dans toutes les transformations des corps, la quantité de masse ou de matière reste toujours la même. Ainsi, même quantité de matière, même quantité de force, telle est la double loi fondamentale qui régit l'univers. Le fameux *nihil ex nihilo* n'était plus un axiome métaphysique : il devenait une vérité palpable, accablante, de la science et de l'industrie, fondement de toutes les inductions et de toutes les opérations que nous formons sur la nature.

Ainsi l'univers forme une vaste machine, dont toutes les opérations sont soumises à la mécanique, dont les mouvements sont déterminés par les mouvements antérieurs : tous, même les mouvements appelés volontaires, sont écrits d'avance d'une manière infaillible, à ce qu'il semble, dans les premiers mouvements qu'a reçus la matière à son origine. Dans ce vaste engrenage, soumis à une fatalité inflexible, que devient la volonté humaine?

Il semble que nous soyons réduits à ce dilemme : ou la volonté est absolument impuissante, ou elle ne peut agir qu'en faisant partie elle-même du système, c'est-à-dire à titre de force mécanique, aveugle et fatale : mais alors c'en est fait de la liberté humaine.

Il y avait cependant une issue, que Leibniz avait aperçue avec une profonde sagacité. Là est l'origine d'une théorie qui a passé pour absolument chimérique, parce qu'on ne faisait pas assez d'attention aux motifs profonds qui l'avaient suggérée ; c'ost la doctrine de *l'harmonie préétablie* (1). Que l'âme ne puisse ni produire le mouvement ni le diriger, c'est ce qui paraît résulter

(1) On a cru généralement que l'hypothèse de l'harmonie préétablie n'avait que des raisons métaphysiques ; mais sa véritable origine est celle que nous venons d'indiquer, comme on le voit par ce passage de la *Monadologie* : « Descartes a reconnu que les âmes ne peuvent donner de la force aux corps, parce qu'il y a toujours la même quantité

Digitized by Google

des considérations précédentes ; mais s'il n'y a pas d'action directe, il peut y avoir au moins correspondance. Pourquoi la cause première n'aurait-elle pas calculé la série des mouvements de l'univers, de telle façon qu'à un moment donné, tel mouvement correspondît à telle volition, et réciproquement ? Pourquoi n'aurait-elle pas disposé dans les âmes une loi interne de développement, telle qu'à tels mouvements extérieurs correspondraient d'une manière constante telles et telles sensations ? L'acte volontaire serait tout interne, et n'aurait besoin d'aucune force mécanique pour agir au dehors. Ce seraient les lois de la mécanique elles-mêmes qui auraient été prédéterminées pour servir à nos volontés. Dans cette hypothèse, l'absolu mécanisme ne serait pas en contradiction avec la volonté libre. Il est vrai que, dans Leibniz, l'hypothèse de l'harmonie préétablie ne sauvait pas la liberté, parce qu'il admettait encore un déterminisme interne dans les âmes, en outre du déterminisme externe ; mais c'est un ordre d'idées dont nous n'avons pas ici à nous occuper.

Ainsi l'harmonie préétablie peut affranchir la liberté des liens de la mécanique ; cela est très-soutenable : mais à quel prix ! au prix des affirmations les plus exorbitantes, et en conséquence les plus étranges. D'abord cette hypothèse contredit non-seulement le sens commun, mais encore le sens intime, qui semble bien nous attester de la manière la plus éclatante une action directe de la volonté sur nos organes. De plus, s'il est vrai, comme l'a dit Leibniz, que tout se passe dans les âmes comme s'il n'y avait pas de corps, et que tout se passe dans les corps comme s'il n'y avait pas d'âmes, ne

de force dans la matière. Cependant, il a cru que l'âme pouvait changer la direction des corps. Mais c'est parce qu'on n'a point su, de son temps, la loi de la nature, qui porte encore la conservation de la même direction totale dans la matière. *S'il l'avait remarqué, il serait tombé dans mon système de l'harmonie préétablie.* » (*Monadologie*, 80.)

Digitized by Google

s'ensuit-il pas que tout l'univers des corps pourrait être soudainement détruit sans que nous nous en aperçevions. Ainsi, qu'il plaise à Dieu d'anéantir le monde sauf une seule monade, cette monade persisterait à elle toute seule à représenter l'univers tout entier? Mais alors à quoi bon un univers? Et pourquoi supposer qu'il existe autre chose que cette monade unique? Réciproquement, qu'il plaise à Dieu d'anéantir les âmes en laissant subsister les corps, le cours de l'histoire n'en resterait pas moins tel qu'il doit être; et pour un observateur extérieur rien n'aurait changé. Voyez-vous ces révolutions, ces guerres, ces grandes entreprises politiques, ces luttes parlementaires, ces grands discours éloquents, voire même ces séances académiques et ces lectures publiques, tout cela accompli par des corps sans âme, par des automates sans vie et sans pensée! Une telle division du monde en deux portions si indépendantes l'une de l'autre, si séparées, si étrangères l'une à l'autre qu'elles ne peuvent pas s'assurer de leur existence respective, une telle hypothèse, qui ressemble à un somnambulisme universel, est-elle bien préférable au fatalisme lui-même? et est-ce une garantie bien solide pour la morale que de la faire reposer sur les conceptions les plus extraordinaires de l'esprit humain ?

Je ne rappellerai pas, pour ne pas trop étendre ces considérations préliminaires, les autres essais de conciliation qui ont été proposés par les métaphysiciens, et par exemple, la profonde distinction de Kant entre les phénomènes et les noumènes, les premiers seuls soumis au mécanisme, les seconds se confondant pour Kant avec les êtres libres eux-mêmes; le monde mécanique n'étant que l'apparence, la liberté étant le fond; le premier, produit par notre sensibilité et notre imagination, la seconde étant notre être même, notre essence même. Mais, laissant de côté les hypothèses métaphysiques, demandons-nous si, du côté de la science elle-même, du

Digitized by Google

côté de la mécanique, il n'y a pas lieu d'entrevoir a possibilité d'une conciliation.

Un géomètre philosophe, que la science a perdu récemment, M. Cournot, avait émis une pensée importante, et qui aurait pu servir de point de départ au travail que nous avons sous les yeux. Il avait fait remarquer que l'homme peut, par son intelligence, en améliorant et en combinant de mieux en mieux les rouages d'une machine, atténuer indéfiniment la part de travail physique que l'ouvrier directeur de cette machine doit exécuter pour *la mettre en train*, et lui faire ainsi produire un certain effet sous l'impulsion d'une force motrice empruntée à la nature inorganique; de là, par un procédé de raisonnement familier aux mathématiciens, le procédé infinitésimal, il avait conclu que l'on pouvait concevoir comme possible un cas où ce travail serait rigoureusement nul. Ce serait, par exemple, le cas des machines organisées, des organismes, où la force physique, purement mécanique, serait remplacée par ce que M. Cournot appelle le *pouvoir directeur*, pouvoir qui interviendrait et agirait, dit-il, « non pas à la manière des forces physiques, non en ajoutant son action aux leurs, ou en les neutralisant par une action contraire du même genre, mais en leur imprimant une direction appropriée.» C'était revenir, comme on le voit, au principe de Descartes; mais peut-être avec cette différence, qu'au lieu d'une direction rigoureusement mécanique, qui avait pu prêter aux objections de Leibniz, il s'agirait ici d'une direction d'un tout autre genre, n'ayant rien de commun avec les forces de la mécanique.

Cette pensée de M. Cournot, dont l'esprit pénétrant et exigeant est connu de tous les philosophes, a été acceptée et reproduite, sous sa propre responsabilité, par un de nos savants confrères de l'Institut, membre de la section de mécanique, M. de Saint-Venant, qui l'année dernière, devant l'Académie des sciences, fort

Digitized by Google

étonnée, et peut-être peu charmée de se trouver inopinément transportée sur le terrain nuageux et flottant de la métaphysique, a lu une note curieuse sur *l'accord de la liberté morale avec les lois de la mécanique* (1). Je dois dire que cette note de M. de Saint-Venant a eu pour occasion le premier travail de M. Boussinesq, rédigé d'abord sous une forme toute mathématique, et dont il a bien voulu nous réserver le développement philosophique.

Dans la crainte de commettre quelque inexactitude, si facile à un philosophe dans des matières si spéciales, j'emprunte à M. Boussinesq lui-même le résumé qu'il nous donne du travail de M. de Saint-Venant. Celui-ci, dit-il, « réduit, dès l'abord, l'effet mécanique de la volonté à un très-petit travail, auquel il donne le nom de *travail décrochant*, parce qu'il le compare à celui de l'ouvrier qui tire le déclic (ou crochet) retenant élevé de plusieurs mètres un mouton destiné à enfoncer des pieux ; ou à celui d'un homme qui presse la détente d'une arme chargée. Il montre ensuite qu'un perfectionnement de plus en plus grand des mécanismes permet de réduire indéfiniment ce travail ; et il est d'avis que la nature, plus parfaite que l'art, peut bien avoir réussi à l'annuler tout à fait dans les organismes animés. »

Le travail décrochant, de plus en plus atténué, tel que le décrit M. de Saint-Venant, pouvant devenir nul par l'art de la nature, la volonté pour diriger les mouvements n'aurait donc besoin d'aucun travail mécanique : elle n'aurait à créer aucune force nouvelle ; son action, d'une toute autre nature, laisserait intactes les conditions mécaniques exigées par la science, et la métaphysique aurait sa part sans être obligée de violer les lois de la physique.

Je dois dire, pour être exact, que la théorie précé-

(1) *Comptes-Rendus de l'Académie des Sciences* (5 mars 1877).

Digitized by Google

dente est loin d'avoir satisfait tous les savants. On conteste que, d'un travail mécanique indéfiniment diminué, il soit logique de conclure à la possibilité d'un travail nul; on s'est demandé si l'atténuation progressive du travail *directeur* n'a pas eu pour cause le travail antérieur des ouvriers qui ont fait la machine, de celui qui l'a dessinée, et même de celui qui l'a conçue; car on ne peut pas supposer sans pétition de principe que l'intelligence et la volonté de l'inventeur ne sont pas elles-mêmes des forces mécaniques, puisque c'est cela même qui est en question.

Cependant, c'est déjà pour la philosophie un point capital que des savants autorisés aient pu penser qu'il n'est pas contradictoire de supposer des mouvements dirigés par un acte intellectuel, idéal, spirituel, sans aucune addition ni soustraction de forces mécaniques; et, cette pensée fût-elle contestée par d'autres savants, il serait toujours permis aux philosophes de les renvoyer les uns aux autres. Mais on peut faire un pas de plus, et c'est ici qu'intervient le travail de M. Boussinesq, dont il n'a pas encore été question jusqu'ici, mais qu'il nous eût été impossible de comprendre et d'apprécier si nous n'avions résumé d'abord l'ordre d'idées dans lequel il vient se placer, et où il apporte un élément nouveau, une vue ingénieuse qui peut faire comprendre l'hypothèse de MM. Cournot et de Saint-Venant, en écartant l'apparence de paradoxe qu'on avait cru trouver dans leurs théories.

L'idée de M. Boussinesq consiste à utiliser, au profit de la possibilité de la liberté morale, une théorie bien connue des géomètres sous le nom de *solutions singulières*, et dont un exemple particulier (laissé jusqu'ici dans l'ombre) constitue ce que l'on pourrait appeler le *paradoxe* de Poisson (voir ci-après p. 123). D'après cette théorie, il y aurait, nous dit M. Boussinesq, des cas d'indétermination mécanique parfaite, c'est-à-dire des

Digitized by Google

cas où un mobile arrivé à certains points, appelés par l'auteur *points de bifurcation*, pourrait indifféremment prendre deux ou plusieurs directions différentes, tout en satisfaisant, dans l'un comme dans l'autre cas, à l'équation mathématique. Il y aurait des cas où un corps pourrait indifféremment ou rester en repos ou aller en avant ou en arrière, à gauche ou à droite, sans que l'état précédent déterminât d'une manière nécessaire l'une de ces hypothèses, toutes donnant satisfaction également à tous les principes de la mécanique; de telle sorte que, pour déterminer l'une de ces hypothèses, nul travail nouveau ne serait nécessaire. On comprend que, dans cette supposition, une action extra-physique, extra-mécanique, pût être l'effet d'un pouvoir directeur. L'auteur compare ingénieusement la volonté à un ingénieur qui, « chargé de construire un canal le long d'une ligne de faîte, peut, de tous les points de ce *parcours singulier*, distribuer à volonté l'eau du canal dans l'une ou dans l'autre des deux vallées adjacentes, sans avoir à la faire dévier de ses lignes de pente naturelles. »

Il y aurait donc, suivant M. Boussinesq, des cas, dans des conditions à la vérité très-spéciales, et qu'il serait *peut-être* aussi difficile de produire artificiellement, même les plus simples, que de faire tenir un cône sur sa pointe, mais qui sont théoriquement possibles, il y aurait des cas, dis-je, où l'état initial d'un système ne tracerait pas aux phénomènes des chemins complètement déterminés : ces chemins admettraient des bifurcations nombreuses, qui se reproduiraient même indéfiniment sur tout le tracé du système, et permettraient ainsi l'existence continue d'un pouvoir directeur chargé à chaque instant de déterminer la direction. L'analyse ne peut démontrer ce théorème que dans des cas extrêmement simples, par exemple, dans un système de deux atomes, et dans d'autres systèmes fictifs, infiniment moins compliqués que ne peut être le système d'un organisme vivant. Mais la nature a

Digitized by Google

des ressources que l'art ne connaît pas ; et l'on peut supposer par analogie qu'elle a réalisé, par un calcul transcendant qui ne dépasse pas ses forces, des cas où non pas deux atomes, mais des milliards d'atomes, composés en système et grâce à une préparation préalable, se prêteraient à des milliards de bifurcations. La flexibilité de la vie se concilierait ainsi avec la rigueur des lois mécaniques.

En un mot, ce que nous recueillons de la théorie précédente, c'est que les mathématiques n'excluent pas, et autorisent même à supposer dans certaines conditions, une sorte d'indétermination, et des possibilités de bifurcation où la chiquenaude, pour décider le mobile dans un sens ou dans l'autre, pourrait être nulle, en tant que force calculable par les procédés scientifiques. Le physicien, le mécanicien qui observeront le résultat retrouveront toujours la quantité permanente dont ils ont besoin. Le pouvoir directeur n'entrera pas dans le calcul, et son action n'aura pas moins été réelle, quoique non évaluable au dynamomètre.

« On sait combien les géomètres du siècle dernier, dit M. Boussinesq, jugèrent surprenantes les intégrales singulières qui s'offrirent à leurs recherches et que l'analyse donnait en réponse à certaines questions de géométrie. Je ne crois pas me tromper en affirmant, d'après ma propre expérience, que le même étonnement se produit, de nos jours encore, chez les esprits réfléchis qui étudient pour la première fois le chapitre de l'analyse infinitésimale où il en est traité. Cet étonnement a pour cause la propriété, mystérieuse et incontestable, que possèdent les solutions singulières de soustraire à un déterminisme absolu certains accroissements finis de fonctions, alors que les accroissements infiniment petits ou les dérivées de ces fonctions ne cessent pas un instant d être déterminés de proche en proche sans ambiguité.

« On trouverait naturel qu'une propriété aussi ex-

Digitized by Google

traordinaire eût signalé à l'attention les solutions dont il s'agit, dès l'époque de leur découverte, comme propres à représenter ce qu'il y a de spontané, d'extra-physique ou de spécial dans les phénomènes de la vie. Ne semble-t-il pas qu'elle aurait dû, presque immédiatement, leur faire attribuer surtout pour rôle d'exprimer les conditions géométriques ou mécaniques de l'existence, si merveilleuse et vraiment *singulière*, d'êtres doués de conscience, d'activité libre, au sein de l'immense monde inorganique, au milieu d'un réseau de lois paraissant régler toutes les variations infiniment petites des choses?

« Personne cependant, à ma connaissance, n'avait émis jusqu'à présent cette idée, si simple, et en quelque sorte inévitable. Quoiqu'on n'ignorât pas que la nature ne laisse guère, sans les réaliser quelque part, des faits analytiques aussi étendus que celui des solutions singulières, aucun géomètre ne paraît avoir cherché quel pourrait être dans le monde visible le domaine propre de ces intégrales, leur champ d'application. Et pourtant, on avait fort bien aperçu, dès le dix-septième siècle, le magnifique usage qu'on devait faire des solutions d'équations différentielles dans la représentation des phénomènes qui se transforment avec continuité; puisque l'analyse infinitésimale existait à peine que déjà l'on assignait toute la nature inorganique comme domaine aux intégrales générales.

« Les solutions singulières ne seraient probablement pas restées sans application aux mouvements réels, on aurait tout au moins pressenti leur emploi, si les zoologistes s'étaient trouvés plus souvent mathématiciens, ou si les mécaniciens géomètres avaient pensé plus souvent à ce que pourraient bien être, sous le rapport de leur science, ces curieux systèmes matériels qu'on appelle des êtres organisés.

« Je ne connais, continue l'auteur, que Poisson qui ait essayé de tirer parti en mécanique des solutions sin-

Digitized by Google

gulières. C'est dans son grand mémoire sur ces intégrales, publié au tome VI du *Journal de l'Ecole polytechnique*. Il n'a pas manqué de signaler la difficulté qu'elles font naître au point de vue du déterminisme absolu. Mais, ne pensant nullement aux phénomènes vitaux, il la regarde comme un paradoxe très-digne d'exercer la sagacité du géomètre, et qu'il renonce lui-même à éclaircir, non sans y avoir sans doute travaillé[1] ».

On voit par les citations précédentes que l'auteur du mémoire n'explique pas seulement, par les solutions singulières, la liberté morale, mais encore un ordre de faits beaucoup plus étendus, à savoir, les faits organiques et vitaux. Il admet très-nettement, avec la plupart des grands physiologistes ou chimistes de notre temps, qu'il n'y a pas de force vitale dans le sens propre que l'on a pu attacher à cette expression, c'est-à-dire d'une force spéciale qui ferait contre-poids aux forces physico-chimiques et en neutraliserait l'action, d'une force qui suspendrait les affinités chimiques naturelles ou en substituerait d'une autre nature. Non; suivant les paroles de M. Berthelot, que l'auteur accepte sans restriction, les effets chimiques de la vie sont dus « au jeu des forces chimiques ordinaires, au même titre que les effets physiques et mécaniques de la vie ont lieu suivant le jeu des forces purement physiques et mécaniques. Dans les deux cas, les forces moléculaires mises en œuvre sont les mêmes : car elles donnent lieu aux mêmes effets. » Cependant, ceux-là même, à quelques exceptions près, qui étendent le plus loin le principe précédent, admettent d'une manière plus ou moins vague qu'il y a bien

(1) Voici le passage de Poisson, que l'auteur aurait peut-être dû citer, car il est singulièrement significatif :

« Le mouvement, dans l'espace, d'un corps soumis à l'action d'une force donnée, et » partant d'une position et d'une vitesse aussi données, doit être absolument déterminé. » C'est donc une sorte de *paradoxe*, que les équations différentielles dont le mouvement » dépend puissent être satisfaites par plusieurs équations. »

(Poisson. — *Journal de l'École Polytechnique*, t. VI, p. 106).

Digitized by Google

quelque autre chose, qui ne rentre pas dans la formule précédente. Par exemple, Berzélius, tout en niant expressément l'hypothèse d'une force vitale chimique particulière, dit que « le principe inconnu que nous appelons la vie prépare, d'une manière à nous incompréhensible, des conditions variées qui servent au développement de l'affinité des éléments ». M. Claude Bernard entend quelque chose d'analogue, lorsqu'il parle de « *forces directrices* qui sont morphologiquement vitales, tandis que les forces exécutives sont les mêmes que dans les corps bruts », ou encore lorsqu'il dit : « Les phénomènes semblent dirigés par quelques conditions invisibles dans la route qu'ils suivent, dans l'ordre qui les enchaîne... C'est cette puissance ou propriété évolutive qui constituerait le *quid proprium* de la vie. »

« Mon explication, dit maintenant l'auteur de notre mémoire, vient éclaircir la manière de voir de Berzélius et de Claude Bernard, qui, tenant avec juste raison à ne sacrifier aucun des principes établis par l'expérience, même quand on ne parvient pas nettement à les concilier entre eux, ont admis, dans les phénomènes matériels de la vie, l'intervention d'un pouvoir directeur distinct, sans lequel les forces physico-chimiques pourraient bien produire dans des circonstances convenables les principes immédiats qui sont les matériaux de l'organisme, mais ne réussiraient pas à les grouper en cellules et en organes de formes déterminées. »

« La présence ou l'absence de solutions singulières et de la flexibilité qu'elles permettent dans l'enchaînement des faits, continue l'auteur, paraît fournir un caractère géométrique propre à distinguer les mouvements essentiellement vitaux, ceux surtout qui sont volontaires, des mouvements accomplis sous l'empire exclusif des lois physiques. Un être animé serait par conséquent celui dont les équations de mouvement admettraient des intégrales singulières, provoquant, à des intervalles très-

Digitized by Google

rapprochés ou même d'une manière continue, par l'indétermination qu'elles feraient naître, l'intervention d'un principe directeur spécial. Ce principe, bien différent du principe vital des anciennes écoles, n'aurait à son service aucune force mécanique qui lui permît de lutter contre celles qu'il trouverait dans le monde : il profiterait seulement de leur insuffisance, dans les cas singuliers considérés ici, pour influer sur la suite des phénomènes. Inconscient au début de l'existence individuelle, et même toujours en ce qui concerne la vie végétative, mais d'autant plus docile à une loi supérieure ou extra-physique qui nous est encore inconnue, il réaliserait à sa manière, dans chaque animal et dans chaque plante, un type spécifique héréditairement transmis, en employant à cet effet des matériaux communs empruntés au milieu minéral ou à d'autres organismes. Parvenu ensuite, chez l'homme et les animaux supérieurs, à un degré assez avancé de développement, et après avoir acquis des organes suffisamment délicats, c'est-à-dire un système nerveux, il deviendrait sensible à certains rapports de ces organes avec le reste de son corps et avec le monde extérieur, s'éveillerait sous leur choc mutuel, et apprendrait dès lors à diriger sciemment la force physique pour la faire servir à l'accomplissement de desseins prémédités.

« Le jeu habituellement trop étroit des lois du mouvement l'empêcherait d'ailleurs de se manifester dans d'autres cas, c'est-à-dire chez les corps privés de vie : en sorte qu'il n'y aurait dans sa manière d'apparaître rien d'irrégulier, rien de fortuit. Tout en agissant avec le caractère de conscience ou d'inconscience, de liberté ou de nécessité, qu'il présente chez les divers êtres vivants, il entrerait en exercice, comme les forces physico-chimiques elles-mêmes, dès que l'occasion lui en serait offerte ou que certaines conditions déterminées se trouveraient réalisées. Je n'ai pas besoin de faire observer que l'existence de ces conditions n'aurait nul-

Digitized by Google

lement pour effet de dicter à la volonté son choix : leur réalisation la mettrait au contraire en pleine possession d'elle-même, en état de s'abstenir ou d'agir à sa guise. »

On se rend compte maintenant parfaitement, je crois, à l'aide de ces citations, de la pensée fondamentale de M. Boussinesq. Je regrette que mon incompétence dans les sciences mathématiques, ainsi que le caractère des travaux de notre Académie, ne nous permette pas de suivre, dans les démonstrations qu'il en donne, le développement de son principe. Contentons-nous de dire qu'il résume les phénomènes en deux classes : « L'une comprendra ceux où les lois mécaniques exprimées par les équations différentielles détermineront à elles seules la suite des états par lesquels passera le système, et où par conséquent les forces physico-chimiques ne laisseront aucun rôle disponible à des causes d'une autre nature. Dans la seconde classe se rangeront, au contraire, les mouvements dont les équations admettront des intégrales singulières, et dans lesquels il faudra qu'une cause distincte des forces physico-chimiques intervienne, de temps en temps ou d'une manière continue, sans d'ailleurs apporter aucune part d'action mécanique, mais simplement pour diriger le système à chaque bifurcation qui se présentera. »

Après avoir cité la conclusion de l'auteur, il nous reste à conclure, à notre tour, et à résumer ce que la philosophie peut extraire d'intéressant pour elle dans le travail que nous venons d'analyser.

Sans aucun doute personne de nous ne le contestera, plutôt que de sacrifier la liberté morale au mécanisme mathématique, ou encore plutôt que d'admettre une contradiction absolue entre l'ordre moral et l'ordre physique, en un mot, plutôt que de sacrifier ou la morale d'une part ou la logique de l'autre, on se déciderait à admettre les hypothèses métaphysiques les plus con-

Digitized by Google

traires au sens commun. Mieux vaut mille fois l'harmonie préétablie de Leibniz, l'idéalisme transcendental de Kant que le fatalisme ou une antinomie insoluble. Mais il est évident aussi qu'il serait plus simple et plus satisfaisant pour l'esprit de trouver une conciliation qui s'accorderait avec le sens commun, et qui ne nous forcerait à nier ni l'action de l'âme sur le corps, ni la réalité du monde extérieur : or c'est ce qui se pourrait, si on établissait que la science elle-même n'exclut pas une certaine indétermination phénoménale, en un mot, qu'elle n'exclut pas, malgré la rigueur des lois mécaniques, un certain contingent dans les phénomènes.

C'est ce que le bon sens instinctif de Voltaire semble avoir pressenti, malgré les inexactitudes manifestes de son langage, dans une note remarquable du *Poème sur le tremblement de terre de Lisbonne*. Il combat la doctrine de la chaîne des êtres et des événements, développée par Pope en vers magnifiques dans son poème sur l'homme.

« Tous les corps, dit Voltaire, ne sont pas nécessaires à l'ordre et à la conservation de l'univers ; et tous les événements ne sont pas essentiels à la série des événements. Une goutte d'eau, un grain de sable de plus ou de moins ne peuvent rien changer à la constitution générale. La nature n'est asservie, ni à aucune quantité précise, ni à aucune forme précise. Nulle planète ne se meut dans une courbe absolument régulière ; nul être connu n'est d'une figure précisément mathématique ; nulle quantité précise n'est requise pour nulle opération... Il y a des événements qui ont des effets et d'autres qui n'en ont pas. . Dans toute machine, il y a des effets nécessaires au mouvement, et d'autres indifférents, qui sont la suite des premiers et qui ne produisent rien. Les roues d'un carrosse servent à le faire marcher ; mais, qu'elles fassent voler un peu plus ou un peu moins de poussière, le voyage se fait également... On ne peut

Digitized by Google

donc assurer que l'homme soit nécessairement placé dans un des chaînons attachés l'un à l'autre par une suite non interrompue. Tout est enchaîné ne veut dire autre chose sinon : tout est arrangé. Dieu est la cause et le maître de cet arrangement. Le Jupiter d'Homère était l'esclave des destins ; mais, dans une philosophie plus épurée, Dieu est le maître des destins. »

Il est évident qu'il ne faut pas prendre au pied de la lettre les assertions précédentes ; autrement, comme l'a montré J.-J. Rousseau dans une réponse savante et d'une dialectique serrée à la note précédente, le lien de la cause et de l'effet serait rompu à chaque pas ; et la prévision de l'avenir serait impossible. Bien loin de dire que la nature n'est asservie à aucune quantité précise, il faut dire que, plus on pénètre dans les dernières profondeurs de la nature, plus on trouve qu'elle est asservie à des quantités précises. Mais, si vous écartez ces inexactitudes évidentes et ces à peu-près qui sont le propre du sens commun, il reste une vérité profonde : il y a du contingent dans la nature ; autrement, c'en serait fait de la liberté humaine.

L'auteur d'une thèse très-distinguée de la Faculté des lettres sur la *Contingence dans les lois de la nature*, présentée avec éloges à l'Académie par notre confrère, M. Caro, s'est précisément proposé de démontrer d'une manière philosophique et sévère ce que Voltaire avait exprimé sous forme populaire et familière, et par conséquent sans précision, c'est-à-dire qu'il y a du contingent dans la nature. Il s'est efforcé de prouver que l'on chercherait vainement à conserver la liberté humaine, tant qu'on accepterait comme démontré que l'univers physique dont notre corps fait partie est régi absolument et sans exception par des lois mathématiques. Il a donc soutenu cette doctrine, que les mathématiques n'expriment que la résultante abstraite de tous les phénomènes naturels ; que le réel proprement dit, en tant que réel, est

Digitized by Google

contingent et indéterminé; que les lois mathématiques ne sont que des approximations, des moyennes représentant en gros les phénomènes; mais que, partout où il y a du concret, fût-ce dans le dernier atome de matière, il y a oscillation entre deux états possibles, une alternative qui ne peut être décidée que par la liberté suprême. L'auteur de cette thèse admettait donc, rigoureusement et philosophiquement, ce qui semble dans Voltaire un simple préjugé du bon sens, à savoir que « la nature n'est assujettie à aucune quantité précise, et que Dieu est le maître des destins. »

L'auteur de cette thèse remarquable, dont toutes les considérations précédentes font maintenant ressortir la portée, trop dissimulée, il faut le dire, aux yeux du lecteur, par la forme abstraite et obscure d'une exposition trop concise et d'une langue trop sibyllique, cet auteur cependant avait serré la question de plus près qu'on n'avait fait encore: car il rendait évident que l'envahissement de la mécanique, que l'on ne peut empêcher aujourd'hui de pénétrer presque dans l'empire des êtres vivants, et jusque dans les phénomènes de la motilité volontaire, ne laissait d'autre issue aux défenseurs du libre arbitre que l'harmonie préétablie ou l'idéalisme de Kant, à moins qu'on ne consente à admettre hardiment que tout est contingent, que les lois de la nature ne sont que des à-peu-près, et que la matière phénoménale est un monde de fluctuation, qui n'est réglé que dans des directions générales et à un point de vue purement abstrait. Mais, cette conception elle-même n'aurait-elle pas de graves inconvénients? Comment dire que les lois de la nature ne sont qu'approximatives, lorsque nous voyons que, plus on écarte les causes d'erreur, plus elles s'appliquent avec rigueur et précision, d'où il semble bien résulter que leur inexactitude vient de notre faute et non de celle de la nature? Dire que les lois ne sont que des à-peu-près, n'est-ce pas dire qu'il n'y a pas de lois, et n'échapperait-on pas au fata-

Digitized by Google

lisme pour tomber dans le positivisme ? Ensuite, le contingent n'est-il pas bien près du fortuit, et, pour échapper à la causalité stricte, n'est-on pas certain de tomber dans le hasard ?

C'est ici que le travail de M. Boussinesq viendrait au secours de celui de M. Boutroux, et, tout en en justifiant la pensée fondamentale, la restreindre dans de justes limites, et l'exprimer dans des termes précis qui la rendraient beaucoup plus vraisemblable. S'il pouvait être vrai, ce dont les mathématiciens peuvent seuls juger, qu'il y a une sorte d'indétermination qui laisse intacte l'application la plus rigoureuse possible des lois mécaniques, peut-être trouverait-on là une conciliation plus satisfaisante entre les deux lois fondamentales de notre esprit : la loi de causalité efficiente, qui veut que tout s'explique par ce qui précède, et qu'il n'y ait pas plus dans l'effet que dans la cause, et la loi de finalité ou de progrès, qui veut que nous ajoutions sans cesse, à ce qui précède, quelque chose de nouveau qui n'y est pas implicitement contenu. Le monde physique soumis à la première loi, sans cesser d'être jamais le domaine de la quantité constante, pourrait, grâce à la flexibilite indiquée par le savant auteur de notre mémoire, devenir l'expression du monde idéal ou règne une autre loi. Il y aurait une véritable harmonie préétablie entre les deux mondes, ou plutôt une pénétration de l'un dans l'autre, sans que jamais le savant eût le droit de protester, ses équations différentielles étant toujours satisfaites, et l'idée active qui constitue l'âme étant d'une nature trop élevée au dessus de la force pour avoir besoin d'entrer dans le calcul.

Digitized by Google

Digitized by Google

CONCILIATION

DU

VÉRITABLE DÉTERMINISME MÉCANIQUE

AVEC L'EXISTENCE DE LA VIE ET DE LA LIBERTÉ MORALE.

AVANT-PROPOS.

ACCORD DE LA THÉORIE EXPOSÉE DANS CE MÉMOIRE AVEC L'OPINION LA PLUS ACCRÉDITÉE RELATIVEMENT A LA NATURE DES PHÉNOMÈNES VITAUX.

Quelques géomètres ont paru surpris de l'idée fondamentale de ce mémoire, telle que l'a fait connaître un premier résumé, très-succinct, inséré au *Compte-Rendu* de la séance du 19 février 1877 de l'Académie des Sciences (t. LXXXIV, p. 362). Je crois donc utile de montrer ici que cette idée fondamentale, consistant à expliquer ce qu'il y a de spécial dans les phénomènes matériels de la vie par des solutions singulières, lieux de réunion et de bifurcation des intégrales qu'admettraient les équations de mouvement d'un organisme animé, est d'accord avec l'opinion des plus illustres naturalistes et chimistes au sujet de la nature des fonctions vitales; qu'elle constitue même, à proprement

Digitized by Google

parler, la seule forme mathématique sous laquelle on puisse systématiser cette opinion, de manière à lui donner un corps, à en faire une doctrine précise.

Et d'abord, je ne pense pas qu'aucun des physiologistes ou chimistes contemporains qui font autorité admette l'existence d'actions vitales particulières, évaluables à la manière des forces physico-chimiques, ou qui, venant *se composer* avec celles-ci, produiraient, à l'intérieur d'un organisme en vie, des accélérations et des réactions chimiques différentes de celles que pourraient présenter, aux mêmes instants, d'autres systèmes matériels formés d'atomes exactement pareils, groupés de la même manière et animés d'égales vitesses. Je me contenterai de recueillir, à ce sujet, les témoignages d'Alexandre de Humboldt et de Berzélius, parmi les morts, ceux de MM. Claude Bernard (1) et Berthelot, parmi les vivants.

A. de Humboldt, après avoir cru quelque temps à l'existence d'une force vitale opposée aux affinités chimiques et capable de suspendre l'action de celles-ci dans tout organisme animé, a renoncé à cette opinion. C'est ce qu'on peut voir, par exemple, dans les *Tableaux de la nature* (traduction de M. Galuski, Paris, 1868), à l'addition qui complète ou plutôt corrige le livre VI (p. 649) : « Depuis, dit-il, la réflexion et des études constantes » dans le domaine de la physiologie et de la chimie ont » profondément ébranlé mon ancienne croyance à des » forces vitales distinctes.... J'appelle animées les subs- » tances dont les parties, séparées arbitrairement les » unes des autres, s'altèrent, tout en restant dans les » mêmes conditions extérieures qu'auparavant.... Les » organes se déterminent l'un l'autre : ils se donnent » réciproquement la température et la disposition parti-

(1) Rien ne pouvait faire présager la perte, si regrettable pour la science et le pays, de l'éminent physiologiste, quand je rédigeai cet avant-propos (en juin 1877), après avoir terminé le mémoire.

Digitized by Google

» culière dans lesquelles certaines affinités s'exercent » exclusivement à toutes les autres. Ainsi, dans un organisme, tout devient but et moyen..... Ce qui rend » surtout difficile de ramener, d'une manière satisfaisante, les phénomènes vitaux de l'organisme à des » lois physiques et chimiques, de même à peu près que » de prédire les changements météorologiques qui s'accomplissent dans l'océan aérien, c'est la complication » des phénomènes, la multiplicité des forces qui agissent » simultanément et les conditions de leur activité.

» Je suis resté fidèle, dans le *Cosmos*, à la même » méthode : j'ai présenté les mêmes considérations sur » les forces et les affinités vitales, au sujet desquelles on » peut consulter le mémoire de Pulteney, dans les » *Travaux de la Société royale d'Edimbourg* (t. XVI, » p. 305), sur l'impulsion créatrice et sur le principe actif » de l'organisation... La description physique du monde » doit rappeler que les matériaux dont est formé le tissu » des animaux et des plantes se retrouvent dans l'écorce » inorganique de la terre. Elle doit montrer ces êtres » soumis aux mêmes lois qui régissent les corps bruts, » et signaler, dans les combinaisons ou les décompositions de la matière, l'action des mêmes agents qui » donnent aux tissus leur forme et leur fluidité. Seulement, ces forces agissent alors sous des conditions mal » observées jusqu'à ce jour, que l'on désigne sous le nom » vague de phénomènes vitaux, et que l'on a groupées » systématiquement d'après des analogies plus ou moins » réelles. »

Voici maintenant l'opinion de Berzélius, telle qu'elle est reproduite et acceptée par M. Becquerel, aux pages 21 et 22 d'une étude *Sur l'intervention des forces physico-chimiques dans les phénomènes de nutrition* (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris,* t. XL, 1876). « Dans » la nature vivante, il se manifeste, sans doute, des phénomènes physiques et chimiques tellement différents de

Digitized by Google

» ceux de la nature inorganique, qu'on pourrait se croire » autorisé à admettre une force vitale chimique; mais, en » examinant les choses de plus près, nous reconnaîtrons » facilement les effets des forces naturelles ordinaires, » placées sous l'influence d'une multitude de conditions » différentes, qui ne se présentent que très-rarement et » dont la plupart ne s'offrent jamais dans la nature inor- » ganique... Le principe inconnu que nous appelons la » vie prépare, d'une manière à nous incompréhensible, » des conditions infiniment variées, qui servent au déve- » loppement de l'affinité des éléments et déterminent » l'accession des éléments du dehors, la formation de » combinaisons nouvelles très-variées..... (*Traité de* » *chimie*, par Berzélius, t. V, p. 4) ».

Des idées analogues, mais plus développées et plus explicites, sont présentées par M. Claude Bernard, à la page 223 de son *Rapport sur la marche et les progrès de la physiologie générale en France* (1867). « Il n'y a, dit-il, » en réalité, qu'une physique, qu'une chimie et qu'une » mécanique générales, dans lesquelles rentrent toutes » les manifestations phénoménales de la nature, aussi » bien celles des corps vivants que celles des corps bruts. » Il n'apparaît pas, en un mot, dans l'être vivant, un seul » phénomène qui ne retrouve ses lois en dehors de lui. » De sorte qu'on pourrait dire que toutes les manifesta- » tions de la vie se composent de phénomènes empruntés, » quant à leur nature, au monde cosmique extérieur, » mais seulement manifestés sous des formes ou dans des » arrangements particuliers à la matière organisée, et » à l'aide d'instruments physiologiques spéciaux..... Je » pourrais encore exprimer l'idée qui précède, en disant » que, dans les corps vivants, les *forces directrices* ou » *évolutives* sont morphologiquement vitales, tandis que » leurs *forces exécutives* sont les mêmes que dans les » corps bruts. Ainsi, un os se fait à l'aide de substances » chimiques que le chimiste pourra reproduire; mais il

Digitized by Google

» ne fera pas l'os avec sa forme spécifique, ni avec son » arrangement caractéristique. La morphologie organique » caractérise donc l'être vivant; mais cette loi morpho- » logique, qui donne naissance à la matière organisée, est » servie, cependant, par les forces physico-chimiques » générales. »

Plus loin, dans une note de la page 233, l'illustre physiologiste ajoute : « Les sciences modernes, en admet- » tant le déterminisme, en font la condition même de la » liberté, ce qui distingue radicalement le déterminisme » du fatalisme. En effet, l'acte libre ne peut exister que » dans la période directrice du phénomène; mais, une » fois dans la période exécutive, le déterminisme doit » être absolu, pour que la liberté en découle nécessai- » rement. »

Enfin, M. Berthelot, dans la conclusion du *Traité de chimie organique fondée sur la synthèse* (t. II, p. 807), dit à son tour : « Ce que la chimie ne peut faire dans » l'ordre de l'organisation, elle peut l'entreprendre pour » la fabrication des substances renfermées dans les êtres » vivants. Si la structure même des végétaux et des ani- » maux échappe à ses applications, au contraire, elle a » le droit de prétendre à former les principes immédiats, » c'est-à-dire les matériaux chimiques, qui constituent » les organes, indépendamment de la structure spéciale » en fibres et en cellules que ces matériaux affectent » dans les animaux et dans les végétaux.... Par le fait de » cette formation et par l'imitation des mécanismes qui » y président dans les végétaux et les animaux, on peut » établir, contrairement aux opinions anciennes, que les » effets chimiques de la vie sont dus au jeu des forces » chimiques ordinaires, au même titre que les effets phy- » siques et mécaniques de la vie ont lieu suivant le jeu » des forces purement physiques et mécaniques. Dans » les deux cas, les forces moléculaires mises en œuvre

Digitized by Google

» sont les mêmes, car elles donnent lieu aux mêmes » effets..... »

On voit que l'opinion d'après laquelle il n'existe pas de force vitale proprement dite, en entendant le mot force au sens des mécaniciens, des physiciens et des chimistes, a pour elle les plus grands noms de la science. Or, cette opinion, traduite dans le langage des géomètres, revient à admettre que l'accélération actuelle de chaque atome d'un organisme animé est une fonction parfaitement déterminée de sa situation par rapport aux autres atomes existants, qu'elle est sous la dépendance de cette situation de la manière précise qui résulte des lois physico-chimiques. En d'autres termes, les mêmes équations différentielles régissent les mouvements d'atomes en présence, soit que ces atomes constituent un organisme vivant, soit qu'ils forment un corps brut.

MM. Dubois-Reymond, Huxley, etc., ont conclu de là que les forces physico-chimiques règlent à elles seules toute la série des mouvements dans les êtres animés, et qu'il est impossible de faire de la vie une cause à part, capable d'influer sur la suite des phénomènes visibles. Je montre, dans cette étude, comment les solutions singulières fournissent l'unique moyen qui existe, d'échapper à une conséquence aussi opposée au bon sens en général, et aux données de l'observation psychologique en ce qui concerne spécialement les mouvements volontaires. Mon explication vient donc éclaircir la manière de voir de Berzélius et de M. Claude Bernard, qui, tenant avec juste raison à ne sacrifier aucun des principes établis par l'expérience, même quand on ne parvient pas nettement à les concilier entre eux, ont admis, dans les phénomènes matériels de la vie, l'intervention d'un *pouvoir directeur* distinct, sans lequel les forces physico-chimiques pourraient bien produire, dans des circonstances convenables, les principes immédiats qui sont les matériaux de l'orga-

Digitized by Google

nisme, mais ne réussiraient pas à les grouper en cellules et en organes de formes déterminées.

Deux géomètres français contemporains, à ma connaissance, M. Cournot et M. de Saint-Venant, se sont occupés des mêmes questions. En outre, M. l'ingénieur en chef Philippe Breton se les est posées à un point de vue particulier, très-original, que j'apprécie plus loin (n° 15, p. 85).

M. de Saint-Venant a publié, dans les *Comptes-Rendus* de l'Académie des Sciences, (t. LXXXIV, p. 419, 5 mars 1877), un article intitulé : *Accord des lois de la mécanique avec la liberté de l'homme dans son action sur la matière* (1). L'éminent académicien y réduit, dès l'abord, l'effet mécanique de la volonté à un très-petit travail, auquel il donne le nom de *travail décrochant*, parce qu'il le compare à celui de l'ouvrier qui tire le déclic retenant élevé de plusieurs mètres un mouton destiné à enfoncer des pieux, ou à celui d'un homme qui presse la détente d'une arme chargée. Il montre ensuite qu'un perfectionnement de plus en plus grand des mécanismes permet de réduire indéfiniment ce travail, et il est d'avis que la nature, plus parfaite que l'art, peut bien avoir réussi à l'annuler tout-à-fait dans les organismes animés. Au fond, si l'on tient compte des affinités naturelles des idées, ou de notre répugnance à croire que des forces vitales, dynamométriquement mesurables, existeraient sans jamais produire aucun travail, cette opinion de M. de Saint-Venant revient à celle de M. Claude Bernard, qui admet l'influence d'un principe directeur, tout en lui refusant le pouvoir de créer aucune force mécanique, c'est-à-dire de modifier, en quoi que ce soit, les équations différentielles du mouvement.

M. Cournot, dès l'année 1861, avait développé, sur le même sujet, de profondes réflexions, dont M. de Saint-Venant et moi n'avons eu connaissance qu'après nos

(1) Voir aussi le même article, avec une petite note complémentaire, dans le journal *les Mondes* de M. l'abbé Moigno (numéro du 22 mars 1877).

Digitized by Google

publications de mars et avril 1877[1]. C'est au livre III, chapitre IV (tome I, p. 364) de son beau *Traité de l'enchaînement des idées fondamentales dans les sciences et dans l'histoire.* Il y dit d'abord, comme A. de Humboldt et Berzélius, que « Le propre de la vie est d'établir entre les » parties de l'être vivant une solidarité, un *consensus* de » réactions harmoniques, qui mettent en jeu des forces » physiques destinées à rester latentes et inefficaces sans » l'influence de ce principe d'unité harmonique, de » direction commune et d'homogénéité ».

Il donne ensuite, pour faire comprendre par des comparaisons le mode d'action du principe vivifiant dont il parle, l'exemple d'une armée bien organisée, où le chef suprême remplit un rôle analogue, l'exemple d'un navire, que dirigent les manœuvres de l'équipage pendant que le vent fournit la force motrice, etc. Enfin, il montre la possibilité d'atténuer indéfiniment, en améliorant et combinant de mieux en mieux les rouages, la part de travail physique que doit dépenser l'ouvrier chargé de diriger une machine, notamment pour la mettre en train; et il ne doute pas que cette part ne soit nulle dès qu'il s'agit du pouvoir directeur d'un organisme vivant. « Ainsi, « conclut-il (p. 370), nous ne manquons pas de termes de « comparaison qui puissent nous aider à comprendre « comment le principe de la vie et de l'organisation « pourrait intervenir et agir, non à la manière des forces « physiques, non en ajoutant son action aux leurs ou en « les neutralisant par une action contraire du même « genre, mais en leur imprimant une direction appro- « priée. Ce que l'homme fait par combinaisons réflé- « chies, l'énergie vitale le ferait spontanément, sans con- « science d'elle-même, bien plus sûrement et avec un « artifice infiniment plus merveilleux : grand mystère « sans doute... ». Et il attribue plus loin (p. 374) l'impossibilité, où il se trouve, d'annuler par un raisonnement

(1) J'ai publié, en effet, une première rédaction, très-succincte, du mémoire actue dans le même numéro des *Mondes* qui contient l'article de M. de Saint-Venant. et une autre rédaction, un peu augmentée, dans la *Revue scientifique* du 14 avril 1877

Digitized by Google

direct le petit travail préalable (ou décrochant) dont il s'agit, à une imperfection du procédé logique auquel il a eu recours ; à peu près comme lorsque un mode imparfait ou mal choisi de calcul donne pour résultat d'un problème d'arithmétique la fraction périodique 0,11111..., au lieu de la valeur simple et exacte, $\frac{1}{9}$, de cette fraction indéfinie. « De même, ajoute-t-il, dans la question qui « nous occupe, on pourrait dire que ce raisonnement « indirect, duquel il résulte que l'intervention du principe « vital comme force physique peut être atténuée autant « que l'on veut, équivaut, au fond, pour qui sait l'inter- « préter d'après toutes les analogies, à quelque raison- « nement direct, qui nous échappe faute de données con- « venables ou de moyens convenables de les mettre en « œuvre, et duquel il résulterait que cette part conco- « mitante peut et doit être rigoureusement nulle. »

Je n'ai pas besoin de faire observer que les solutions singulières fournissent précisément le mode de raisonnement direct qui supprime la difficulté. En effet, c'est aux bifurcations d'intégrales des équations de mouvement qu'un principe directeur n'a besoin d'aucune force mécanique pour conduire le système matériel en qui il réside : c'est là que tout *travail décrochant* devient superflu, là seulement que la *vie* peut influer sur les faits d'une manière qui lui soit propre, c'est-à-dire sans emprunter le mode d'action des forces physiques.

Digitized by Google

Digitized by Google

CONCILIATION

DU

VÉRITABLE DÉTERMINISME MÉCANIQUE

AVEC L'EXISTENCE DE LA VIE ET DE LA LIBERTÉ MORALE

§ Ier — OBJET DE CETTE ÉTUDE.

1. — *Les lois physico-chimiques déterminent la dérivée, par rapport au temps, de l'état actuel, ou sont exprimées par des équations différentielles.*

Les savants s'accordent pour admettre que les lois physiques et chimiques sont réductibles, en dernière analyse, à des équations différentielles, reliant les unes aux autres les transformations successives de la matière, ou déterminant la *dérivée*, par rapport au temps, de chacune des quantités qui définissent l'état d'un système de corps, en fonction des valeurs actuelles de ces quantités. En d'autres termes, ce que les lois physico-chimiques permettent de déduire immédiatement de l'état actuel, ce n'est pas précisément l'accroissement très-petit qu'éprouvera, pendant un instant aussi très-petit, chaque quantité concourant à définir l'état du système, c'est la limite vers laquelle tend le rapport de l'accroissement considéré au

Digitized by Google

temps employé à l'acquérir, lorsqu'on fait décroître jusqu'à zéro les deux termes du rapport. Le quotient limite ainsi défini, appelé *dérivée* (ou *fluxion*) de la quantité, mesure en quelque sorte la *pente* de celle-ci, sa *rapidité* actuelle de variation : il saisit comme à sa source et il évalue ce qu'un naturaliste appellerait le pouvoir d'évolution de la quantité. En disant que la dérivée de l'état actuel est une fonction déterminée de l'état actuel lui-même, la science donne une forme précise à cette vérité de bon sens, que le présent est gros de l'avenir, ou qu'il y a une relation étroite entre ce qui est et ce qui sera [1].

La découverte des équations différentielles dont il s'agit constitue même, pour chaque branche de la science, le plus grand progrès qu'elle puisse faire, ce progrès capital qui s'est trouvé accompli en astronomie le jour où Newton, en démontrant la loi de l'attraction des astres, a pu former les équations de mouvement du système planétaire. Les géomètres sont parvenus, depuis, à établir pareillement des équations différentielles très-approchées, qui régissent l'équilibre et les vibrations des solides élastiques, d'autres équations différentielles pour l'équilibre et le mouvement des fluides ; et ils commencent à soumettre à l'analyse l'équilibre et le mouvement de ces corps semi-fluides qui sont, les uns pulvérulents, les autres malléables ou plastiques. De plus, en étendant les formules de l'élasticité aux vibrations de l'éther répandu dans les espaces intra-stellaires et à celles de ces mélanges d'éther et de molécules pondérables plus massives qui constituent les corps diaphanes ou diathermanes, ils ont réussi à expliquer, jusque dans leurs particularités les plus délicates, les phénomènes si variés que présentent la lumière et la chaleur rayonnante. D'autre part, et sans avoir pu péné-

(1) On voit que la notion de *dérivée* a une haute importance en philosophie, en histoire naturelle et sociale, en chimie, en économie politique ou financière (*taux* d'accroissement d'un capital), etc.; et combien il est à désirer qu'elle devienne familière à d'autres savants que les géomètres et les physiciens.

Digitized by Google

trer encore dans le détail des mouvements oscillatoires très-rapides, quoique imperceptibles, qui constituent indubitablement la chaleur possédée par un corps, ils ont établi des équations qui régissent, au moins entre certaines limites de température, la propagation de cette chaleur d'une région du corps aux régions voisines. Ils ont commencé également à évaluer en fonction de l'état actuel, dans les cas les plus simples et pour des réactions s'effectuant assez lentement, la rapidité des transformations chimiques qui s'opèrent dans un milieu de composition donnée, etc.

Une saine et légitime induction conduit donc à poser ce principe, que les lois auxquelles obéit la matière inorganique s'expriment au moyen d'équations différentielles, ou, en d'autres termes, que la dérivée, par rapport au temps, de chacune des quantités dont dépend l'état d'un système de corps, est une fonction parfaitement déterminée des valeurs actuelles de ces quantités mêmes. Telle est la loi générale qui embrasse tous les faits constatés, qui résume toutes les lois particulières acquises à la science, qui apparaît, en un mot, comme le couronnement naturel des conquêtes scientifiques de trois siècles d'études persévérantes.

2. — *Ces lois s'étendent tres-probablement aux mouvements intérieurs des organismes animés.*

D'ailleurs, la tendance des physiologistes, légitime en ce qu'elle résulte de leurs observations, et directement justifiée pour ce qui concerne les phénomènes de pesanteur, d'élasticité, de filtration, etc., est de n'exempter aucunement des lois physiques ou chimiques la matière qui vient faire partie d'un organisme animé, quoique les circonstances, très-spéciales, au milieu desquelles elle se trouve tant qu'elle appartient à cet organisme, la rendent capable de mouvements particuliers,

Digitized by Google

incomparablement plus divers que ceux qu'elle avait présentés jusque là. Or, plusieurs savants croient que cette extension des lois physiques, aux mouvements intérieurs des corps organisés, équivaut à admettre la complète détermination de toute la suite de leurs états par les lois dont il s'agit; ils croient qu'elle démontre, par conséquent, l'impossibité de faire intervenir dans ces mouvements toute cause distincte de celles qui agissent et se révèlent déjà dans la matière brute. La vie végétale, et même animale, n'est pour eux, dans ses formes et ses mouvements si variés, que le plus riche épanouissement des effets des lois physiques et chimiques, ou comme une cristallisation plus merveilleuse que celle des dissolutions salines [1].

Ils regardent, en particulier, la suite de tous les états intérieurs d'un cerveau humain, organe de la pensée et de la volonté, comme fatalement déterminée par les lois mécaniques du mouvement de ses molécules et des molécules étrangères qui entrent en rapport avec lui. Or, un enchaînement aussi absolu de la liberté de l'homme, quant à ses conditions physiques d'exercice, revient à la suppression de cette liberté même dans ce qu'elle a de plus intime, de plus essentiel, en tant du moins que, d'accord avec la conscience et le bon sens, on voit en elle l'expression d'une action effective du moi sur ses organes. Car tout acte délibéré est inséparable de pensées, de sentiments, qui ne peuvent se produire sans l'intervention du cerveau et qui sont modifiés ou supprimés quand celui-ci est affecté de certaines manières, comme le prouvent l'influence des anesthésiques, celles du délire, de la folie, etc. Le sentiment intérieur, si clair cependant, de notre action personnelle, n'est donc, pour les savants dont je parle, qu'une

(1) Voir, par exemple, dans la *Revue scientifique* de MM. Yung et Alglave (tome VII, page 337, numéro du 10 octobre 1874), le discours, d'ailleurs très-remarquable, prononcé par M. Dubois-Reymond, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences de Berlin, à une réunion des naturalistes et des médecins allemands.

Digitized by Google

pure illusion. Comme les lois physiques et chimiques leur paraissent régler jusqu'aux plus petits détails des mouvements des corps, ils ne voient pas qu'il soit possible d'assigner dans le monde visible la moindre place à une cause libre, non plus qu'à ce principe mystérieux, la *vie,* qu'on ne peut refuser à tout être ayant conscience de quelques-uns de ses actes, et que le bon sens attribue même au végétal, jugeant trop invraisemblable l'hypothèse qui ferait de la plante un laboratoire désert de physique et de chimie.

Dans le système de ces savants, il ne subsiste, en toute rigueur, de la liberté humaine, que ce qui peut s'expliquer par l'hypothèse surnaturelle de l'harmonie préétablie (prise dans un sens plus restreint que ne l'entendait Leibnitz), c'est-à-dire par l'intervention d'une intelligence supérieure, qui aurait disposé de l'état initial de la matière et de ce que contiennent peut-être de contingent les lois qui la régissent, pour réaliser, comme il est théoriquement possible dans une certaine mesure, une suite de mouvements en rapport avec les actes intérieurs des âmes. Force leur est, en effet, d'enfermer dans le mystérieux domaine du sens intime les phénomènes de sensibilité, d'intelligence, de volonté, dont ils admettent la correspondance parfaite à certains mouvements matériels sans leur accorder la moindre influence sur la production de ceux-ci.

3. — *Mais, tout en s'exerçant pleinement, elles sont alors insuffisantes pour déterminer la suite des faits, et nécessitent le concours d'un principe directeur, caractéristique des phénomènes vitaux.*

Je me propose d'établir qu'une pareille conclusion, négatrice de toute vraie et active liberté, de toute influence de la vie sur la matière, est en désaccord avec la logique, et qu'elle n'a pu se produire que par l'omission d'un fait analytique important. Ce fait consiste en ce que

Digitized by Google

es équations différentielles, même parfaitement déterminées, reliant les uns aux autres les états successifs d'un système, sont loin d'être assimilables à des équations finies qui donneraient directement ces états en fonction du temps et des circonstances initiales. En effet, l'intégration introduit fréquemment, dans les quantités dont des équations différentielles font connaître seulement la dérivée ou les accroissements infiniment petits, une indétermination pour ainsi dire illimitée, lorsqu'il existe ce que les géomètres appellent des *solutions singulières*. Les problèmes où l'on étudie l'évolution d'un système matériel se divisent donc, *à priori*, en deux classes, suivant que les intégrales, résultant des lois physico-chimiques qui déterminent à chaque instant la dérivée de l'état actuel, comportent ou ne comportent pas l'indétermination dont il s'agit. Or il est naturel, à première vue, de ne ranger dans la classe régie par un mécanisme complet que les phénomènes de la nature inorganique, les seuls qui, d'après les données du bon sens, aient été abandonnés sans réserve à la domination des lois physico-chimiques.

Ainsi, la présence ou l'absence de solutions singulières, et de la *flexibilité* qu'elles permettent dans l'enchaînement des faits, paraît fournir un caractère géométrique propre à distinguer les mouvements essentiellement vitaux, ceux surtout qui sont volontaires, des mouvements accomplis sous l'empire exclusif des lois physiques. Un être animé serait par conséquent celui dont les équations de mouvement admettraient des intégrales singulières, provoquant, à des intervalles très-rapprochés ou même d'une manière continue, par l'indétermination qu'elles feraient naître, l'intervention d'un *principe directeur* spécial. Ce principe directeur, bien différent du principe vital des anciennes écoles, n'aurait à son service aucune force mécanique qui lui permît de lutter contre celles qu'il trouverait dans le monde ; il profiterait seulement de leur insuffisance, dans les cas singuliers considérés

Digitized by Google

ici, pour influer sur la suite des phénomènes. Inconscient au début de l'existence individuelle, et même toujours en ce qui concerne la vie végétative, mais d'autant plus docile à une loi supérieure ou extra-physique qui nous est encore inconnue, il réaliserait à sa manière, dans chaque animal et dans chaque plante, un type spécifique héréditairement transmis, en employant à cet effet des matériaux communs empruntés au milieu minéral ou à d'autres organismes. Parvenu ensuite, chez l'homme et les animaux supérieurs, à un degré assez avancé de développement, et après avoir acquis des organes suffisamment délicats, c'est-à-dire un système nerveux, il deviendrait sensible à certains rapports de ces organes avec le reste de son corps et avec le monde extérieur, s'éveillerait sous leur choc mutuel, et apprendrait dès lors à diriger sciemment la force physique pour la faire servir à l'accomplissement de desseins prémédités.

Le jeu habituellement trop étroit des lois du mouvement l'empêcherait d'ailleurs de se manifester dans d'autres cas, c'est-à-dire chez les corps privés de vie : en sorte qu'il n'y aurait dans sa manière d'apparaître rien d'irrégulier, rien de fortuit. Tout en agissant avec le caractère de conscience ou d'inconscience, de liberté ou de nécessité, qu'il présente chez les divers êtres vivants, il entrerait en exercice, comme les forces physico-chimiques elles-mêmes, dès que l'occasion lui en serait offerte, ou que certaines conditions déterminées se trouveraient réalisées. Je n'ai pas besoin de faire observer que l'existence de ces conditions n'aurait nullement pour effet de dicter à la volonté son choix : leur réalisation la mettrait, au contraire, en pleine possession d'elle-même, en état de s'abstenir ou d'agir à sa guise.

Digitized by Google

§ II. — CONSIDÉRATIONS SUR LA REPRÉSENTATION ANALYTIQUE DES PHÉNOMÈNES, ET SUR LEUR DIVISION, INDIQUÉE PAR LA THÉORIE, PROUVÉE PAR L'EXPÉRIENCE, EN DEUX CLASSES TRÈS-DISTINCTES.

4. — *Le calcul n'atteint, dans l'explication des phénomèmes, que l'élément géométrique, et ses résultats doivent même être interprétés avec circonspection.*

Tous les phénomènes, physiques ou physiologiques, qui ont pour théâtre l'étendue et qui se développent dans le temps, comportent, à certains égards, une représentation géométrique. Ils ont, sans doute, un fond caché, en général inaccessible à nos moyens de connaître, qui se bornent à nous faire pressentir son existence, parfois cependant entrevu par le sens intime, lorsqu'il est question de certains faits produits dans nos organes. Quand ce que nous percevons ainsi est une sensation, il nous est possible de l'apprécier sous le rapport de la grandeur, en la comparant à diverses sensations de même nature et discernant celles qui lui sont supérieures en intensité de celles qui sont moindres : mode d'évaluation fort imparfait, puisqu'il se borne à ranger des quantités d'une même espèce par ordre de grandeur croissante, sans mesurer leurs intervalles respectifs (1). Mais, outre leur fond obscur, les phénomènes physiques ou physiologiques présentent un côté clair, explicable par des groupements et des mouvements déterminés d'atomes. C'est de ce côté clair, susceptible d'être figuré, que le géomètre s'occupe ; et le physicien

(1) Voir à la fin du mémoire (p. 143), la note I, sur l'évaluation et la loi physiologique des sensations.

Digitized by Google

même lui attribue une importance capitale, car il n'en trouve pas d'autre qui puisse devenir l'objet d'une étude précise, quantitative. Aussi dit-on souvent que les sciences positives tendent à ne montrer dans l'univers que de la matière et du mouvement : maxime vraie en ce sens seulement, que le monde visible n'offre de clair, aux yeux du savant, que les formes et les changements qu'elles éprouvent d'un instant à l'autre, ce qui peut se mesurer et se dessiner, au moins en imagination.

Le mathématicien est d'ailleurs obligé d'imposer au côté géométrique des choses la forme de son esprit, c'est-à-dire d'assimiler les atomes à de simples points, mus dans un espace à trois dimensions, continu et infiniment divisible, pendant que s'écoule un temps également continu et divisible à l'infini. Sa nature intellectuelle lui fait substituer inévitablement, aux quantités ou aux figures réelles qui existent dans le monde et que l'observation ne lui montre pas avec une précision absolue, des quantités abstraites ou des figures idéales, dont les notions lui paraissent seules assez claires pour servir de base à ses raisonnements. L'accord des observations les plus précises avec les conséquences de cette multiple assimilation prouve que les idées ainsi mises en œuvre s'appliquent aux réalités avec une exactitude suffisante, et que, sous ce rapport du moins, l'adaptation de notre esprit aux choses laisse peu à désirer.

Toutefois, le bon sens, faculté d'apprécier un peu vague et presque instinctive, mais n'en résumant que mieux l'impression produite à la longue par le réel sur l'esprit, nous porte à ne pas regarder cette adaptation comme absolument parfaite. Il incline l'ingénieur, le physicien à refuser aux choses la divisibilité à l'infini de la grandeur abstraite, à n'attacher par suite aucune importance, aucune réalité objective même, aux quantités qui sont au-dessous d'un certain degré de petitesse, sans

Digitized by Google

lui permettre cependant de fixer le point où finirait le concret, où commencerait l'abstrait pur.

Par exemple, l'ingénieur, le géographe n'hésitent pas à dire que, de chaque point d'une ligne de *faîte* du sol, il se détache deux lignes ordinaires de plus grande pente, une à droite et l'autre à gauche, alors que le géomètre voit ces deux lignes, prolongées indéfiniment du côté de l'amont, longer le faîte en s'en approchant de plus en plus mais sans s'y réunir complétement, si ce n'est dans le cas exceptionnel où le sol aurait une de ses courbures infinie tout le long du faîte considéré. Le même ingénieur, cherchant la forme du gonflement ou remous produit sur un cours d'eau par la construction d'un barrage, n'est nullement surpris que l'analyse attribue à ce remous, du côté de l'amont, une longueur infinie, avec une hauteur qui tend vers zéro à mesure qu'on s'éloigne du barrage. Il sait que *l'asymptotisme* est, pour deux courbes, un excellent moyen de se souder l'une à l'autre, de se raccorder, quoique l'analyse pure rejette à l'infini ce raccordement (1). Le physicien interprète de même les résultats du calcul, quand il trouve qu'un pendule, une fois mis en mouvement dans un milieu résistant, n'arrive au repos qu'au bout d'un temps infini, ou qu'un corps opaque n'intercepte la lumière que s'il a une épaisseur infinie. D'une manière générale, l'un et l'autre admettent que *l'analyse fait annuler une fonction asymptotiquement, c'est-à-dire pour une valeur infinie de la variable, quand la quantité physique représentée par cette fonction s'évanouit, mais d'une manière trop graduelle pour qu'on puisse fixer, soit l'instant précis, soit l'endroit précis, où elle disparaît.*

(1) Voir à cette occasion, sur les courbes asymptotes, ou plutôt sur les asymptotes rectilignes des courbes, la note II à la fin du mémoire (p. 147).

Digitized by Google

5. — *Expression de l'état statique et de l'état dynamique d'un système de points. Les lois mécaniques déterminent la dérivée du second de ces états en fonction du premier.*

L'état d'un système matériel, sous le rapport de sa figure, de la situation de ses divers atomes M, M_1, M_2, ..., se définit d'ordinaire au moyen des coordonnées de ceux-ci, x, y, z; x_1, y_1, z_1; x_2, y_2, z_2; ....., par rapport à trois axes rectangulaires fixes : les valeurs de ces coordonnées caractérisent ce qu'on appelle *l'état statique* du système.

La figure et la situation dont il s'agit se modifiant en général d'un instant à l'autre, les coordonnées x, y, z, x_1, y_1, z_1, ... sont des fonctions continues du temps t. On peut toujours regarder chacune de ces fonctions comme ayant une dérivée[1], et celle-ci mesure la rapidité de variation de la coordonnée correspondante ou le mouvement de l'atome suivant le sens de cette coordonnée. Les trois dérivées

$$x' = \frac{dx}{dt}, y' = \frac{dy}{dt}, z' = \frac{dz}{dt},$$

par exemple, définissent à chaque instant le mouvement de l'atome M, son *état dynamique :* on les appelle les vitesses du point suivant les axes. Elles déterminent, comme on voit, les accroissements dx, dy, dz reçus, durant un instant infiniment petit dt, par les coordonnées x, y, z de l'atome. Ainsi, de l'état dynamique de chaque point, dépend le changement qu'éprouve son état statique durant un instant infiniment petit.

Une observation attentive des faits a permis de recon-

(1) Voir, à la fin du mémoire (p. 151), la note III, *Sur la possibilité d'attribuer des dérivées à toutes les fonctions continues qui se présentent dans les applications.*

Digitized by Google

naître, qu'à l'inverse, les vitesses, suivant trois axes, de tout point d'un système éprouvent, durant un instant infiniment petit *dt*, des variations parfaitement déterminées dès qu'on donne, outre la direction des axes choisis, l'état statique actuel de ce point par rapport aux autres points avec lesquels il est en relation. En d'autres termes, l'état statique actuel du monde matériel règle les dérivées premières des vitesses de ses divers points, dérivées appelées *accélérations*, et qui sont les dérivées secondes des coordonnées. On peut donc poser, comme premier principe fondamental de la mécanique, que les dérivées secondes, par rapport au temps, des coordonnées de divers atomes mis en présence les uns des autres, égalent des fonctions, parfaitement déterminées par les lois physiques, de ces coordonnées elles-mêmes.

Cette grande loi est l'expression du *déterminisme mécanique*, tel que l'observation des phénomènes dépendant des forces physico-chimiques le révèle au géomètre. Elle fournit à chaque instant, en fonction de l'état statique actuel, la dérivée seconde du même état par rapport au temps, et ne rattache que de cette manière, déjà bien étroite, l'avenir au présent et au passé.

L'observation des phénomènes vitaux nous conduira, il est vrai, à superposer à ce déterminisme mécanique, dans certains des cas où il ne règle pas tout, un *déterminisme physiologique* d'une tout autre nature. Mais ce nouveau déterminisme devra lui-même être prouvé par l'expérience, qui ne manquera pas de lui tracer ses limites.

Les équations différentielles du mouvement d'un système s'obtiennent donc en égalant les dérivées secondes, par rapport au temps, des coordonnées de ses divers points, à des fonctions de ces coordonnées que l'observation est chargée de faire connaître. Si on multiplie les trois équations ainsi obtenues pour chaque atome par un

Digitized by Google

certain coefficient constant, appelé la *masse* de l'atome, les seconds membres des diverses équations de mouvement de tout le système se décomposeront, comme on sait, chacun en autant de parties qu'il y a d'atomes en rapport avec l'un d'eux : une quelconque de ces parties égalera la projection, sur l'axe coordonné auquel l'équation considérée se rapporte, d'une droite menée, à partir du point dont on évalue l'accélération, suivant la ligne qui le joint à un autre point matériel en rapport avec lui ; et la droite dont il s'agit, positive ou négative selon qu'elle est dirigée vers le second point ou dans le sens opposé, égalera d'ailleurs la dérivée, par rapport à leur distance actuelle, d'une certaine fonction de toutes les distances des divers points du système pris deux à deux. Celle-ci est dite la *fonction des forces* ou l'*énergie potentielle* du système : sa dérivée, par rapport à la distance r d'un couple de deux points, s'appelle l'*action mutuelle* ou l'attraction mutuelle (pouvant être soit positive, soit négative) de ces deux points ; elle est finie et continue pour toutes les valeurs finies de r, devient infinie négative pour $r=0$ (à cause de l'*impénétrabilité* de la matière) et tend vers zéro quand r grandit indéfiniment.

Telles sont, en peu de mots, les lois que l'expérience a fait connaître comme applicables à tous les systèmes matériels. Elles permettent d'établir quelques principes simples extrêmement importants, dont les plus employés sont ceux des quantités de mouvement, des moments, des forces vives ou de l'énergie (1) : je n'ai pas ici à les exposer. Mais la fonction des forces elle-même n'a encore été déterminée que d'une manière approximative

(1) Il y a encore le principe du viriel, trouvé par M. Clausius et par M. Yvon-Villarceau. On obtient la formule qui l'exprime en ajoutant les équations de mouvement, après les avoir respectivement multipliées par les coordonnées correspondantes x, y, z, x_1, y_1, z_1, ..., ou plutôt par les excédants de ces coordonnées sur leurs valeurs relatives au repos, quand on étudie les oscillations d'un système de points de part et d'autre de certaines situations d'équilibre stable. Ce principe, utile dans la théorie des mou-

Digitized by Google

ou partielle, et seulement pour des mouvements d'une nature particulière. Les principaux sont: 1° les mouvements des corps célestes et généralement ceux où n'intervient que la *pesanteur,* c'est-à-dire l'action mutuelle de points situés au-delà des très-petites distances auxquelles s'exercent les forces dites vulgairement *actions de contact;* 2° les mouvements perceptibles des solides élastiques peu déformés et des fluides; 3° la plupart des phénomènes relatifs aux gaz permanents.

6. — *Division théorique des phénomènes en deux classes, suivant qu'ils dépendent ou ne dépendent pas des lois mécaniques seules.*

Un système d'équations différentielles, qui fait connaître, en fonction des valeurs actuelles de certaines quantités x, y, z, x', y', z', x_1, y_1, z_1, ..., les variations dx, dy, dz, dx', ..., éprouvées par celles-ci pendant un instant infiniment petit dt, détermine *d'ordinaire,* comme on le sait et comme je le démontre en note [1], la suite des états par lesquels passent ces quantités : en d'autres termes, il définit les variables x, y, z, x', y', z',..... en fonction du temps t et de leurs *valeurs initiales* x_0, y_0, z_0, x'_0, y'_0, z'_0,.... ou valeurs de x, y, z, x',.... à une époque unique, $t = t_0$, choisie d'ailleurs arbitrairement. Les formules qui représentent ainsi, sous forme finie, x, y, z, x', y',.... en fonction de t et x_0, y_0, z_0, x'_0,... sont appelées intégrales générales du système d'équations différentielles; ce qu'elles deviennent quand on y met pour les constantes arbitraires x_0, y_0, z_0,.... leurs

vements vibratoires (où il fournit une relation entre la demi-force vive moyenne et l'énergie potentielle moyenne) n'a pas, cependant, l'importance des principes, plus anciennement connus, des quantités de mouvement, des moments et des forces vives, parce qu'il ne constitue pas, comme eux, une nouvelle intégrale première des équations du mouvement.

(1) Voir la note IV à la fin du mémoire (p. 162).

Digitized by Google

valeurs numériques, données dans chaque cas et variables avec continuité d'un cas aux cas voisins, s'appelle le système d'intégrales particulières convenant à ce cas.

Mais les géomètres savent qu'en outre de toutes les intégrales particulières ainsi obtenues, certaines équations différentielles admettent des solutions d'une nature spéciale, dites *solutions singulières*. Il faut, pour que cela arrive, que, si l'on prend les dérivées premières, par rapport aux fonctions cherchées x, y, z, x',..., des seconds membres des équations différentielles (qui ont pour premiers membres $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, $\frac{dx'}{dt}$, $\frac{dy'}{dt}$,....), quelques-unes au moins de ces dérivées soient infinies pour certaines séries continues de valeurs de x, y, z, x',...; et que, de plus, ces séries de valeurs vérifient les équations différentielles proposées. Les expressions singulières ainsi obtenues pour $x, y,$...sont des fonctions de t et de constantes arbitraires en moindre nombre que celles, x_0, y_0, z_0,..., dont il a été question ci-dessus. La suite des valeurs que x, y, z, x', y',.... y reçoivent, à mesure que t varie, *se sépare*, à un instant quelconque, de la suite pareille de valeurs de x, y, z, x',.... représentée par le système d'intégrales particulières dans lequel ces variables seraient actuellement les mêmes.

Les solutions singulières relient donc les uns aux autres, par des chemins qui satisfont aux équations différentielles proposées, les divers systèmes d'intégrales particulières. Tantôt elles croisent en quelque sorte celles-ci, en donnant à x, par exemple, des valeurs plus grandes, avant le point de raccordement, et plus petites, après, que celles que fournit pour cette variable l'intégrale particulière; tantôt, et c'est même le cas le plus connu, elles les touchent en les *enveloppant* ou sans les couper, c'est-à-dire en donnant à la variable x, par exemple, aux environs du point de raccordement, des

Digitized by Google

valeurs constamment plus grandes ou constamment plus petites que celles que reçoit aux mêmes instants cette variable dans l'intégrale particulière. Les diverses intégrales y conduisent dans la partie de leur cours qui précède le point où elles s'y racccordent, et elles s'en détachent dans la partie suivante. Ces solutions singulières, lorsqu'elles existent, sont donc à la fois des lieux de réunion et des lieux de bifurcation des intégrales particulières. Il faudrait des circonstances très-spéciales, des discontinuités à peu près inadmissibles, pour que les intégrales particulières ne se prolongeassent pas de part et d'autre de leurs points de jonction avec les intégrales singulières, et pour que celles-ci devinssent, par suite, soit seulement des lieux de concentration, ou comme des *veines* où viendraient se terminer, se fondre les intégrales particulières, soit seulement des lieux de bifurcation, ou comme des *artères* d'où elles sortiraient.

En outre des solutions singulières proprement dites, relativement rares, il y a, et bien plus fréquemment, certaines intégrales particulières, que j'appellerai *asymptotes*, dont les autres intégrales particulières se rapprochent indéfiniment, soit dans l'avenir, soit dans le passé, soit dans l'un et dans l'autre, mais en ne s'y réussissant que pour $t = \pm \infty$. Étant donnée une de ces intégrales, il existe toujours une intégrale particulière qui n'en diffère pas sensiblement pour toutes les époques, ou postérieures, ou antérieures, à telle époque déterminée qu'on voudra, et qui en differe cependant, d'une manière très-notable, aux époques précédant ou suivant celle-là. D'après la signification attribuée à l'*asymptotisme* dans les applications de l'analyse aux phénomènes (numéro 4, p. 44), les intégrales asymptotes devront être regardées, suivant les cas, soit comme des lieux de convergence, de réunion, des intégrales particulières, soit comme des lieux de divergence ou de bifurcation, soit enfin comme l'un et l'autre à la fois. Elles se présenteront sans doute

Digitized by Google

quand le raccordement ou la séparation de deux intégrales s'effectuera d'une manière trop graduelle pour que l'esprit puisse en fixer l'instant précis.

Les *solutions singulières proprement dites* et les *intégrales asymptotes* paraissent donc remplir à peu près, quoique avec des nuances différentes, un même rôle, qui consiste à établir, entre les divers systèmes d'intégrales particulières, un passage tout le long duquel les équations différentielles sont aussi bien vérifiées que dans chacun de ces systèmes. Je les qualifierai toutes du nom de *solutions singulières*. Dans les exemples que j'en donnerai au § suivant, les unes et les autres s'obtiendront par le procédé bien connu qui consiste à égaler à l'infini les facteurs d'intégrabilité des équations différentielles proposées. Mais les premières, ou solutions singulières proprement dites, diffèrent des secondes en ce qu'elles sont seules astreintes à rendre infinies quelques unes des dérivées des deuxièmes membres de ces équations par rapport aux fonctions cherchées $x, y, z, x', \ldots$.

Cela posé, et antérieurement à une étude détaillée, impossible dans l'état actuel de la science, des équations générales de mouvement des systèmes matériels, il est clair que le déterminisme mécanique, qui régit directement les accélérations

$$\frac{dx'}{dt}, \quad \frac{dy'}{dt}, \quad \frac{dz'}{dt}, \ldots\ldots$$

ainsi que les dérivées

$$\frac{dx}{dt} = x', \frac{dy}{dt} = y', \ldots\ldots$$

des coordonnées, ne s'étendra à toute la suite effective des valeurs de $x, y, z, x', y', \ldots$. que dans le cas où les équations du mouvement n'admettraient pas de solutions singulières, lieux de bifurcation d'intégrales. Dans les cas où, au contraire, de telles solutions existeront, on pourra,

Digitized by Google

en les employant sur une étendue plus ou moins grande, passer d'une manière souvent très-variée, dans le calcul d'une même suite de phénomènes, d'un système d'intégrales particulières à un autre système pris au hasard sur une infinité; et cela, sans cesser de faire varier ni les accélérations, ni les vitesses, avec continuité, sans cesser, non plus, de vérifier les équations différentielles du mouvement, ainsi que ces équations finies qui s'en déduisent toujours et qui constituent les principes généraux des quantités de mouvement, des moments, des forces vives, ou d'autres encore, s'il en est d'inconnus [1].

La théorie, tout imparfaite qu'elle soit, indique donc, en quelque sorte *à priori*, que les phénomènes de mouvement doivent se diviser en deux grandes classes. La première comprendra ceux où les lois mécaniques exprimées par les équations différentielles détermineront à elles seules la suite des états par lesquels passera le système et où, par conséquent, les forces physico-chimiques ne laisseront aucun rôle disponible à des causes d'une autre nature. Dans la seconde classe se rangeront, au contraire, les mouvements dont les équations admettront des intégrales singulières, et dans lesquels il faudra qu'une cause distincte des forces physico-chimiques intervienne, de temps en temps ou d'une manière continue,

(1) J'observerai, à ce propos, que les auteurs des cours usuels de mécanique ne font aucune difficulté d'étendre aux êtres animés les principes classiques des quantités de mouvement et des moments, dont la généralité absolue est acceptée depuis Newton, ou du moins depuis que l'égalité et l'opposition exacte de la réaction à l'action sont considérées comme toujours vraies. On peut voir, à ce sujet, le *Traité de mécanique rationnelle*, par Delaunay, § 223 (p. 403) et § 229 (p. 412). Or, il n'est guère naturel d'admettre la généralité des deux principes en question, quand on repousse celle des équations de mouvement, comme font, d'une manière plus ou moins inconsciente, certains géomètres, partisans, par instinct, de l'hypothèse des forces vitales. En effet, les théorèmes de la conservation des quantités de mouvement et des moments se présentent comme de simples conséquences de la forme même des équations de mouvement, et il n'est pas logique de maintenir les conséquences lorsqu'on rejette les principes. Pourquoi un être animé resterait-il astreint, dans ses mouvements volontaires, à vérifier ces théorèmes, s'il était dispensé de satisfaire aux équations dont on les déduit? Pourquoi serait-il tenu de laisser la réaction égale et contraire à l'action, s'il lui était loisible de changer l'une et l'autre?

Digitized by Google

sans d'ailleurs apporter aucune part d'action mécanique, mais simplement pour *diriger* le système à chaque bifurcation d'intégrales qui se présentera.

Je donnerai à cette cause le nom de *principe directeur;* et je la qualifierai d'*extra-physique*, pour signifier que, ne changeant absolument rien aux équations différentielles du mouvement, elle ne peut pas être comparée aux forces physico-chimiques que le savant a l'habitude de manier, qu'elle ne peut, en conséquence, être évaluée, ni *statiquement*, par sa mise en équilibre avec ces forces, ni *dynamiquement*, par une accélération qu'elle imprimerait à ses points d'application, ou par un travail qu'elle effectuerait. En un mot, cette cause, par la nature même du rôle qui lui est dévolu, se dérobe à tous les moyens de mesure qu'emploient les mécaniciens, les physiciens et les chimistes. (1)

7. — *Cette division, confirmée par l'expérience, correspond à la distinction des êtres inanimés et des êtres vivants.*

La seconde classe de phénomènes est-elle fictive, absolument vide de faits réels? Et les équations vraies du

(1) On voit que l'épithète « extra-physique », appliquée au principe directeur, n'est nullement synonyme de « extra-naturel ». Je ne regarde pas ici l'adjectif *extra-physique* comme plus exclusif de *naturel* qu'on ne le fait pour le mot *biologique*, ou même pour le mot *physiologique* (devenu synonyme de *biologique*, quoique, au point de vue de l'étymologie, « physique », « physiologique » et « naturel » dussent avoir la même signification). Effectivement, les modernes divisent les sciences *naturelles* en sciences *physiques*, se rapportant aux corps bruts, et en sciences *biologiques* ou *physiologiques*, se rapportant aux corps vivants ou organisés, et qu'ils opposent aux premières. Le sens du mot « physique » est donc devenu, dans le langage précis de la science, beaucoup plus restreint que n'est le sens du mot « naturel ».

Ce dernier mot, même en en délimitant la signification comme le font les physiciens, les chimistes et les naturalistes, me paraît s'appliquer à tous les phénomènes qui ont un côté matériel (c'est-à-dire tombant sous les sens externes ou analogue à ce que perçoivent les sens externes), à tous les phénomènes qui, par conséquent, examinés sous leurs divers aspects, sont reconnus présenter une face comprise dans le domaine de ces savants et accessible à leurs recherches; pourvu que, d'ailleurs, les faits dont il s'agit soient susceptibles, par leur nombre ou surtout par leur répétition indéfinie dans des conditions réalisables, de devenir l'objet d'une étude suivie et de vérifications suffisantes.

Digitized by Google

mouvement ne comportent-elles jamais de solutions singulières, lieux de bifurcations ? C'est surtout l'expérience qui doit, dans l'état actuel de la théorie, encore fort imparfait, répondre à cette question. Puisque elle seule peut, en nous dévoilant peu à peu les lois de la nature, nous conduire à des expressions de plus en plus générales et approchées de la fonction des forces, ou nous permettre par suite d'arriver aux équations du mouvement dont la connaissance serait nécessaire pour une étude détaillée de leurs intégrales, rien n'empêche de la consulter directement sur l'existence des solutions singulières de ces équations. Ne renseigne-t-elle pas souvent l'ingénieur et le physicien, même sur des points qui seraient accessibles au calcul, mais qu'on n'obtiendrait par la voie théorique qu'au prix d'un long travail et de complications excessives ?

Or, le *sens pratique* nous montre, en effet, deux cas, très-importants, et aussi très-généraux (quoiqu'ils ne le soient pas tous les deux de la même manière ni surtout au même degré pour le mécanicien), dans le premier desquels les lois physico-chimiques règlent toute la suite des phénomènes, tandis qu'un principe directeur intervient en plus dans le second. D'une part, il nous apprend que les faits du monde *inanimé* se déroulent suivant des voies qui ne se bifurquent jamais, dont l'enchaînement est même déterminé tout entier par les formules de la mécanique, et où, par conséquent, le géomètre n'a pas à craindre de rester indécis sur la vraie solution lorsqu'il a mis complétement en équation les problèmes. D'autre part, il nous fait connaître, soit la volonté humaine, le *moi* qui juge et qui veut, soit même, jusqu'à un certain point, la volonté animale, capables de changer, à diverses reprises et en dehors de toute prévision scientifique, le cours des phénomènes visibles compris dans leurs sphères d'activité. Ainsi, la *vie* à son état le plus complet, alors qu'elle produit des actes délibérés, inter-

Digitized by Google

vient dans le monde matériel pour y modifier la marche des événements ; et il en est visiblement de même d'une vie moins élevée, mais encore consciente, dont on ne saurait réduire le côté extérieur à une série de phénomènes régis par les forces mécaniques seules.

Mais il y a plus. Le bon sens se révolte, il me semble, à la pensée que les végétaux dépendraient exclusivement des mêmes forces, ou que la botanique serait une branche de la chimie et non de la physiologie. Ainsi, on ne peut guère refuser aux plantes un principe directeur, *extra-physique,* bien qu'il ne semble pas possible de désigner, pour son intervention certaine, des moments aussi précis que ceux où la volonté agit dans l'homme.

L'influence du principe directeur se produit, d'ailleurs, tant dans la vie inconsciente ou végétative, que dans la vie consciente, qui est animale ou humaine, sans changer à aucun moment les équations du mouvement, sans apporter la moindre action mécanique perceptible, autant qu'on a pu en juger par l'expérience. Il est donc naturel, inévitable même, que les équations du mouvement admettent, dans tous les êtres animés, des intégrales singulières, à la faveur desquelles d'autres causes que les forces physico-chimiques puissent et doivent se manifester.

C'est précisément ce que porte à penser l'observation directe, au point de vue chimique, des *êtres organisés,* et spécialement des centres nerveux. Leur composition, éminemment altérable, se prête à des modifications aussi diverses que peu stables, dès que varient les circonstances de température, de milieu, etc. Or, l'existence de solutions singulières, établissant un passage d'un état à un autre état, est évidemment plus admissible dans de pareilles conditions que lorsqu'il s'agit de molécules à affinités énergiques, de molécules placées, en quelque sorte, sur une pente rapide, et qui tendent

Digitized by Google

presque inévitablement vers un état d'équilibre stable entièrement déterminé.

Dans ce dernier cas, et supposé que les molécules dont il s'agit se trouvassent assez près de leur équilibre avec des vitesses modérées, l'existence d'intégrales singulières serait même impossible. On sait en effet que, lorsque des points soumis à leurs actions mutuelles oscillent de part et d'autre de certaines situations d'équilibre stable, les équations de leurs petits mouvements peuvent être approximativement réduites à la forme linéaire. Or, si l'on considère les facteurs d'intégrabilité par lesquels il faut multiplier des équations linéaires simultanées pour que leur somme, immédiatement intégrable, donne les intégrales générales sous leur forme linéaire par rapport aux fonctions inconnues $x, y, z, x', y', \ldots$, on reconnaît que ces facteurs sont des fonctions explicites de la variable indépendante t seule : ils ne peuvent ainsi devenir infinis que pour des valeurs isolées de t. [1] Par suite, les intégrales générales résultent alors nécessairement des équations différentielles, leur sont équivalentes et ne laissent place à aucun autre mode de solution.

Observons à ce propos que les géomètres n'ont guère étudié jusqu'à présent, à part les mouvements des astres assimilés à de simples points ou à des solides rigides, que des oscillations de la matière autour de certaines positions d'équilibre stable. Il n'est donc pas surprenant que les solutions singulières, qui ne se présentent jamais dans l'étude de ces oscillations, non plus que dans le problème du mouvement d'un système de corps obéissant à fort peu près aux lois de Képler, n'aient guère fixé leur attention qu'en géométrie pure, ou soient restées à peu près inaperçues en mécanique.

(1) Voir, à ce sujet, la fin du numéro 5 de la quatrième note complémentaire placée à la suite de ce mémoire (p. 184).

Digitized by Google

8. — *Réflexions sur les divers modes d'action du principe directeur.*

Le principe directeur se comporte évidemment de différentes manières, suivant qu'il s'agit d'actes complétement inconscients, d'actes plus ou moins conscients, enfin d'actes délibérés, produits en pleine lumière. Dans le premier cas, son action est réglée, sans écarts possibles, par des lois supérieures, qu'on peut appeler *lois physiologiques*, et qui sont d'un ordre tout autre que celles qu'expriment les équations différentielles du mouvement. Dans le second cas, son action dépend sans doute de règles moins strictement définies. Enfin, dans le troisième, le témoignage du *sens intime* prouve que les actes sont libres, soustraits à toute prévision scientifique certaine, et qu'ils peuvent être, tantôt indifférents, tantôt conformes et tantôt contraires à la *loi morale* telle qu'elle est comprise par le *moi* qui les effectue. Or ce témoignage est irrécusable au même titre que celui des *sens externes*, lesquels, ne nous faisant après tout connaître *immédiatement* que nos propres sensations, se trouvent compris dans le *sens intime*, ou n'en sont que l'application particulière aux rapports établis entre nous et les objets extérieurs par l'intermédiaire des organes des sens.

La difficulté de reconnaître les moments où le principe directeur entre en activité, dans la vie végétative, tient probablement au *déterminisme physiologique* qui le régit alors et qui, en l'état imparfait de notre science, ne peut plus être distingué du *déterminisme mécanique* dès qu'on entre dans les détails des faits. Peut-être aussi cette difficulté provient-elle de ce que les solutions singulières expliquant les effets, *toujours lents et gradués*, de la vie inconsciente seraient des intégrales-asymptotes, repré-

Digitized by Google

sentatives, dans l'ordre physique, de *longs* raccordements dont on ne peut fixer l'endroit précis ; tandis que les solutions caractéristiques de la vie consciente et libre seraient, au contraire, des intégrales singulières proprement dites.

S'il en est ainsi, l'obscurité profonde qui nous cache les phénomènes purement vitaux, intermédiaires pourtant entre ceux, relativement clairs, de l'ordre physique et de l'ordre intellectuel (1), pourrait bien n'être pas sans rapport avec l'impossibilité où nous sommes de transporter aux choses réelles, en effectuant nettement les petites corrections qui seraient nécessaires, la plupart des notions abstraites des mathématiques, celle, en particulier, de l'*asymptotisme :* elle décèlerait comme une infirmité native de notre esprit, ou une extrême difficulté d'adaptation qu'il éprouverait, à l'endroit de cette classe spéciale de réalités qui sépare le physique du moral ou de l'intellectuel, qui tient, en quelque sorte, le milieu entre le monde de la matière brute et celui de la pensée.

A un autre point de vue, l'intégrale asymptote se rattache tout à la fois à l'intégrale particulière, dont elle est un cas extrême, et à la solution singulière proprement dite: elle semble établir, de l'une à l'autre, la même transition que la plante réalise du minéral à l'animal. Et comme l'asymptotisme peut être peu rapide ou très-rapide, de même que le sommeil de la vie inconsciente ou incomplétement consciente peut être plus ou moins profond, qu'il peut s'éloigner plus ou moins de l'état de veille, cette transition comporte de part et d'autre une infinité de degrés, rendant toute ligne de démarcation, entre le minéral, la plante et l'animal, très-difficile, sinon impossible à établir.

(1) Comme l'a remarqué l'éminent géomètre philosophe M. Cournot, au tome premier, p. 329, du traité *De l'enchaînement des idées fondamentales dans les sciences et dans l'histoire.*

Digitized by Google

9. — *Conciliation du déterminisme mécanique, du déterminisme physiologique et de la liberté morale.*

En résumé, dans le mode d'explication des faits naturels dont je viens d'esquisser les grandes lignes d'après des données positives de l'observation et du calcul, le vrai déterminisme mécanique n'est limité par rien : il ne se trouve jamais en conflit, ni avec le déterminisme physiologique, ni avec la liberté morale. Ces deux principes supérieurs ne l'empêchent, dans aucun cas, d'accomplir pleinement son rôle, qui est de régler à chaque instant les *accélérations* de tous les points matériels existant dans l'univers, d'après les lois de la composition de leurs actions réciproques égales à certaines fonctions de leurs distances. Tout être vivant, plongé dans un monde minéral qui lui est antérieur, empruntant peu à peu à ce monde les molécules constitutives de ses organes et soumis à ses influences si variées, est tenu avant tout de se conformer aux lois qu'il y trouve établies. Le principe directeur qui lui est spécial vient seulement compléter celles-ci, dans des cas, où, bien que s'exerçant pleinement, elles sont impuissantes à déduire l'avenir du présent, à tracer aux phénomènes une voie complétement fixée. Les cas particuliers dont il s'agit, représentés par les intégrales singulières des équations de mouvement, et les seuls où il y ait place pour le principe directeur, rendent d'ailleurs son intervention aussi nécessaire alors que celle des forces physico-chimiques elles-mêmes : ils font donc de lui un agent aussi naturel que ces forces, quoique il ne leur ressemble nullement par son mode d'action.

Comme le principe directeur est régi lui-même, dans ses actes inconscients ou non délibérés, par les lois supérieures qui assurent la conservation des types physiques

Digitized by Google

et moraux des diverses espèces animées, un déterminisme physiologique et psychologique vient se greffer, en quelque sorte, sur le déterminisme mécanique. Mais le sens intime nous prouve qu'il ne règle pas tout, et qu'il laisse un champ encore très-vaste à l'activité libre des êtres capables de réflexion.

Les équations de mouvement de l'organe de la pensée admettent donc des intégrales singulières ; et ces intégrales sont, pour le géomètre, l'expression de l'influence du moral sur le physique, le terrain mystérieux où se correspondent et se touchent, en quelque sorte, deux ordres de coexistences perçus cependant comme très-distincts, l'ordre géométrique ou matériel, d'une part, étendu dans l'espace, l'ordre psychologique et moral, d'autre part, comprenant cette riche trame de sentiments, de pensées et de volitions dont le croisement et la succession constituent le merveilleux spectacle de notre vie intérieure. C'est de ce terrain, le seul où il puisse prendre pied sans cesser d'être libre, que l'esprit, dépourvu de toute force matérielle, parvient à régner dans le monde des corps, à diriger et à dompter les unes par les autres les puissances aveugles qui se le disputent. C'est de là qu'il modifie l'ordre géométrique des choses, sans être tenu de puiser dans leur état actuel le principe de ses déterminations, en se guidant même sur la prévision d'un avenir qui n'existe encore que pour lui, et en réalisant des plans idéalement conçus en vue d'une fin désirée.

Le champ de la liberté, constitué par certaines des intégrales singulières des équations de mouvement, paraît, il est vrai, extrêmement restreint à côté de celui du déterminisme mécanique, qui comprend toutes les intégrales particulières de ces équations, bien restreint même à côté du champ du déterminisme physiologique et psychologique, qui règle tous les actes vitaux, sensi-

Digitized by Google

tifs, etc., indépendants de la volonté. Mais il n'en est pas moins suffisant pour faire du *moi* un agent *moral* et *responsable*. Au reste, l'unité du sujet pensant, sa manière de délibérer et de choisir, ne permettent, en effet, de supposer dans chaque être organisé intelligent qu'une suite d'actes libres, séparés par des intervalles de repos ou ne constituant pas même une série *linéaire* continue ; tandis que les autres faits de l'organisme, les uns, totalement inconscients, les autres, vaguement perçus, comprennent, au contraire, un nombre incalculable de séries simultanées.

10. — ***La liberté morale doit être comptée parmi les causes qui se trouvent masquées dans les grands nombres ; les lois de la statistique ne prouvent rien contre elle.***

Une des plus fortes objections qu'on ait élevées contre la doctrine de la liberté morale est celle qui se tire de la constance, ou du moins de la lenteur relative de variation, des nombres de crimes, d'actes individuels de toute nature, qu'une grande association humaine voit se produire chaque année. Ces nombres, expression d'effets très-complexes, ne changent notablement, d'une époque à l'autre, que dans la mesure où se modifient en même temps l'état physique moyen et l'état moral moyen de la société qui les enregistre dans son sein. Parmi les causes qui entrent en part dans leur formation, celles-là seules y paraissent, ou ne sont pas masquées, qui agissent bien plus souvent dans un sens que dans le sens contraire. Or la liberté morale n'est évidemment pas de ce nombre. Il est de son essence même de n'être portée par aucune raison déterminante à choisir tel parti plutôt que tel autre ; seuls, les mobiles qui éclairent ou se disputent son choix, mais avec lesquels il faut se garder de la confondre elle-même, permettent de prévoir dans chaque

Digitized by Google

cas, avec une probabilité plus ou moins grande, la détermination qui sera prise.

Il est donc naturel que son influence *propre* s'élimine, en majeure partie, des *grands nombres* que recueille la statistique, à l'exception de l'influence de quelques volontés singulièrement puissantes. Tout en ayant dans le détail des actes un rôle considérable et même prépondérant, sur lequel se fondent le *mérite* ou le *démérite* individuels, elle n'a presque d'autre effet général que de modifier graduellement ces grands nombres, d'année en année, dans la proportion même où elle change l'état moyen de la société.

Digitized by Google

§ III. — EXEMPLES DE SOLUTIONS SINGULIÈRES DANS DES QUESTIONS DE MÉCANIQUE ; ELLES NE S'Y PRÉSENTENT QUE POUR CERTAINS MODES D'ÉTAT INITIAL, DE MANIÈRE A EXPLIQUER LES FAITS VITAUX SANS QUE LES PROBLÈMES CESSENT D'ÊTRE ORDINAIREMENT DÉTERMINÉS.

---

11. — ***Considérations sur le problème réel des mouvements vitaux et sur sa complication. Nous ne pourrons étudier en détail que des cas fictifs bien plus simples.***

Je désirerais pouvoir montrer sur quelques exemples comment les équations de mouvement d'un système de points admettent parfois des solutions singulières, et comment la détermination de la suite du mouvement exige alors, en outre des lois physico-chimiques exprimées par ces équations, l'intervention d'un *principe directeur* spécial. Mais, d'après une raison *a posteriori* exposée au numéro 7, le cas dont il s'agit ne doit guère être réalisé par la nature que chez les êtres animés qu'observe le physiologiste, c'est-à-dire dans les systèmes matériels appelés *organismes vivants*. Or c'est précisément pour de tels systèmes que les équations différentielles paraissent présenter le plus haut degré de complication ; et il est peu probable qu'on puisse de longtemps songer à trouver leur forme, encore moins à les intégrer. Je serai donc réduit ici à me contenter d'exemples fictifs : je les choisirai aussi simples que possible et conformes aux principes généraux de la mécanique, propres, par suite, autant que nous pourrons en juger, à donner une idée juste de la manière dont la vie, à ses divers états, influe sur les choses du monde visible sans y porter le trouble.

Digitized by Google

Avant d'exposer ces exemples, et afin de diminuer nos regrets de l'abandon dans lequel nous semblerons laisser le problème réel, arrêtons-nous un instant à sonder les difficultés de ce problème, qui aurait pour objet l'explication analytique des phénomènes matériels de la vie. Il faudrait évidemment y tenir compte, à la fois, des actions intérieures de l'organisme et des réactions exercées continuellement sur ses diverses parties par le milieu ambiant. Ces réactions ne pourraient pas d'ailleurs être supposées, avec une approximation suffisante, exprimables en fonction explicite du temps, si ce n'est peut-être dans quelques cas restreints : car elles dépendent à à toute époque des situations relatives des atomes en présence et, par conséquent, de toutes les causes, y compris le principe directeur, qui ont réglé la suite des changements survenus dans le système jusqu'à l'époque considérée. Mais ce n'est pas tout; outre des échanges d'énergie, il se produit à chaque instant, à travers la surface d'un corps animé, des échanges de matière entre le dehors et le dedans. Or ceux-ci, quoique ne renouvelant qu'au bout de temps très-notables les matériaux des rouages les plus actifs, sont assez abondants pour qu'un organisme ne puisse pas être assimilé à un système matériel composé toujours des mêmes molécules : il faudrait le rapprocher, dans une certaine mesure, de ces systèmes à substance rapidement changeante, dont le type nous est fourni par le nuage *fixe* que le sommet froid d'une montagne condense au milieu d'un grand vent, ou, plus simplement, par une onde de forme stable, propagée au sein d'un liquide en repos, et qui impose certaines vitesses, avec un certain mode de groupement, à une matière sans cesse renouvelée.

Ce n'est sans doute qu'à ce rajeunissement continuel des organes, à la réaction exercée par les particules nouvellement introduites, pendant le temps qu'elles em-

Digitized by Google

ploient à passer de l'état d'aliments à l'état de résidus épuisés, que la vie doit de pouvoir se soutenir à travers les phases successives qu'elle parcourt. Tel, l'oiseau, pour ne pas tomber, est obligé de transmettre à l'air le mouvement descendant dû à son propre poids, et même de le communiquer à des couches atmosphériques toujours nouvelles, faute de pouvoir imprimer à celles-ci, pendant le temps qu'il les touche, une vitesse supérieure à la limite que comporte le degré de vigueur de ses ailes. On dirait que les êtres animés ont besoin de s'appuyer sur des résistances analogues, nées de mouvements incessamment transmis à de nouvelles portions de matière, pour se maintenir dans l'instabilité physico-chimique hors de laquelle il n'y a que la mort, c'est-à-dire le règne des lois mécaniques seules. Ce seraient donc ces résistances, variables avec l'état d'exaltation des fonctions vitales et se proportionnant, entre certaines limites, aux besoins de chaque instant, qui constitueraient le pouvoir de conservation de la vie, son moyen de défense contre les causes de destruction, et qui assureraient pendant un temps plus ou moins long l'existence de l'individu ou surtout celle de l'espèce.

Il ne faut pas d'ailleurs s'exagérer l'analogie du mécanisme de la vie avec celui de la propagation d'un mouvement ondulatoire, où nous trouvons l'exemple le plus simple d'un état dynamique persistant sous une matière changeante. Dans le choc d'une bille élastique contre une série d'autres billes de même grandeur, dans une onde sonore condensée qui progresse, dans une intumescence liquide propagée le long d'un canal, etc., le mouvement est transmis, à peu près intégralement, d'une bille ou d'une tranche matérielle aux suivantes, grâce à une compression ou à une surélévation de niveau croissantes, qui font d'abord prédominer sur chaque tranche les impulsions exercées d'arrière en avant et communi-

Digitized by Google

quent à la tranche une certaine vitesse, suivies d'une détente ou d'un abaissement également croissants, pendant lesquels les impulsions d'avant en arrière, prédominant sur chaque tranche, ralentissent son mouvement et la ramènent enfin au repos. Toutes les parties d'une même tranche entrent à la fois dans le système mobile et en sortent à la fois. Au contraire, les différents matériaux que s'assimile un organisme emploient des temps très-inégaux à le traverser. De plus, les couches élastiques successivement atteintes et puis délaissées par une onde se trouvent finalement dans le même état physico-chimique qu'au début; en sorte que l'onde n'est guère un agent de transformation qu'en ce sens, qu'elle a fait avancer, d'une petite quantité constante, un nombre de plus en plus grand de couches, savoir, celles qu'elle abandonne après s'en être servi pour transporter plus loin l'énergie qui la constitue. Or il faut avouer qu'une telle transformation est une bien pâle image des *fermentations,* aussi variées qu'incessantes, sans lesquelles la vie n'est pas possible et qui persistent même un certain temps après la mort.

Toutefois, et comme si l'analogie devait se continuer jusqu'au bout malgré ce qu'on y sent de défectueux, l'imperfection d'élasticité, les frottements, etc., usent peu à peu l'énergie d'une onde, jusqu'à ce qu'ils l'aient dissipée ou éteinte, après avoir fait passer la forme de l'onde par diverses phases dont la dernière est de beaucoup la plus longue; de même qu'une cause inconnue d'épuisement amène la mort naturelle, quand l'organisme a dépensé tout son pouvoir d'évolution qu'il avait comme prodigué durant les premières périodes de l'existence (1).

(1) Voir, par exemple, dans mon *Essai sur la théorie des eaux courantes* (Recueil des savants étrangers de l'Académie des Sciences de Paris, tome XXIII, p. 387 et 402; tome XXIV, p. 35 et 51), la manière dont une *onde solitaire* ce une *houle* évoluent ou *se règlent* en diverses circonstances, quant à leurs formes et à leurs dimensions.

Digitized by Google

12. — *Des solutions singulières qui se présentent dans le problème du mouvement d'un corps pesant le long d'une route infiniment polie.*

Je commencerai par le problème de mécanique le plus simple, ce me semble, qui comporte des solutions singulières, je veux dire celui du mouvement d'un petit corps pesant le long d'une courbe fixe infiniment polie. Quoique les résultats en soient presque évidents et faciles à se représenter, il est peut-être le plus abstrait de ceux que j'étudierai, à cause de la supposition qu'on y fait de l'absence de tout frottement. Cette hypothèse revient, en effet, à admettre que la très-petite déformation instantanée, produite à chaque moment par le corps mobile sur la courbe fixe, est parfaitement symétrique de part et d'autre d'une normale menée à cette courbe, et que, par suite, la réaction totale exercée sur le point mobile est dirigée suivant la même normale ou n'a pas de composante dans le sens de la tangente à la trajectoire. Or, on sait qu'une telle symétrie n'est guère possible qu'aux sommets de la courbe ou au fond de ses creux, et, encore, seulement quand le point pesant s'y trouve tout à fait en repos. Quoi qu'il en soit, les géomètres sont très-familiarisés avec ce problème, dont les hypothèses approchent d'autant plus d'être réalisées que la route matérielle sur laquelle glisse ou roule le corps pesant est plus rigide et plus polie.

Je prendrai pour plan des xy un plan horizontal tangent à la courbe donnée et pour axe des z la normale au point de contact, dirigée vers en bas. Je supposerai, de plus, la courbe définie par une relation entre l'ordonnée z de chaque point et l'arc s, compté, depuis l'origine jusqu'à ce point, positivement quand on le parcourt dans un certain sens à l'instant où on quitte l'origine, négati-

Digitized by Google

vement dans le cas contraire. On sait que l'accélération tangentielle $\frac{d^2 s}{dt^2}$ égale à chaque instant la projection $g \frac{dz}{ds}$ de la gravité g sur la tangente à la trajectoire. L'équation du mouvement est donc

$$1) \qquad \frac{d^2 s}{dt^2} = g \frac{dz}{ds}, \quad \text{ou} \quad \frac{dv}{dt} = g \frac{dz}{ds} = \frac{g}{v} \frac{dz}{dt},$$

v désignant la vitesse $\frac{ds}{dt}$. Multiplions cette relation (1) par le facteur $2v$, qui ne devient jamais infini, et par le facteur dt ; puis intégrons le résultat, et déterminons la constante arbitraire au moyen des conditions d'état initial, par exemple, dans l'hypothèse que le mobile soit parti de l'origine, ou puisse y arriver, avec une certaine vitesse v_0. Il viendra l'équation, bien connue, des forces vives

$$(2) \qquad v^2 = 2gz + v_0^2 \quad \text{ou} \quad \frac{ds}{dt} = \pm \sqrt{2gz + v_0^2}.$$

Elle a généralement un peu plus d'étendue que l'équation (1) ; car elle peut admettre des solutions,

$$v = 0 \text{ (pour } t \text{ variable avec continuité)},$$

étrangères à (1) et introduites à la faveur du facteur $2v$ qui a permis d'intégrer.

Soit

$$(3) \qquad z = \frac{1}{2g} f(s)$$

l'équation donnée de la trajectoire. L'intégrale première (2) équivaudra donc à

$$(4) \qquad \frac{ds}{dt} = \pm \sqrt{f(s) + v_0^2} ;$$

Digitized by Google

ce qui revient à écrire

$$\sqrt{f(s) + v_0^2}\left[dt \mp \frac{ds}{\sqrt{f(s) + v_0^2}} \right] = 0.$$

On y satisfait : 1° soit en annulant la quantité entre parenthèses, et posant par suite

$$t = \pm \int \frac{ds}{\sqrt{f(s) + v_0^2}} + \text{une constante } c, \tag{5}$$

durant tout intervalle de temps pendant lequel la vitesse v reste positive ou négative ; 2° soit en annulant au contraire l'inverse, $\sqrt{f(s) + v_0^2}$, du facteur $\frac{1}{v}$ d'intégrabilité, ce qui donne l'équation

$$f(s) + v_0^2 = 0, \quad \text{ou } v = 0. \tag{6}$$

Celle-ci comprend toutes les solutions singulières de (4). On voit qu'elle n'est satisfaite que pour certaines valeurs déterminées de s; de manière que les diverses intégrales singulières de (4) sont de la forme

$$s = \text{constante (quel que soit } t).$$

Mais, comme il se peut que ces solutions, $s = \text{constante}$, correspondant à $v = 0$, soient précisément celles qui rendent l'équation (2) plus générale que (1), on devra les écarter si elles ne vérifient pas l'équation différentielle (1) du mouvement, c'est-à-dire si elles ne donnent pas

$$\frac{dz}{ds} = 0 \text{ ou } f'(s) = 0. \tag{7}$$

En d'autres termes, les points où la vitesse s'annule,

Digitized by Google

en vertu des conditions initiales, doivent être au nombre de ceux où la tangente est horizontale, et qui sont des positions naturelles d'équilibre du mobile, pour qu'on obtienne une intégrale singulière de l'équation du mouvement en exprimant que le mobile y reste fixé. Si la constante v_0 n'a pas précisément une valeur telle, que la vitesse s'annule en un de ces points, le problème n'admettra aucune intégrale singulière.

En résumé, *les solutions singulières cherchées correspondent aux positions d'équilibre où le mobile arrive sans vitesse;* celles-ci peuvent être, soit des sommets de la courbe, soit des points d'inflexion où la tangente est horizontale et que le mobile atteint en venant d'en bas, soit enfin, plus exceptionnellement, des points singuliers (multiples, de rebroussement, etc.), ayant une ou plusieurs tangentes horizontales. J'appellerai *points d'arrêt* de telles positions; la vitesse et l'accélération y seront les mêmes dans le mouvement représenté par l'intégrale générale (5) que dans la solution singulière s = constante; en sorte que le mobile pourra, au gré du principe directeur, et sans que la loi physique (1) soit violée, s'y arrêter pendant un temps *quelconque*, puis effectuer son départ, *arbitrairement*, du côté vers lequel les s croissent ou du côté opposé, du moins dans le cas ordinaire où le point d'arrêt considéré est un sommet. Lorsque c'est un point d'inflexion, le mobile, ne pouvant que descendre, devra revenir sur ses pas; mais *l'instant du départ* restera au *choix* du principe directeur. Enfin, si c'est un point singulier, le choix portera également sur la branche de courbe qui deviendra la nouvelle trajectoire. Les points d'arrêt seront donc le *siége* du principe directeur, la région où se trouvera localisé son pouvoir, qui ne s'exercera que là sur le mobile.

Il y aura d'autant plus de points d'arrêt que la courbe possèdera, au niveau où la vitesse est nulle, plus de

Digitized by Google

sommets, et de points d'inflexion ou singuliers à tangente horizontale, reliés les uns aux autres, ou chacun d'eux à lui-même, par des arcs situés au-dessous du plan horizontal qui les contient. Ces arcs pourront être en nombre aussi considérable qu'on voudra, surtout si, la courbe étant plane ou gauche, les points d'arrêt sont des intersections d'un degré élevé de multiplicité, d'où rayonneront diverses branches tangentiellement à un même plan horizontal. Il est évident que, dans ce dernier cas, et quelques nombreuses que soient les tangentes ainsi que les branches qui ont tangente commune, le principe directeur pourra choisir, après chaque station, l'arc de courbe sur lequel devra s'engager le mobile.

Qu'il y ait un seul point d'arrêt, ou plusieurs points d'arrêt susceptibles d'être atteints successivement par le corps, il importe de distinguer le cas où toutes les branches descendantes, émanées de ces points, remontent ensuite tout au moins à leur niveau de départ, du cas où quelques-unes se prolongent indéfiniment en dessous. Dans le premier cas, les arrêts se succèdent sans fin, soit que le mobile stationne aux points extrêmes de sa course, soit que, tiré en arrière à ces endroits, il revienne sur ses pas sans que son accélération s'y soit annulée. Le principe directeur ne cesse donc jamais d'être nécessaire, et la loi physique du mouvement, en ramenant indéfiniment le mobile aux points où siège son pouvoir, rend possible, à certains égards, l'exercice de ce pouvoir, bien loin de le gêner. Dans le second cas, au contraire, toute intervention du principe directeur cesse dès que le mobile s'est engagé le long d'une branche descendante qui ne remonte plus au niveau où la vitesse est nulle; à partir de ce moment, le système est comme *mort*, ou livré exclusivement aux forces mécaniques seules.

Digitized by Google

13. — *Distinction des intégrales-asymptotes et des solutions singulières proprement dites.*

Il nous reste à voir actuellement à quel caractère on reconnaîtra si un point d'arrêt est atteint au bout d'un temps assignable par le mobile qui en approche, ou s'il n'est atteint qu'asymptotiquement, c'est-à-dire de manière que le mobile n'y arrive, *au point de vue abstrait,* qu'au bout d'un temps infini, et ne s'en sépare de même, dans le cas où on l'y supposerait d'abord placé, qu'au bout d'un temps infini. L'intégrale correspondante $s =$ constante sera évidemment une solution singulière proprement dite, quand le temps employé par le corps à parvenir au point d'arrêt ou à le quitter aura une valeur déterminée ; elle sera une intégrale asymptote, quand l'analyse présentera, au contraire, ce temps comme infini.

Pour simplifier, convenons de compter les arcs s à partir du point d'arrêt considéré, et positivement le long de la branche de courbe où se trouve le corps. La constante v_0 étant alors nulle, puisque le mobile arrive sans vitesse à l'origine choisie, les deux relations (6) et (7) exigeront qu'on ait

(7 *bis*) $$f(0) = 0, \quad f'(0) = 0.$$

J'admettrai que, pour s positif et très-petit, la fonction positive $f(s) = 2gz$ soit comparable au produit d'une certaine puissance, s^{2m}, de s par une certaine puissance, $\left(\log \frac{a}{s}\right)^{2k}$, du logarithme naturel de $\frac{a}{s}$, a désignant une ligne constante quelconque. Si le point d'arrêt considéré est un sommet ne présentant rien de particulier, z sera simplement, comme on sait, de l'ordre de s^2, en sorte

Digitized by Google

qu'on aura $k=0$, $m=1$. On peut donc poser plus généralement

$$2gz = f(s) = \varphi(s)\left(\log\frac{a}{s}\right)^{2k} s^{2m}, \tag{8}$$

$\varphi(s)$ désignant une fonction qui n'est, ni nulle, ni infinie, pour $s=0$. Soit $\varphi(0) = K^2$, et cette expression de $f(s)$ deviendra sauf erreur relative négligeable, aux points, très-voisins de l'origine, que nous aurons à considérer,

$$2gz = f(s) = K^2\left(\log\frac{a}{s}\right)^{2k} s^{2m}. \tag{8 bis}$$

Dans celle-ci, l'arc s pourrait d'ailleurs être remplacé, sans erreur relative appréciable, par une abscisse comptée à partir du sommet le long de la tangente horizontale; en sorte que la relation (8 *bis*), existant à fort peu près entre deux coordonnées rectilignes, représente bien une certaine ligne, quels que soient k et m, pourvu que $f(s)$ et $f'(s)$ s'annulent pour $s=0$ comme on le suppose. Je différentierai l'équation de la courbe sous cette dernière forme (8 *bis*); ce qui sera permis si l'on admet que la petite partie négligée de $f(s)$ ne varie pas, aux environs de l'origine, beaucoup plus vite que la partie principale. Il viendra

$$f'(s) = 2K^2 s^{2m-1}\left[m\left(\log\frac{a}{s}\right)^{2k} - k\left(\log\frac{a}{s}\right)^{2k-1}\right]. \tag{9}$$

Comme la deuxième condition (7 *bis*) oblige le second membre de (9) à s'annuler pour $s=0$, l'exposant $2m-1$ ne pourra jamais être négatif. Car, en supposant même k négatif aussi, de manière à faire annuler à la même limite le facteur $\left(\log\frac{a}{s}\right)^{2k}$, le second membre de (9), s'il était comparable à un produit de la forme $\left(s^{\alpha}\log\frac{a}{s}\right)^{2k}$,

Digitized by Google

avec $\alpha > 0$, deviendrait infini, et non pas nul, pour $s = 0$; on sait, en effet, que le logarithme d'une variable $\frac{a}{s}$, indéfiniment croissante, est infiniment moins grand que toute puissance positive $\left(\frac{a}{s}\right)^{\alpha}$ de la même variable, ou que, par suite, son produit par s^{α} est infiniment petit. Il est, de plus, évident que l'hypothèse $2m - 1 = 0$ ou $m = \frac{1}{2}$ ne donne $f'(0) = 0$ qu'autant que k est négatif. Donc, *à part ce cas particulier,* $m = \frac{1}{2}$ *et* $k < 0$, on devra prendre

$$m > \tfrac{1}{2}. \tag{10}$$

Alors, la dérivée première $f'(s)$ s'annulera bien pour $s = 0$, quels que soient le signe et la grandeur de k. Quant à l'expression de $f(0)$, elle s'annule pour toutes les valeurs positives de m; ainsi, il n'y a pas à s'occuper de la première condition (7 *bis*), vérifiée toutes les fois que la seconde l'est.

Cela posé, et s désignant le très-petit chemin qui, à l'époque t, reste à parcourir pour que le mobile atteigne l'origine, la formule (5), prise avec le signe inférieur à cause de $v < 0$, donnera

$$dt = \frac{-\,ds}{\sqrt{f(s)}}, \tag{10 bis}$$

ou bien, en remplaçant $f(s)$ par sa valeur approchée (8 *bis*) et appelant ensuite εk un très-petit exposant, d'ailleurs quelconque,

$$dt = \frac{-\,s^{-m}\,ds}{K\left(\log\frac{a}{s}\right)^{k}} = \frac{-\,s^{-(m \mp \varepsilon k)}\,ds}{K\left(s^{\mp \varepsilon}\log\frac{a}{s}\right)^{k}}. \tag{11}$$

La somme des valeurs de dt, jusqu'au moment où s

Digitized by Google

s'annulera et où le mobile atteindra le point d'arrêt, a donc pour valeur l'intégrale définie

$$(12)\qquad \int_0^s \frac{ds}{\sqrt{f(s)}} = \frac{1}{K(1-m\pm\varepsilon k)} \int_{s=0}^{s=s} \frac{d.s^{1-m\pm\varepsilon k}}{\left(s^{\pm\varepsilon}\log\frac{a}{s}\right)^k}$$

Distinguons actuellement les trois cas $m<1$, $m>1$, $m=1$.

Si m est moindre que 1, ε pourra être choisi assez petit pour que l'exposant $1-m\pm\varepsilon k$ soit positif; et alors, en prenant, au dénominateur, ε avec un signe contraire à celui de k, ou tel, que $\left(s^{\pm\varepsilon}\log\frac{a}{s}\right)^k$ devienne infini pour $s=0$, ce dénominateur ne descendra pas au-dessous d'un certain nombre fini M pour les très-petites valeurs de s que l'on considère. Par suite, l'intégrale (12) sera moindre que la quantité

$$\int_{s=0}^{s=s} \frac{d.s^{1-m\pm\varepsilon k}}{KM(1-m\pm\varepsilon k)} = \frac{s^{1-m\pm\varepsilon k}}{KM(1-m\pm\varepsilon k)},$$

qui tend vers zéro en même temps que s. Donc, le point d'arrêt correspond toujours à une solution singulière proprement dite quand m est plus petit que 1, ou quand l'exposant $2m$ est compris entre 1 et 2

Dans le cas contraire où m est supérieur à l'unité, on peut choisir ε assez petit pour que l'expression $1-m\pm\varepsilon k$ soit négative; et le dernier membre de (12), si l'on y prend, au dénominateur, ε avec le signe de k, est visiblement infini. En effet, ce dénominateur $\left(s^{\pm\varepsilon}\log\frac{a}{s}\right)^k$, nul pour $s=0$, sera inférieur à un nombre fini M pour les très-petites valeurs de s. L'intégrale (12) est donc plus grande que

$$\int_{s=s}^{s=0} d\,\frac{1}{KM(m-1\mp\varepsilon k)\,s^{m-1\mp\varepsilon k}} = \infty.$$

Digitized by Google

Ainsi, le point d'arrêt correspond à une intégrale asymptote quand m est plus grand que 1, ou quand l'exposant $2m$ est supérieur à 2.

Enfin, dans le cas intermédiaire où l'on a précisément $m = 1$, la formule (11) donne

$$(13) \qquad dt = \frac{1}{K} \frac{d \log \frac{a}{s}}{\left(\log \frac{a}{s}\right)^k} = \frac{1}{K(k-1)} d \frac{-1}{\left(\log \frac{a}{s}\right)^{k-1}}.$$

Si le nombre k est supérieur à l'unité, la somme des valeurs de dt, jusqu'au moment où s s'annule et où $\frac{a}{s}$ devient infini, se trouve donc exprimé par

$$\frac{1}{K(k-1)\left(\log \frac{a}{s}\right)^{k-1}},$$

quantité finie, qui tend vers zéro en même temps que s. Si l'on a, au contraire, $k = 1$ ou $k < 1$, l'intégrale indéfinie, devenue

$$\text{soit } \frac{1}{K} \log \left(\log \frac{a}{s}\right), \quad \text{soit } \frac{1}{K(1-k)} \left(\log \frac{a}{s}\right)^{1-k},$$

grandit au-delà de toute limite pour $s = 0$. Donc, dans le cas intermédiaire $m = 1$, le point d'arrêt correspond à une solution singulière proprement dite ou à une intégrale-asymptote, suivant que l'exposant $2k$ est ou n'est pas supérieur à 2.

La dérivée seconde de $f(s)$, obtenue en différentiant la formule (9), a pour expression

$$f''(s) = 2K^2 s^{2m-2} \left[m(2m-1) \left(\log \frac{a}{s}\right)^{2k} - k(4m-1) \left(\log \frac{a}{s}\right)^{2k-1} + k(2k-1) \left(\log \frac{a}{s}\right)^{2k-2} \right].$$

Digitized by Google

Comme s ne reçoit que de très-petites valeurs, le polynome affecté des puissances décroissantes de $\log \frac{a}{s}$ peut être réduit à son premier terme, et il vient simplement :

$$(14)\quad \begin{cases} f''(s) = 2m(2m-1)\,K^2 \left(\log \frac{a}{s}\right)^{2k} s^{2m-2} & (\text{pour } 2m > 1), \\ f''(s) = -2k\,K^2 \left(\log \frac{a}{s}\right)^{2k-1} s^{-1} & (\text{pour } 2m = 1). \end{cases}$$

A la limite $s = 0$, cette dérivée seconde s'annule si $2m$ est >2; elle devient infinie si $2m$ est <2, et, dans le cas intermédiaire $2m = 2$, elle devient nulle, finie ou infinie, suivant que k se trouve négatif, nul ou positif. Elle est donc infinie, comme il le fallait bien d'après une loi énoncée au numéro 6 (page 49), toutes les fois que le point d'arrêt correspond à une solution singulière proprement dite; et elle l'est même dans quelques-uns des cas où ce point corrrespond à une intégrale-asymptote, savoir, quand on a $m = 1$ et k positif ne dépassant pas 1. Comme d'ailleurs $f''(s)$ est le produit du facteur constant $2g$ par la dérivée seconde $\frac{d^2 z}{d s^2}$, dont le carré est un des trois termes qui entrent dans l'expression connue,

$$\left(\frac{d^2 x}{d s^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{d s^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{d s^2}\right)^2,$$

du carré de la courbure de la trajectoire, on voit *qu'un point d'arrêt ne peut correspondre à une solution singulière proprement dite, qu'autant que la courbe décrite par le mobile est affectée, en ce point, d'une courbure infinie. Il faut, du reste, observer que cette condition n'empêche nullement la tangente d'y être horizontale* (1).

(1) De même, sur une surface, une ligne de *faîte* ou de *thalweg* peut être atteinte à une distance finie, et non asymptotiquement, par les lignes de plus grande pente voi-

Digitized by Google

14. — *L'ordre du contact des solutions singulières avec l'intégrale générale peut être très-élevé et même infini.*

Examinons enfin jusqu'à quel degré la continuité est sauvegardée, dans le passage d'une intégrale particulière quelconque à l'intégrale singulière, $s = 0$, que représente le point d'arrêt considéré.

Ce degré sera l'ordre de la dérivée de s, par rapport à t, la plus élevée qui aura même valeur dans l'intégrale générale que dans l'intégrale singulière, c'est-à-dire qui s'annulera, pour $s = 0$, dans l'intégrale générale. Il nous faut donc différentier par rapport à t, un nombre indéfini de fois, l'équation (1) du mouvement (p. 68), après y avoir remplacé $g \frac{dz}{ds}$ ou $\frac{1}{2} f'(s)$ par son expression tirée de (9), et en substituant chaque fois à la dérivée $\frac{ds}{dt}$ sa valeur absolue (voir formule 10 *bis*)

$$\sqrt{f(s)} \text{ ou } K \left(\log \frac{a}{s}\right)^k s^m .$$

Pour simplifier les résultats, dont chacun consistera en un produit d'une certaine puissance de s par un polynome dépendant seulement de $\log \frac{a}{s}$, nous observerons que toute puissance de $\log \frac{a}{s}$ est insensible, pour s très-petit,

sines, pourvu que la surface y possède transversalement une courbure infinie et sans que ce faîte ou thalweg soit l'intersection anguleuse de deux *versants* à pentes brusquement opposées. On le reconnaît en exprimant que de pareils faîtes ou thalwegs représentent des solutions singulières proprement dites de l'équation différentielle des lignes de plus grande pente de la surface, et non pas seulement, comme les faîtes ou thalwegs ordinaires, des intégrales asymptotes de cette équation. Alors les lignes de plus grande pente viennent se raccorder tangentiellement au faîte ou au thalweg, au lieu de le couper sous un angle fini, comme il arriverait s'il était constitué par une arête saillante ou rentrante du sol.

Digitized by Google

devant une puissance de degré supérieur, et qu'il en est de même, comparativement, de leurs dérivées. Cette remarque nous permettra de réduire chacune des expressions obtenues à un seul terme. Nous aurons successivement :

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = m\,K^2 \left(\log \frac{a}{s}\right)^{2k} s^{2m-1},$$

$$\frac{d^3 s}{dt^3} = m\,(2m-1)\,K^3 \left(\log \frac{a}{s}\right)^{3k} s^{3m-2},$$

$$\frac{d^4 s}{dt^4} = m\,(2m-1)\,(3m-2)\,K^4 \left(\log \frac{a}{s}\right)^{4k} s^{4m-3}, \text{ etc.}$$

Généralement, la dérivée $n^{ième}$ de s par rapport à t sera

$$(15)\quad \begin{cases} \dfrac{d^n s}{dt^n} = m\,(2m-1)\,(3m-2)\ldots[(n-1)\,(m-1)+1]\,K^n \left(\log \dfrac{a}{s}\right)^{nk} s^{n(m-1)+1} \\ = m\,(2m-1)\,(3m-2)\ldots[(n-1)\,(m-1)+1]\left[K\,s^{m-1+\frac{1}{n}}\left(\log \dfrac{a}{s}\right)^{k}\right]^n. \end{cases}$$

Toutefois, si l'un des facteurs $2m-1$, $3m-2$, $4m-3$,.... $(n-1)m-(n-2)$ se trouvait identiquement nul (ce qui ne peut arriver que pour $m < 1$), le second membre de la relation (15) serait remplacé par le plus important des termes négligés ; mais la valeur de $\frac{d^n s}{dt^n}$ ne cesserait pas d'être proportionnelle au produit de $\left(s^{m-1+\frac{1}{n}}\right)^n$ par une puissance de $\log \frac{a}{s}$.

Pour peu que l'exposant $m - 1 + \frac{1}{n}$ diffère de zéro, et suivant que cet exposant est positif ou négatif, l'expression de $\frac{d^n s}{dt^n}$ s'annule ou devient infinie à la limite $s=0$ (à moins qu'elle ne soit identiquement nulle pour toutes les valeurs de s). Lorsque, au contraire, $m-1+\frac{1}{n}=0$, le second membre de (15), pour $s=0$, s'annule si l'expo-

Digitized by Google

sant k est négatif, reste fini si $k = 0$, et devient infini si k est positif.

Quand m, qui égale ou dépasse $\frac{1}{2}$, se trouve moindre que 1, cas où l'intégrale $s = 0$ est toujours une solution singulière proprement dite, l'excès $1 - m$ ne peut qu'égaler l'inverse d'un nombre entier p, au moins égal à 2, ou être compris entre les inverses $\frac{1}{p}$, $\frac{1}{p+1}$ de deux nombres entiers consécutifs, dont le second vaut ou dépasse 3. Alors l'exposant $m - 1 + \frac{1}{n}$ change de signe, en devenant de positif négatif, soit pour $n = p$, soit quand n croît de p à $p + 1$. Si $1 - m = \frac{1}{p}$, les $p - 1$ premières dérivées de s s'annulent pour $s = 0$; et la dérivée $p^{ième}$, à cette limite, devient infinie, reste finie ou s'annule elle-même, suivant que k est positif, nul ou négatif: d'ailleurs, dans ce dernier cas, la dérivée suivante, qui acquiert en plus un facteur s^{m-1}, devient infinie. Donc, l'ordre du contact de la solution singulière avec l'intégrale générale, au moins égal à 2, est $p - 1$ pour k positif ou nul, p pour k négatif. Si, au contraire, $1 - m$ est compris entre $\frac{1}{p}$ et $\frac{1}{p+1}$, les p premières dérivées de s s'annulent à la limite $s = 0$, tandis que les suivantes y sont infinies. Ainsi, l'ordre du contact de la solution singulière avec l'intégrale générale est p, quand le nombre m se trouve inférieur à 1 d'une fraction comprise entre les inverses des deux entiers consécutifs $p, p + 1$.

En résumé, toutes les fois que m n'atteint pas l'unité, le contact est d'un ordre fini, égal ou supérieur à 2, et de plus en plus élevé à mesure que m se rapproche de 1.

Quand, au contraire, m vaut ou dépasse l'unité, l'exposant $m - 1 + \frac{1}{n}$ est positif quelque grand que soit n. Il y a donc alors *contact d'ordre infini* entre l'intégrale

Digitized by Google

générale et l'intégrale singulière : résultat qui était évident *a priori* lorsque cette dernière est une intégrale asymptote, et que le contact se trouve analytiquement rejeté à l'infini, mais qui présente un grand intérêt dans le cas où, m égalant l'unité et k étant supérieur à 1, cette intégrale est une solution singulière proprement dite. Il constitue, en effet, un exemple simple et assez étendu d'une réunion ou d'une séparation qui se produisent, entre deux séries de valeurs satisfaisant à une même équation différentielle, sans que les dérivées successives de la fonction, jusqu'à l'infini, diffèrent en rien dans les deux séries au point qui leur est commun.

Quoique les équations du mouvement ne soient que du deuxième ordre et que, par suite, les coordonnées des points mobiles, avec leurs dérivées premières et secondes, doivent seules être astreintes à varier graduellement, rien n'empêcherait, comme on voit, la continuité d'être sauvegardée jusqu'aux dérivées les plus élevées, dans le passage d'une intégrale particulière à une autre par l'intermédiaire d'une solution singulière. Il ne serait sans doute pas plus difficile à la nature, qu'il ne l'est à notre analyse imparfaite, de ménager à ce point les transitions. Mais rien ne dit qu'un tel excès de précautions soit nécessaire pour dissimuler les changements qui peuvent survenir dans la loi *intégrale* d'un mouvement. Il semble, d'autre part, résulter des considérations exposées à la fin du numéro 4 (p. 43), que les dérivées d'un ordre très-élevé sont insignifiantes au point de vue physique, dépourvues même de toute correspondance directe à la réalité. Il est assez probable que l'esprit, en concevant et évaluant ces dérivées, se montre en quelque sorte plus exact qu'il ne faut, ou que du moins il mesure des détails vus à côté de leur vraie place, là où ils ne sont pas, et déformés hors de toute proportion.

Au point de vue analytique, les solutions singulières

Digitized by Google

proprement dites qui ont avec les intégrales particulières un contact très-élevé, ou surtout de degré infini, tiennent comme le milieu entre les autres solutions singulières proprement dites et les intégrales asymptotes. Seraient-elles destinées, d'après l'ordre d'idées indiqué au numéro 8 (p. 58), à représenter les phénomènes sensitifs dans lesquels le moi ne démêle que vaguement les instants où il intervient, tandis que des solutions singulières à contacts peu élevés, à raccordements presque brusques, conviendraient pour représenter les actes libres, s'effectuant à des moments absolument précis, et qu'au contraire les intégrales asymptotes exprimeraient les phénomènes, bien plus lents, d'une vie végétative, complétement inconsciente?

En tout cas, il peut être utile d'observer que la raison du géomètre saisit des intermédiaires, ou du moins des nuances, des *inflexions de passage*, indices de transitions cachées, même entre des objets qu'elle ne peut, à son point de vue abstrait, relier avec une parfaite continuité; de même que l'œil du naturaliste en découvre entre les ordres de phénomènes les plus isolés, en apparence, les uns des autres.

15. — *Les frottements rendent déterminé le mouvement réel d'un point le long d'une courbe. Considérations sur le principe de la dissipation de l'énergie, sur la réversibilité des mouvements, etc.*

Il importe d'observer que l'existence d'intégrales singulières, lieux de bifurcations, dans la question du mouvement d'un corps pesant sur une courbe, tient à l'hypothèse qu'on a faite de l'absence de tout frottement. En réalité, le corps produit sur la courbe matérielle qui le guide une déformation généralement dissymétrique de part et d'autre de la normale menée par son centre de gravité. Or, cette déformation est telle, que les parties de la courbe vers lesquelles le corps est porté, en vertu de sa vitesse acquise ou seulement de son poids, se trouvent à

Digitized by Google

chaque instant plus près de lui, et le repoussent plus énergiquement, que les parties dont il s'éloigne. Par suite, les points d'arrêt deviennent, dans l'ordre réel, de véritables positions d'équilibre stable, vu que tout mouvement qui commencerait à s'y produire ferait naître une résistance plus que suffisante pour l'enrayer. Les frottements rendent donc complétement déterminé le problème du mouvement d'un point sur une courbe, problème qui ne conserve d'autre intérêt, au point de vue du rôle des intégrales singulières en mécanique, que celui de fournir à l'esprit une représentation géométrique très-simple de toute une catégorie de ces intégrales et une image nette du mode d'indétermination qu'elles apportent.

Les résistances, tout en continuant à s'exercer pour des causes pareilles et suivant les mêmes sens, deviennent incomparablement plus faibles, aux environs des points d'arrêt, quand elles sont produites par un fluide qui entoure le corps et non plus par un solide sur lequel il glisserait ou roulerait. La raison en est dans cette circonstance, qu'un solide produit un frottement fini quelque petite que soit la vitesse du corps qui le touche, ou pourvu qu'il y ait un commencement de déplacement relatif, tandis que le frottement des fluides s'annule sensiblement en même temps que la vitesse du mouvement qui le développe. Aussi l'équilibre d'un cône posé par sa pointe sur un plan est-il pratiquement impossible à réaliser malgré la résistance de l'air : et, cependant, si l'on réduit par la pensée un tel cône à son centre de gravité, on voit qu'il est assimilable à un corps pesant, mobile sur une sphère dont le point le plus haut constitue un véritable point d'arrêt.

Un fait analogue au frottement mutuel de deux solides, ou d'un solide et d'un fluide, se produit toutes les fois que deux particules matérielles passent très-près l'une de l'autre avec une certaine vitesse relative. Les répulsions

Digitized by Google

totales ou résultantes, développées entre les deux particules dans la période de rapprochement de leurs centres de gravité, sont plus énergiques que celles qui surviennent pendant la période d'écartement, à cause, sans doute, des retards que l'inertie entraîne nécessairement dans le mouvement de recul des couches heurtées, lors de la première période, et dans leur mouvement de détente, lors de la seconde. Par suite, les réactions mutuelles étant moins grandes durant la deuxième partie du phénomène, alors qu'elles accroissent la force vive translatoire, que pendant la première partie où elles la diminuaient, les vitesses d'ensemble des deux particules éprouvent en somme une diminution par l'effet de leur rapprochement ; et une portion de l'énergie des mouvements de translation primitifs passe dans des mouvements vibratoires de détail, souvent imperceptibles. Ainsi s'expliquent, au moins en grande partie, l'imperfection d'élasticité des solides, le frottement intérieur des fluides, et, généralement, la *dissipation* de l'énergie, c'est-à-dire la tendance de l'énergie à se morceler, à se pulvériser en quelque sorte, à se dissimuler en se répandant tout à la fois dans des espaces de plus en plus grands et dans des groupes moléculaires de plus en plus infimes.

Mais on voit que cette dissémination de l'énergie ne prouve nullement contre la loi même de la conservation des forces vives, ni contre le principe, plus général encore, d'après lequel les accélérations d'un système d'atomes mis en présence les uns des autres sont des fonctions déterminées de leurs situations relatives. Or il suit de ce principe une conséquence curieuse, mise en relief par M. l'ingénieur en chef Philippe Breton dans un intéressant opuscule sur la *Réversion* des mouvements matériels (1), et dont ce savant ingénieur s'est fait

(1) *La réversion ou le monde à l'envers* : Paris, 1876 ; à la librairie du journal *les Mondes*, 18, rue du Dragon.

Digitized by Google

une arme pour battre en brèche, avec plus d'esprit peut-être que de rigueur, les équations de la mécanique, dans le but d'atteindre l'opinion du déterminisme absolu qu'elles semblaient autoriser.

La conséquence dont il s'agit consiste en ce que, si, à un moment quelconque, on pouvait supprimer les vitesses de tous les atomes de l'univers pour les remplacer à l'instant par des vitesses précisément égales et contraires, tous ces atomes repasseraient désormais et successivement par les positions où ils se sont trouvés à des époques de plus en plus anciennes : les lois mécaniques feraient, en quelque sorte, rétrograder le monde vers ses origines, ou, pour être plus exact, ne s'opposeraient pas à un tel retour. En effet, considérons, par exemple, la série des valeurs que prend une coordonnée x d'un point, quand le temps t éprouve de petits accroissements égaux Δt; et soient x_{-1}, x, x_1 les trois de ces valeurs qui correspondent aux époques $t - \Delta t$, t, $t + \Delta t$. La vitesse et l'accélération à l'époque t étant les limites respectives des rapports

$$\frac{x_1 - x_{-1}}{2\Delta t}, \quad \frac{x_1 - 2x + x_{-1}}{(\Delta t)^2},$$

on voit que la première change simplement de signe, et que la seconde reste la même, quand on parcourt la série dans l'ordre inverse ou qu'on échange entr'elles x_1, x_{-1}. Donc, si l'on se représente le mouvement dans lequel un système repasserait par les états où il s'est trouvé effectivement, et avec des vitesses égales et contraires à celles qu'il avait à chaque position antérieure, les accélérations y retrouveraient précisément leurs anciennes valeurs et vérifieraient bien, à toute époque, les équations du mouvement.

Ainsi, la réversion sera possible et, par suite, nécessaire dans les systèmes où les forces physico-chimiques

Digitized by Google

interviennent seules, à condition, bien entendu, qu'on suppose réalisée son hypothèse essentielle du *renversement exact des vitesses de tous les atomes à un moment donné*. L'absence des pertes de travail, la concentration même de l'énergie, dans de pareilles circonstances où le renversement atteint les vitesses individuelles des derniers éléments de la matière et non pas seulement les vitesses d'ensemble de ses parties sensibles, me paraissent n'avoir rien de choquant. Elles n'empêchent pas la dissémination d'être inévitable, dans tous les mouvements que nous observons ou produisons en faisant mouvoir avec de notables vitesses certains corps entourés d'une matière plus calme, par rapport à laquelle ils deviennent des centres de rayonnement ou d'ébranlement vibratoire. Elles n'empêchent pas même d'admettre que notre monde soit disposé de manière que l'énergie s'y dissipe, plus ou moins, dans tous les cas effectifs où des mouvements s'y propagent. Et il n'y a rien d'étonnant que ce monde, dont la manière d'être dépend, non-seulement de sa composition et des lois du mouvement, mais encore des vitesses de ses atomes, diffère beaucoup d'un monde idéal construit pour en être le contre-pied, ou qui, pour mêmes situations relatives de toutes ses parties, aurait des vitesses précisément inverses.

Au contraire, dans les systèmes où des intégrales singulières, lieux de bifurcations, font place à un principe directeur, il est évident que la réversion cesse d'être nécessaire. Rien n'empêche même de supposer qu'elle devient impossible; car les lois supérieures auxquelles le principe directeur obéit pourraient bien interdire absolument le mouvement inverse d'un autre qu'elles permettraient[1]. Il n'y a donc pas lieu d'admettre, comme théoriquement possible, la réversion depuis une poire

(1) Voir plus loin, à ce propos, les deuxième et troisième alinéas du numéro 27 (p. 135).

Digitized by Google

pourrie jusqu'au bourgeon à fruit d'un poirier, ou depuis le cadavre jusqu'à l'œuf, etc., que M. Ph. Breton, oubliant l'existence des solutions singulières, présente comme une conséquence nécessaire des lois de la mécanique et comme prouvant par l'absurde la nécessité de modifier ces lois.

16. — *Des solutions singulières dans le mouvement rectiligne d'un point attiré ou repoussé par des centres fixes.*

J'étudierai en deuxième lieu le mouvement d'un point auquel on a initialement imprimé une certaine vitesse suivant une droite prise pour axe des x, et qui est soumis à l'action de centres fixes, d'égale intensité deux à deux, symétriquement disposés de part et d'autre de l'axe des x ; en sorte que le mobile ne quitte pas cet axe. Les centres fixes seront, par exemple, d'autres points matériels, de masses assez grandes pour qu'on puisse regarder leurs déplacements relatifs comme insensibles en comparaison des déplacements du point mobile. Celui-ci éprouvera par unité de masse une action, $\frac{d^2x}{dt^2}$, qui ne dépendra que de sa coordonnée actuelle x et que je représenterai par $\frac{1}{2}f'(x)$, $f(x)$ désignant une certaine fonction.

L'équation du mouvement sera donc

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{2}f'(x). \tag{16}$$

Elle est précisément de même forme que l'équation différentielle obtenue dans le problème du mouvement d'un point sur une courbe polie, à cela près que l'arc de trajectoire est ici rectiligne et désigné par x, au lieu d'être courbe et appelé s. Tous les calculs des numéros 12, 13, 14 s'appliqueront sans modification.

Digitized by Google

Les solutions singulières correspondront aux points d'arrêt, c'est-à-dire à celles des positions d'équilibre définies par l'équation

$$f'(x) = 0, \tag{17}$$

auxquelles le mobile arrivera sans vitesse. Ce seront des positions d'équilibre instable, où la fonction

$$v^2 = f(x) + \text{const.}$$

atteindra une valeur nulle généralement minimum, et où la force $\frac{1}{2} f'(x)$ deviendra, de négative, positive pour des valeurs croissantes de x. Mais ce seront aussi quelquefois des points que le mobile ne pourra pas dépasser, parce que la vitesse v deviendrait imaginaire au delà, et où la fonction $\frac{1}{2} f'(x)$ ne changera pas de signe, pareillement à ce qui arrive, dans le cas d'un point pesant se mouvant sur une courbe polie, aux endroits où cette courbe présente au niveau des vitesses nulles une inflexion avec tangente horizontale.

Prenons, par exemple,

$$v^2 \text{ ou } \frac{dx^2}{dt^2} = f(x) = \mathrm{F}(x)\,(x-a)^{2m}\,(b-x)^{2n}, \tag{18}$$

ormule dans laquelle nous appellerons a et b deux constantes réelles, rangées par ordre de grandeur croissante, $2m$ et $2n$ deux exposants positifs, entiers ou fractionnaires, au moins égaux à 1, et $\mathrm{F}(x)$ une fonction de x, positive (sans s'annuler) entre les deux limites $x=a$, $x=b$, ainsi qu'à ces limites. Admettons de plus que le mobile se trouve placé, à une certaine époque, dans l'intervalle des deux points $x=a$ et $x=b$.

Si les exposants $2m, 2n$ sont des fractions *irréductibles*, qui aient, ou leurs dénominateurs pairs, ou leurs deux termes impairs, la coordonnée x du mobile ne cessera

Digitized by Google

jamais d'être comprise entre les limites a et b, car la fonction $v = \pm \sqrt{f(x)}$ serait imaginaire si x devenait, soit un peu inférieur à a, soit un peu plus grand que b. Le mobile se rendra donc, indéfiniment, d'une extrémité de sa course à l'autre. Ces extrémités $x = a$, $x = b$ seront d'ailleurs des points d'arrêt si l'on y a $f'(x) = 0$, c'est-à-dire si l'exposant correspondant $2m$ ou $2n$ dépasse l'unité; et le principe directeur, après chaque trajet, décidera de l'instant du nouveau départ.

Mais si l'un des exposants $2m$, $2n$ est une fraction à dénominateur impair et à numérateur pair, le facteur correspondant $(x-a)^{2m}$ ou $(b-x)^{2n}$ restera le même quand $x-a$ ou $b-x$ changera de signe. Alors le mobile pourra, après station, franchir le point d'arrêt $x=a$ ou $x=b$, et commencer au delà une nouvelle course, qui sera, soit indéfinie vers les x négatifs ou vers les x positifs, soit interrompue par de nouveaux arrêts correspondant à des racines de $F(x)=0$ et $F'(x)=0$, soit suivie d'un retour forcé vers le point $x=a$ ou $x=b$, après qu'une valeur de x, annulant $F(x)$ mais non $F'(x)$, aura été atteinte.

Il suffira (sans que ce soit nécessaire) pour qu'il y ait indéfiniment des arrêts et que le rôle du principe directeur ne soit jamais terminé, que la fonction $f(x)$ devienne négative ou imaginaire en deçà d'une certaine valeur de x, inférieure ou égale à a, et au delà d'une autre valeur de x, supérieure ou égale à b (1). C'est ce qui arrivera si, prenant, par exemple,

$$(19) \qquad f(x) = \varphi(x)\,(x-a)^{2m}\,(x-b)^{2n}\,(x-c)^{2p}\,\ldots\,(d-x)^{2q}$$

où je suppose $a < b < c < \ldots < d$ et où $\varphi(x)$ désigne une fonction positive dans tout l'intervalle compris entre $x=a$, $x=d$, les deux exposants extrêmes $2m$, $2q$ sont

(1) J'ai dit « sans que ce soit nécessaire », car il pourrait aussi y avoir une infinité de points d'arrêt, comme lorsqu'on prend, par exemple, $f(x) = 2\sin^2\frac{x}{2} = 1-\cos x$.

Digitized by Google

égaux à 1 ou à des fractions irréductibles plus grandes que 1 ayant, soit leurs dénominateurs pairs, soit leurs deux termes impairs, et si, en même temps, les exposants intermédiaires $2n$, $2p$,... sont des fractions irréductibles plus grandes que 1, à dénominateurs impairs et à numérateurs pairs.

D'après ce qu'on a vu aux numéros 13 et 14, chacune des intégrales singulières $x=b$, $x=c$,... et aussi (à moins qu'on n'ait $2m=1, 2q=1$) $x=a$, $x=d$, est une solution singulière proprement dite ou une intégrale asymptote, suivant que l'exposant correspondant $2n$, $2p$,... se trouve, ou non, moindre que 2; en outre, dans le premier cas, l'ordre du contact de l'intégrale singulière avec l'intégrale générale est exprimé par le plus grand nombre entier dont l'inverse dépasse l'excès de l'unité sur la moitié de cet exposant.

Le temps T employé par le mobile à franchir l'intervalle qui sépare deux points consécutifs où la vitesse s'annule, tels que $x=a$, $x=b$, est représenté par la formule

$$\text{(20)} \qquad T = \int_a^b \frac{dx}{v} = \int_a^b \frac{dx}{\sqrt{f(x)}}.$$

Ce temps, quand il y a arrêt aux deux extrémités $x=a$, $x=b$, mesure la durée d'un repos du principe directeur, puisque celui-ci n'a pas à intervenir tant que le mobile se trouve ailleurs qu'aux points d'arrêt.

Si l'on a, par exemple,

$$\text{(21)} \qquad f(x) = A^2 x^{2m} (1-x)^{2n},$$

d'où, en particulier, $a=0$, $b=1$, il vient

$$\text{(22)} \qquad T = \frac{1}{A} \int_0^1 x^{-m} (1-x)^{-n} \, dx,$$

Digitized by Google

intégrale eulérienne, finie, comme on sait, pourvu que m, n soient inférieurs à l'unité. Il n'y a arrêt, aux deux extrémités $x=0$, $x=1$ de la course, que lorsque m, n dépassent $\frac{1}{2}$. Dans le cas particulier où l'un des deux nombres m, n vaudrait précisément $\frac{1}{2}$, il n'y aurait plus d'arrêt au point $x=0$ ou au point $x=1$, car l'accélération y resterait finie. Le mobile, arrivé à ce point, reviendrait aussitôt vers l'autre extrémité de sa trajectoire, extrémité qui, seule, continuerait à être le siége du principe directeur. Celui-ci se reposerait donc pendant des intervalles égaux à 2 T. Il faudrait que les nombres m, n se réduisissent, tous les deux à la fois, à leur limite inférieure $\frac{1}{2}$, pour qu'il n'y eût plus d'arrêt, ni au point $x=0$, ni au point $x=1$: alors le mobile oscillerait *pendulairement*, comme on le reconnaît en posant $x=\frac{1}{2}+u$ dans l'équation du mouvement

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{2}f'(x) = \frac{A^2}{2}(1-2x) = -A^2u,$$

et observant qu'elle se réduit à l'équation bien connue, $\frac{d^2u}{dt^2} + A^2u = 0$, des mouvements oscillatoires pendulaires.

Jetons enfin un coup-d'œil sur le cas où l'on a

$$(23) \qquad f(x) = \frac{x^2}{A^2(k-1)^2}\left(\log\frac{1}{x}\right)^{2k}, \text{ avec } k>1,$$

et où l'intégrale générale, contenant une constante arbitraire c, est par suite

$$(24) \quad t-c = \pm\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{f(x)}} = \frac{\pm A}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{k-1}}, \text{ ou } x = e^{-\left(\frac{\pm A}{t-c}\right)^{\frac{1}{k-1}}}.$$

Le mobile se meut, comme dans l'exemple précédent,

Digitized by Google

entre les deux points d'arrêt $x=0, x=1$. Mais ceux-ci correspondent à deux solutions singulières dont le contact avec l'intégrale générale est d'ordre infini. La première, $x=0$, est une solution singulière proprement dite; la seconde, $x=1$, est une intégrale asymptote.

17. — *Des intégrales singulières que comporte le problème du mouvement de deux points soumis à leur action mutuelle.*

Dans les questions que j'ai traitées jusqu'ici, un seul point était supposé mobile, et mobile de telle manière, que l'on connaissait d'avance sa trajectoire ou qu'une seule coordonnée définissait sa position à chaque instant. Passons actuellement à un problème un peu moins simple au point de vue analytique, mais qui est le plus élémentaire de tous ceux que l'on peut se poser sur les vrais mouvements d'un système réel ou réalisable de corps. C'est le problème du mouvement de deux points soumis à leur action mutuelle. Nous reconnaîtrons qu'il y a place pour le principe directeur, même dans un système matériel aussi rudimentaire, représentant la plus simplifiée des associations qui sont capables de donner naissance à des phénomènes intelligibles, c'est-à-dire d'offrir à notre esprit ce mélange de variété et d'unité qu'il recherche partout[1].

Soient : M, X, Y, Z la masse de l'un des points et

(1) Je n'ai pas essayé d'étudier les solutions singulières dans des systèmes de trois, quatre, cinq,... atomes. J'en ai été détourné en pensant aux difficultés, insurmontables jusqu'à présent, que le problème *des trois corps*, c'est-à dire du mouvement de trois points s'attirant d'après la loi simple de Newton, a présentées aux plus grands géomètres, toutes les fois qu'ils ont voulu l'attaquer d'une manière un peu générale

Toutefois, il ne serait pas impossible que, dans des cas convenablement choisis, où il y aurait un grand nombre d'atomes voisins dont l'état varierait avec une certaine continuité d'une région de l'espace aux régions contiguës, la recherche des solutions singulières devînt moins inabordable : mais, d'après une réflexion de l'avant-dernier alinéa du numéro 7 (p. 56), il ne faut guère espérer que les équations du mouvement pussent y être supposées linéaires, comme il arrive dans les branches les plus connues

Digitized by Google

ses coordonnées à l'époque t par rapport à un système d'axes rectangulaires fixes ; M_1, X_1, Y_1, Z_1 la masse et les coordonnées de l'autre point ; enfin r la distance actuelle de ces deux points et $F(r)$ l'attraction, positive ou négative, qu'ils exercent l'un sur l'autre. On sait qu'il ont pour équations de mouvement :

$$(25)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2X}{dt^2} = \dfrac{1}{M} F(r) \dfrac{X_1 - X}{r}, & \dfrac{d^2Y}{dt^2} = \dfrac{1}{M} F(r) \dfrac{Y_1 - Y}{r}, & \dfrac{d^2Z}{dt^2} = \dfrac{1}{M} F(r) \dfrac{Z_1 - Z}{r}; \\ \dfrac{d^2X_1}{dt^2} = \dfrac{1}{M_1} F(r) \dfrac{X - X_1}{r}, & \dfrac{d^2Y_1}{dt^2} = \dfrac{1}{M_1} F(r) \dfrac{Y - Y_1}{r}, & \dfrac{d^2Z_1}{dt^2} = \dfrac{1}{M_1} F(r) \dfrac{Z - Z_1}{r}. \end{cases}$$

Retranchons les trois dernières, respectivement, des trois premières, et posons, pour abréger,

$$(26)\quad \left(\frac{1}{M} + \frac{1}{M_1}\right) F(r) = \varphi(r),\ X - X_1 = x,\ Y - Y_1 = y,\ Z - Z_1 = z.$$

Il viendra

$$(27)\quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\varphi(r)\frac{x}{r},\quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\varphi(r)\frac{y}{r},\quad \frac{d^2z}{dt^2} = -\varphi(r)\frac{z}{r}.$$

Ces relations (27) expriment que le premier point, M, se meut, par rapport à des axes de direction constante menés par le second, M_1, comme si celui-ci était un centre fixe qui exerçât sur l'unité de masse du premier une attraction égale à la fonction $\varphi(r)$ de leur distance : loi du reste bien connue, qui ramène le problème du mouvement de

de la physique mathématique, et alors même qu'on y changerait, suivant l'usage, à cause de la continuité admise, les équations différentielles en des équations aux dérivées partielles. En effet, celles-ci ne sont linéaires par rapport aux dérivées en x, y, z, qu'autant que l'on suppose ces dérivées assez petites pour que les actions mutuelles, qui en dépendent, des particules contiguës, aient leurs valeurs développables par la série de Taylor réduite aux termes du premier degré. Or, en pareil cas, les équations différentielles simultanées, qui régiraient les mouvements des diverses molécules, doivent être le plus souvent, et au même degré d'approximation, réductibles aussi à la forme linéaire, reconnue exclusive de toute intégrale singulière ou du moins de toute solution singulière proprement dite.

Digitized by Google

deux points à celui d'un seul attiré ou repoussé par un centre fixe. Une fois ce problème plus simple résolu, on le complète au moyen du principe de la conservation du mouvement du centre de gravité, c'est-à-dire en observant que les équations (25) équivalent à la réunion du système (27) et du système

$$\frac{d^2}{dt^2}(MX+M_1X_1)=0,\ \frac{d^2}{dt^2}(MY+M_1Y_1)=0,\ \frac{d^2}{dt^2}(MZ+M_1Z_1)=0.$$

Or, celui-ci détermine immédiatement, avec introduction de six constantes arbitraires, les expressions

$$MX+M_1X_1,\quad MY+M_1Y_1,\quad MZ+M_1Z_1,$$

ou

$$Mx+(M+M_1)X_1,\quad My+(M+M_1)Y_1,\quad Mz+(M+M_1)Z_1,$$

et, par suite, les trois fonctions restées inconnues X_1, Y_1, Z_1.

Je pourrai donc me borner à l'étude du mouvement relatif du premier point, par rapport au second regardé comme un centre fixe. Ce mouvement se fera évidemment dans le plan mené par le centre fixe O ou M_1 et suivant la droite qui représente la vitesse initiale du mobile M. Je supposerai qu'on ait pris le plan ainsi défini pour celui des deux coordonnées x, y considérées ci-dessus, hypothèse qui donnera $z=0$ à toute époque et rendra inutile la troisième équation (27). Je trouverai, de plus, avantage à remplacer les coordonnées x, y par le rayon vecteur, appelé déjà r, qui joint l'origine au point M, et par l'angle θ qu'il fera avec une droite fixe OA du plan des xy. Enfin, je concevrai les axes des x et des y choisis de manière qu'à une époque particulière, d'ailleurs quelconque, alors que θ reçoit une certaine valeur θ_0, le rayon vecteur r coïncide avec le premier, Ox, et que le second, Oy, soit incliné sur OA

Digitized by Google

de $\theta_0 + \frac{\pi}{2}$. Il existe, comme on sait, entre r et θ, x et y, les deux relations

$$(28) \qquad x = r\cos(\theta - \theta_0), \quad y = r\sin(\theta - \theta_0),$$

qui donnent les formules inverses

$$(28\,bis) \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta - \theta_0 = \operatorname{arctg}\frac{y}{x}.$$

Comme x, y sont des fonctions continues de t, ainsi que leurs dérivées premières et secondes, on peut différentier deux fois les formules (28 *bis*). On reconnaît ainsi que r et θ ont leurs dérivées premières et secondes par rapport à t finies et continues, en exceptant toutefois le cas extrême $r=0$, $x=0$, $y=0$, cas irréalisable, puisqu'on admet que la répulsion entre deux atomes très-rapprochés est toujours suffisante pour les maintenir distincts ou pour empêcher que leur distance ne s'annule.

Les deux fonctions r et θ ayant donc leurs dérivées premières et secondes continues, on peut différentier deux fois les équations (28). Une première différentiation donne

$$(29) \quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dr}{dt}\cos(\theta - \theta_0) - r\dfrac{d\theta}{dt}\sin(\theta - \theta_0), \\ \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{dr}{dt}\sin(\theta - \theta_0) + r\dfrac{d\theta}{dt}\cos(\theta - \theta_0). \end{cases}$$

Différentions ces résultats eux-mêmes, et supposons finalement que l'époque t considérée soit précisément l'époque particulière, d'ailleurs quelconque, pour laquelle on a

$$\theta = \theta_0, \ \cos(\theta - \theta_0) = 1, \quad \sin(\theta - \theta_0) = 0, \quad x = r, \quad y = 0.$$

Il viendra

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2r}{dt^2} - r\frac{d\theta^2}{dt^2}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + \frac{d}{dt}\left(r\frac{d\theta}{dt}\right).$$

Digitized by Google

Portons ces valeurs dans les deux premières formules (27), et nous verrons que les équations différentielles du mouvement, exprimées de manière à ne contenir que r et θ, se réduisent à celles-ci :

$$(30)\quad \frac{d^2r}{dt^2} - r\frac{d\theta^2}{dt^2} = -\varphi(r), \quad \frac{d\theta}{dt}\frac{dr}{dt} + \frac{d}{dt}\left(r\frac{d\theta}{dt}\right) = 0.$$

Nous n'altèrerons pas la seconde (30) en la multipliant par le facteur r, qui ne devient jamais ni nul, ni infini. Elle prendra ainsi la forme

$$\frac{d}{dt}\left[r\left(r\frac{d\theta}{dt}\right)\right] = 0,$$

et signifiera que le produit $r^2\frac{d\theta}{dt}$ reste constant à toutes les époques du mouvement.

La seconde relation (30) équivaut donc à poser *l'équation des aires*

$$(31)\qquad r^2\frac{d\theta}{dt} = \text{une constante } c, \text{ ou } \frac{d\theta}{dt} = \frac{c}{r^2},$$

c désignant le double de la surface $\frac{1}{2}\int r^2 d\theta$ décrite par le rayon vecteur durant l'unité de temps.

Enfin, remplaçons dans la première (30) $\frac{d\theta}{dt}$ par sa valeur $\frac{c}{r^2}$, et nous reconnaîtrons que les équations différentielles du mouvement sont équivalentes au système formé par la relation (31) et par l'équation obtenue,

$$\frac{d^2r}{dt} - \frac{c^2}{r^3} = -\varphi(r),$$

qui peut également s'écrire

$$(32)\qquad \frac{d^2r}{dt^2} = -\varphi(r) + \frac{c^2}{r^3}.$$

Digitized by Google

Lorsque celle-ci aura fait connaître r en fonction de t, l'équation (31) donnera, par une simple quadrature,

$$\theta = c \int \frac{dt}{r^2} + \text{constante}. \tag{33}$$

Ainsi, *le problème du mouvement curviligne d'un point, soumis à l'action d'une force centrale* $\varphi(r)$, *se ramène à celui d'un mouvement rectiligne, dans lequel* r *désignerait l'abscisse du mobile et où la force accélératrice aurait pour expression* $-\varphi(r) + \frac{c^2}{r^3}$. C'est précisément la question traitée dans le numéro précédent, à cela près qu'on a ici r au lieu de x et que $-\varphi(r) + \frac{c^2}{r^3}$ remplace la fonction $\frac{1}{2} f'(r)$ ou $\frac{1}{2} f'(x)$.

Les intégrales singulières s'obtiendront par suite en égalant r à celles des racines de l'équation

$$-\varphi(r) + \frac{c^2}{r^3} = 0$$

pour lesquelles la vitesse *radiale* $\frac{dr}{dt}$ s'annulera; ce qui n'aura lieu que si l'état initial est convenablement choisi. Et *ces intégrales singulières,* $r = \text{constante}$, *correspondront, non plus à des points d'arrêt, mais à des trajectoires circulaires décrites, autour du point fixe* O *comme centre, d'un mouvement uniforme;* car, pour $r = \text{constante}$, l'équation (33) donne $\theta = \frac{ct}{r^2} + \text{const.}$

Le mobile, parvenu sur un de ces cercles, le parcourra pendant un temps quelconque, *au gré du principe directeur,* et puis en déviera, soit, arbitrairement, vers le dedans ou vers le dehors, soit seulement dans un de ces deux sens, suivant que, dans le mouvement rectiligne correspondant régi par l'équation (32), le déplacement pourra ou ne pourra pas se produire à volonté en-deçà

Bayerische Staats-Bibliothek München

Digitized by Google

et au-delà du point d'arrêt. Une fois engagé dans sa nouvelle orbite, où son mouvement est représenté par un système d'intégrales particulières des équations (30), l'atome la suivra, selon les cas, soit indéfiniment, soit jusqu'à la rencontre d'une seconde orbite singulière, soit même jusqu'à son retour à la première orbite. C'est le mouvement rectiligne fictif ayant l'équation différentielle (32) qui servira constamment de *régulateur* au mouvement curviligne réel; il fera connaître, en effet, les vrais déplacements du mobile sur son rayon vecteur, pendant que celui-ci tournera autour du pôle, toujours dans un même sens, avec la vitesse angulaire, constante ou variable,

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{c}{r^2}.$$

Les intégrales singulières

$$(34) \qquad r = \text{const.}, \quad \theta = \frac{ct}{r^2} + \text{constante},$$

seront d'ailleurs des solutions singulières proprement dites ou des intégrales-asymptotes, dans les mêmes cas où la relation $r =$ constante se trouvera, soit l'un, soit l'autre, à l'égard du mouvement rectiligne fictif du point sur son rayon vecteur. Quant à l'ordre de leur contact avec l'intégrale générale, il sera plus élevé d'une unité pour θ que pour r. En effet, la seconde équation (31), différentiée $p+1$ fois, montre que la dérivée $\frac{d^{p+1}\theta}{dt^{p+1}}$ s'annule quand les p premières dérivées de r s'annulent elles-mêmes.

On obtient des exemples particuliers en remplaçant, dans ceux des numéros précédents, s ou x par r, et en prenant ensuite

$$(35) \quad -\varphi(r) + \frac{c^2}{r^3} = \tfrac{1}{2} f'(r), \quad \text{ou } \varphi(r) = \frac{c^2}{r^3} - \tfrac{1}{2} f'(r).$$

Digitized by Google

On trouve ainsi les lois d'attraction pour lesquelles, avec une valeur donnée de la constante c des aires, les différents cas examinés précédemment se présenteront dans un mouvement curviligne. Il y aura lieu de considérer spécialement ceux où le rôle du principe directeur ne sera jamais terminé; ce qui arrivera, en particulier, quand le mobile ne pourra pas s'éloigner indéfiniment du centre fixe. Dans les exemples où s et x pouvaient s'annuler, on remplacerait ces variables, non pas précisément par r, mais par la différence $r-\alpha$, où α désignerait une constante positive assez grande pour que r ne s'annulât jamais.

Quand la constante c se réduit à zéro, le mouvement est rectiligne, il vient simplement $\varphi(r)=-\frac{1}{2}f'(r-\alpha)$, et les solutions singulières correspondent bien à des points d'arrêt, car les valeurs (34) de θ sont alors invariables comme celles de r.

18. — *L'examen des phénomènes physico-chimiques rend très-probable l'existence de ces intégrales.*

La vraie expression de l'action de deux atomes, c'est-à-dire (à part un facteur constant) de la fonction $\varphi(r)$, celle que réalise la nature, est-elle compatible avec l'existence d'une ou de plusieurs orbites circulaires, représentatives d'intégrales singulières des équations de leur mouvement relatif? Cela me semble éminemment probable.

L'action $\varphi(r)$, négative ou répulsive et extrêmement grande pour les plus petites valeurs de r, s'annule à la distance où se produit l'équilibre chimique des deux atomes, alors qu'il sont groupés statiquement pour former une molécule : au delà, elle devient positive, sans quoi l'équilibre chimique n'aurait aucune stabilité et la molécule n'existerait pas. Or, en outre de l'équilibre propre

Digitized by Google

ou intérieur de chaque molécule, il y a cet équilibre, plus ou moins stable, de molécules agissant à des distances très-supérieures aux dimensions de l'une d'elles, qui constitue l'état liquide [et même jusqu'à un certain point l'état gazeux, suivant une opinion contraire, il est vrai, à la théorie en vogue, mais qui me paraît mieux expliquer l'ensemble des faits (1)]. Ce n'est pas tout. A l'état solide, les molécules chimiques semblent être groupées en associations complexes, en *molécules intégrantes*, bien plus étendues elles-mêmes que la molécule chimique, et dont le mode d'agrégation, variable à la suite des déformations *persistantes* ou *non-élastiques* qui peuvent survenir, caractérise les diverses structures, *cristalline*, *fibreuse*, etc. La cohésion paraît résulter précisément des actions mutuelles de ces molécules intégrantes. Donc, lorsque la distance r de deux atomes dépasse notablement les dimensions d'une molécule chimique, la force $\varphi(r)$ doit changer de signe, de manière à se trouver négative ou répulsive quand r atteint une valeur de l'ordre du rayon d'activité des actions moléculaires à l'état liquide, et à redevenir positive dès que la situation d'équilibre physique est dépassée. L'existence des molécules intégrantes, ou, si l'on veut, des diverses contextures que présentent les solides, semblerait même indiquer, entre cette dernière position d'équilibre stable et la première, une position d'équilibre stable intermédiaire, propre à chaque molécule intégrante ; en sorte que la fonction $\varphi(r)$, pour r grandissant de zéro à l'infini, passerait plus de deux fois du négatif au positif, avant de devenir définitivement positive et inversement proportionnelle à r^2, comme elle l'est à fort peu près aux distances que nos sens nous permettent de mesurer.

Mais, entre deux positions successives d'équilibre

(1) Voir, au *Journal de mathématiques pures et appliquées de M. Liouville*, t. XVIII (1873), le § IX d'une *Étude sur les principes de la mécanique, sur la constitution moléculaire des corps et sur une nouvelle théorie des gaz parfaits*.

Digitized by Google

stable, il y en a au moins une d'équilibre instable : car l'action mutuelle $\varphi(r)$ ne peut pas, de positive ou attractive, devenir négative ou répulsive, sans changer de signe une fois et sans s'annuler une ou plusieurs fois. Or, les valeurs de r pour lesquelles $\varphi(r)$ s'annule, soit en conservant son signe, soit en passant du positif au négatif, correspondent à des positions d'équilibre instable des deux atomes.

Il paraît donc y avoir tout au moins une valeur de r, que j'appellerai a, pour laquelle les deux atomes sont en équilibre instable et où la fonction $\varphi(r)$ devient de positive négative lorsque r grandit. Cette valeur a peut être appelée le *rayon d'activité des actions chimiques;* car elle marque la limite extrême du *champ* de celles-ci, ou la distance r au-dessus de laquelle commencent à s'exercer les forces, dites d'*élasticité,* qui expliquent les propriétés des états fluide et solide des corps.

Supposons que les deux atomes s'y trouvent actuellement placés sans vitesse. S'ils viennent à se rapprocher (sous l'action d'une cause infiniment petite), la vitesse acquise leur fera évidemment dépasser la position d'équilibre chimique, et leur distance diminuera, jusqu'à ce que la répulsion qu'ils exerceront l'un sur l'autre, croissant de plus en plus, l'empêche de descendre au-dessous d'un certain minimum r_0, pour la faire grandir ensuite et la ramener finalement à sa valeur initiale a. Dans le cas contraire où les deux atomes, d'abord distants de a, commenceraient par s'écarter, la vitesse que produirait leur répulsion mutuelle les éloignerait au delà de la position d'équilibre physique, jusqu'à une certaine distance maximum r_1, à partir de laquelle leur attraction les rapprocherait pour les ramener, sans vitesse finale, à leur distance primitive a. Si l'attraction était trop faible, dans ce dernier cas, pour produire le mouvement de retour, ou pour que r_1 eût une valeur finie, deux atomes qui se sépare-

Digitized by Google

raient au moment de la dissociation complète d'une molécule s'éloigneraient indéfiniment l'un de l'autre, à plus forte raison, car ils auraient traversé avec une certaine vitesse la position d'équilibre instable $r = a$; et on ne voit pas comment la matière aurait pu former dans l'univers les systèmes stables qu'on y observe. Donc, dans l'équation (32), prise avec $c=0$, la fonction $\varphi(r)$ s'annule pour $r=a$; en outre, l'équation des forces vives,

$$\frac{dr^2}{dt^2} = 2\int_r^a \varphi(r)\,dr$$

(spécifiée de manière que $\frac{dr}{dt}$ s'annule quand $r = a$), doit avoir son second membre nul pour $r = r_0$ et pour $r = r_1$.

Ainsi, l'intégrale $2\int_r^a \varphi(r)\,dr$ est une fonction qui ne devient jamais négative entre les deux limites $r = r_0$, $r = r_1$, qui s'annule à ces deux limites en y changeant de signe, et qui s'annule aussi, mais sans changement de signe, tout au moins pour la valeur intermédiaire $r=a$.

Cela posé, concevons que la constante des aires c, d'abord nulle, croisse graduellement, ou que l'on considère, non plus un mouvement rectiligne, mais divers mouvements curvilignes. L'équation (35) donnera, pour un quelconque d'entre eux,

$$(36) \qquad f'(r) = -2\varphi(r) + \frac{2c^2}{r^3} = \frac{d}{dr}\left[2\int_r^a \varphi(r)\,dr - \frac{c^2}{r^2}\right].$$

Dans le second membre de cette formule, l'expression

$$2\int_r^a \varphi(r)\,dr - \frac{c^2}{r^2},$$

inférieure à son premier terme, en diffère d'autant moins que r est plus grand et c plus petit. Comme la

Digitized by Google

différence dont il s'agit est insensible pour c très-petit, l'expression considérée admet, aux environs de $r=a$, un minimum négatif, tant que c ne dépasse pas une certaine limite; et elle est évidemment inférieure à ce minimum pour $r=r_0$, peu différente, pour $r=r_1$, du même minimum (du moins dans l'hypothèse de c très-petit). Appelons A la valeur précise de r, inférieure au rayon d'activité a des actions chimiques, qui rend minimum la fonction

$$2\int_r^a \varphi(r)\,dr - \frac{c^2}{r^2},$$

ou pour laquelle on a

(36 *bis*) $\qquad f'(\mathrm{A}) = 0$, c'est-à-dire $\mathrm{A}^3\,\varphi(\mathrm{A}) = c^2$;

et soit $-\mu$ ce minimum. Il est clair que la fonction considérée se réduira aussi à $-\mu$ pour une certaine valeur $r=\mathrm{R}_0$ supérieure à r_0 et pour une autre valeur $r=\mathrm{R}_1$, voisine de r_1 si c est assez petit. En outre, elle sera plus grande que $-\mu$ dans tout l'intervalle, à supposer du moins que l'on se borne au cas simple où $\int_r^a \varphi(r)\,dr$ ne devient minimum qu'une seule fois entre $r=r_0$ et $r=r_1$. Si donc nous prenons

(37) $$f(r) = 2\int_r^a \varphi(r)\,dr - \frac{c^2}{r^2} + \mu,$$

la fonction $f(r)$, positive entre $r=\mathrm{R}_0$ et $r=\mathrm{R}_1$, changera de signe à ces limites et aura une valeur minimum nulle pour $r=\mathrm{A}$. Alors, en admettant que, dans l'état initial, la vitesse radiale $\frac{dr}{dt}$ égale précisément $\pm\sqrt{f(r)}$, de manière que l'équation des forces vives soit

(38) $$\frac{dr^2}{dt^2} = f(r),$$

Digitized by Google

il existera une intégrale singulière $r=A$, $\theta=\frac{ct}{A^2}+\text{const.}$ Celle-ci représentera une orbite circulaire, sur laquelle le mobile viendra se placer un nombre indéfini de fois en y arrivant, soit du dedans de l'orbite, soit du dehors, et d'où il pourra ensuite, après un trajet plus ou moins long, dévier d'un côté ou de l'autre, au gré du principe directeur. *Le rayon* A *de l'orbite circulaire* en question se calcule par l'équation (36 *bis*), qui donne $\varphi(A) > 0$; *il est* donc *inférieur au rayon d'activité a des actions chimiques, et en diffère d'autant moins que la constante des aires c est plus voisine de zéro.*

L'intégrale singulière $r=A$ sera généralement asymptote : elle ne pourra devenir solution singulière proprement dite que dans des cas spéciaux et seulement pour des valeurs isolées de A ou par suite de c^2. En effet, si l'on considère les valeurs de r qui sont très-voisines d'une valeur quelconque donnée A, la fonction $f(r)$, continue ainsi que sa dérivée première, pourra être développée par la série de Taylor, suivant les puissances de $r-A$, jusqu'au terme du second degré, ou jusqu'au moins élevé des termes suivants dans le cas où celui du second degré serait nul : il n'y aura exception que pour les valeurs très-spéciales de A qui rendraient infinie ou discontinue la dérivée seconde $f''(A)$, ou une des suivantes quand celle-là est nulle. Donc, ce cas mis à part, comme on détermine μ et c de manière à annuler $f(A)$ et $f'(A)$, le développement commencera, soit par le terme en $(r-A)^2$, soit par un des suivants ; et l'on sait, d'après le numéro 13, que l'intégrale est alors asymptote (vu qu'on a, avec les notations de ce numéro, $2m=2$ ou >2, $k=0$).

J'ai admis que la fonction $2\int_r^a \varphi(r)dr$ ne possédait, entre les limites $r=r_0$, $r=r_1$, qu'un seul minimum nul. Dans le cas où elle en présenterait plusieurs, on considérerait l'un quelconque d'entre eux, celui qui a lieu pour $r=a$

Digitized by Google

par exemple, et le second membre de (37) aurait (en se bornant aux valeurs assez petites de c) un minimum nul pour une valeur $r=A$ plus ou moins inférieure à a. Seulement, ce second membre, positif aux environs de $r=A$, pourrait devenir négatif dans une notable partie de l'intervalle compris entre $r=r_0$ et $r=r_1$. Mais il suffirait d'appeler R_0 et R_1 les deux valeurs extrêmes de r, comprenant A, entre lesquelles la fonction $f(r)$ ne cesserait pas d'être positive, pour rendre les considérations précédentes entièrement applicables. On voit que chaque minimum de la fonction $f(r)$, minimum toujours réductible à zéro par l'addition d'une constante convenablement choisie, donne naissance à une intégrale singulière distincte (1).

19. — *Les principes généraux de la mécanique paraissent ne permettre l'existence d'intégrales singulières que pour des modes particuliers d'état initial.*

Les problèmes de mécanique passés en revue ne comportent de solutions singulières que lorsque l'état initial satisfait à une certaine condition. Ainsi, dans les cas où la trajectoire du mobile est une ligne donnée, le corps doit arriver sans vitesse à une de ses positions d'équilibre instable pour pouvoir s'y arrêter et y séjourner durant un laps de temps arbitraire. De même, dans le mouvement relatif de deux atomes, il faut que l'un de ces atomes vienne se placer sans vitesse *radiale* relative sur une circonférence *singulière* décrite autour de l'autre comme centre, pour que la loi du mouvement lui permette d'abandonner à ce moment la trajectoire qu'il suivait et de se mouvoir sur cette circonférence pendant un temps quelconque.

La condition restrictive dont il s'agit tient à une double

(1) Voir, à la fin du mémoire (p. 189), la note V, *Sur le mouvement quasi-circulaire d'un point soumis à l'attraction d'un centre fixe, etc.*

Digitized by Google

cause. Elle provient, en premier lieu, de ce que l'intégrale première ou les intégrales premières du problème sont, dans les deux cas, l'équation des forces vives, ou cette équation et celle des aires, c'est-à-dire des relations obtenues en multipliant les équations différentielles proposées par des facteurs d'intégrabilité qui ne deviennent jamais infinis. Ces facteurs sont, en effet, les composantes de la vitesse pour la formule des forces vives, et certaines coordonnées du point mobile pour celle des aires. Par suite, *les équations différentielles du mouvement n'ont alors pas plus d'étendue que leurs intégrales premières. Elles en ont même un peu moins (et c'est le second motif de restriction, le plus décisif), à cause de cette circonstance, que les solutions singulières de l'intégrale des forces vives, annulant justement le facteur d'intégrabilité précédemment employé pour établir la formule même des forces vives, sont le plus souvent des solutions étrangères aux équations proposées du mouvement et ne conviennent à celles-ci que pour des modes spéciaux d'état initial.*

Quelque chose du premier, tout au moins, de ces motifs de restriction, subsiste dans le cas d'un système d'autant de points mobiles qu'on voudra, à cause de l'impossibilité où l'on est d'éviter certaines intégrales générales premières (formules des quantités de mouvement, des moments, des forces vives) obtenues en ajoutant les équations de mouvement après les avoir multipliées par des facteurs d'intégrabilité qui sont, ou des constantes, ou des coordonnées, ou des composantes de vitesse, toutes quantités essentiellement finies. Des solutions singulières de véritables équations de mouvement n'ont donc pas le degré de généralité qu'elles présenteraient si la forme des équations différentielles était quelconque, c'est-à-dire si chaque intégrale première générale pouvait être remplacée (en égalant à l'infini le facteur d'in-

Digitized by Google

tégrabilité correspondant) par certaines intégrales singulières qui lui seraient corrélatives et qui auraient elles-mêmes des intégrales affectées d'une constante arbitraire. Remarquons toutefois que l'ensemble des solutions singulières doit former alors un système contenant un nombre plus ou moins grand de telles constantes, et par suite compatible avec des conditions d'état initial infiniment plus variées qu'il n'arrive lorsqu'il s'agit des mouvements d'un seul point ou de deux points.

En résumé, des circonstances exceptionnelles paraissent être nécessaires, autant qu'on peut en juger par les exemples traités ci-dessus, pour que les équations de mouvement d'un système matériel admettent des intégrales singulières et ne règlent pas à elles seules toute la suite des états par lesquels passe le système. La probabilité que ces circonstances se réalisent par le seul effet du hasard est même infiniment petite ou analytiquement nulle ; et elle semblerait presque correspondre à une sorte d'impossibilité physique, *malgré la possibilité stricte prouvée par le calcul,* si le bon sens ne portait à penser, comme on a vu à la fin du numéro 4, que la nature ne distingue pas des circonstances dont il s'agit celles qui n'en diffèrent qu'au point de vue abstrait, c'est-à-dire suffisamment peu, *analytiquement*, pour pouvoir être qualifiées de physiquement pareilles, ou pour que l'application de forces supplémentaires *fictives*, extrêmement petites pour le géomètre mais en réalité dépourvues de toute valeur objective, y rendît les bifurcations possibles *mathématiquement*.

De toute manière, il y a au moins un état physique réel représenté par chaque solution singulière. Car, alors même qu'on supposerait finie, au point de vue de l'analyste, la différence entre deux états réels les plus voisins possibles, en sorte qu'il y eût discontinuité mathématique dans le passage de l'un à l'autre, l'état idéal représenté

Digitized by Google

par la solution singulière se trouverait nécessairement ou identique à un état physique réalisable, ou compris entre deux états physiques voisins. Or, dans ce second cas, on pourrait lui identifier ces derniers au point de vue concret, puisqu'ils en différeraient moins qu'ils ne différeraient entr'eux, c'est-à-dire moins que n'exprimerait la quantité réelle la plus petite pour les conditions admises.

Ainsi, quoique nous ne puissions pas savoir au juste en quoi consistent les différentielles des choses, leurs derniers accroissements, ou, en d'autres termes, ce qu'est la continuité dans la nature et jusqu'à quel point précis elle ressemble à celle des quantités abstraites conçues par la raison, nous voyons cependant que chaque solution singulière, si isolée qu'on la suppose, correspond bien à un véritable état physique, réalisable au même titre que tout autre état.

Les nuances délicates que l'analyse indique ici, et qu'on a de la peine à interpréter rigoureusement dans un langage concret, tiennent sans doute à ce que le domaine du principe directeur ne touche que par sa frontière à celui du géomètre : il est comme situé à la limite extrême de notre claire vision, là où, par suite de la forme de notre esprit, nous ne pouvons plus faire le départ exact de l'abstrait d'avec le réel. Nous reconnaissons *avec la netteté la plus complète* l'existence, à cette limite, d'un ordre de choses différent de celui qui remplit tout l'espace mesurable ; mais, déroutés comme toujours par le mystère du *continu*, nous n'apercevons, en quelque sorte, qu'une ligne sans largeur pour représenter le *contact* très-réel des deux ordres de choses et le lieu ou s'opèrent leurs échanges d'influences.

D'ailleurs, quelque largement qu'on entende, au point de vue physique, ce qui est pour le mathématicien une

Digitized by Google

probabilité infiniment petite, si les choses se passent pour un système d'un grand nombre de points comme pour un système de deux points, il y a certitude morale qu'aucune bifurcation de voies laissées ouvertes par le jeu des forces mécaniques ne se présentera, sur un théâtre fini et durant un temps restreint, ne viendra par suite permettre l'intervention d'un principe directeur, à moins qu'on n'admette une préparation ou mise en train préalables du système par quelque cause spéciale, à moins qu'un certain *choix* n'ait présidé à l'état initial.

Or, à cet égard, les systèmes d'un grand nombre de points doivent se comporter comme un simple couple d'atomes ; car si la probabilité de réalisation, par le hasard, de circonstances initiales compatibles avec des bifurcations y était assignable et finie, elle ne s'annulerait vraisemblablement pas dans les cas extrêmes dont nous avons pu aborder le calcul aux numéros 12 et 16, où nous avons reconnu qu'elle devient infiniment petite quoique le nombre total des points y puisse être extrêmement grand.

Il n'en serait probablement plus de même sans les principes généraux de la conservation des quantités de mouvement, des moments, des forces vives, c'est-à-dire dans un monde auquel ces principes ne s'appliqueraient pas.

Jetons un coup-d'œil, par exemple, sur le problème du mouvement rectiligne d'un point et sur le rôle qu'y prennent les solutions singulières, quand la conservation de l'énergie n'a pas lieu ou que l'accélération $\frac{d^2x}{dt^2}$ dépend à la fois de la coordonnée x et de la vitesse $\frac{dx}{dt}=v$. Alors, en appelant f une certaine fonction de deux variables, on a pour équation du mouvement

$$(a) \qquad \frac{d^2x}{dt^2} = f\left(x, \frac{dx}{dt}\right),$$

Digitized by Google

ou

$$(b) \qquad dv - \frac{f(x, v)}{v}\, dx = 0.$$

Comme le temps t n'entre pas explicitement dans $f(x, v)$, l'intégrale générale, avec deux constantes arbitraires c, c', est de la forme

$$(c) \qquad x = \mathrm{F}(c, t - c');$$

car on ne change rien dans l'équation (a) quand on déplace l'origine des temps ou qu'on met $t - c'$ au lieu de t. Or, en résolvant par rapport à $t - c'$, et appelant ψ une certaine fonction, la relation (c) devient

$$(d) \qquad t - c' = \psi(x, c).$$

Celle-ci, différentiée, donne l'intégrale première

$$1 = \frac{d\psi(x, c)}{dx}\, v,$$

qui, résolue par rapport à c, prend la forme normale

$$(e) \qquad \varphi(x, v) = c.$$

Différentions cette relation (e); de plus, observons qu'à une époque particulière unique, d'ailleurs quelconque, x et v peuvent être choisis arbitrairement dans l'intégrale générale sans que celle-ci cesse de vérifier l'équation (b). Le résultat obtenu, qui donne le rapport de dv à dx égal à celui de $-\frac{d\varphi}{dx}$ à $\frac{d\varphi}{dv}$, montre donc que ce dernier rapport vaut $\frac{f(x, v)}{v}$ pour toutes les valeurs de x et de v, ou que l'on a identiquement

$$(f) \quad dv - \frac{f(x, v)}{v}\, dx = \frac{1}{\frac{d\varphi}{dv}} \left(\frac{d\varphi}{dv}\, dv + \frac{d\varphi}{dx}\, dx \right) = \frac{1}{\frac{d\varphi}{dv}}\, d\varphi.$$

Digitized by Google

Cela posé, l'équation (*b*) du mouvement, revenant à annuler le premier membre de (*f*) et par suite le dernier, pourra être vérifiée, soit en posant $d\varphi = 0$, $\varphi =$ constante, ce qui est l'intégrale générale première (*e*), soit en posant

$$(g) \qquad \frac{1}{\frac{d\varphi}{dv}} = 0, \quad \frac{d\varphi(x, v)}{dv} = \infty,$$

ce qui donne, en général, une ou plusieurs solutions singulières de la forme

$$(h) \qquad v \text{ ou } \frac{dx}{dt} = \text{une fonction déterminée } \chi(x).$$

Or, quelle que soit, dans chaque cas, la constante arbitraire *c*, il y aura généralement des valeurs particulières de x pour lesquelles v sera le même dans (*e*) et dans (*h*). Donc, aux moments où x recevra l'une de ces valeurs, on pourra passer sans discontinuité de l'intégrale générale (*e*) à la solution singulière (*h*), pour utiliser celle-ci sur une étendue quelconque, puis la quitter en suivant une nouvelle intégrale particulière jusqu'à la rencontre d'une autre solution singulière; et ainsi de suite.

On voit que, sans le principe de la conservation des forces vives, qui réduit la relation (*e*) à la forme simple $v^2 - 2\int f(x)\,dx = c$ et la dérivée $\frac{d\varphi}{dv}$ au facteur $2v$ toujours fini, l'intervention d'un principe directeur pourrait devenir nécessaire, non seulement dans des cas spéciaux concernant l'état initial du mobile, mais même quel que fût cet état.

20. — *Ces modes d'état initial ne sont autre chose que les conditions matérielles de la vie.*

Les circonstances d'état initial sans lesquelles il n'y a pas de solutions singulières, lieux de réunion et de

Digitized by Google

bifurcation des intégrales, sont les seules qui permettent à des causes, autres que les forces physico-chimiques représentées dans les équations du mouvement, d'influer sur la suite des états du système : ce sont donc des *conditions nécessaires de la vie*. On peut même les qualifier de conditions suffisantes de la vie, pourvu que l'on convienne d'appeler *vitaux*, en précisant le sens de ce mot un peu vague, tous les phénomènes où se montre un *principe de détermination* dont le rôle soit de *diriger* la matière sans lui imprimer aucune accélération, et qui se dérobe ainsi aux divers modes d'évaluation dynamométrique employés par les savants (1).

Sans doute, un tel principe doit être bien inconscient, bien incompréhensible même à nos esprits, quand il s'agit, par exemple, d'un simple couple de deux atomes initialement placés dans leur situation relative d'équilibre instable. Mais n'est-il pas certain que la vie, à son état le plus rudimentaire, établissant la transition du minéral à un organisme nettement caractérisé, est précisément quelque chose de fort obscur, alors que la vie de la plante la plus développée, celle d'un embryon d'animal, sont encore comme nulles au point de vue de la sensibilité et de la connaissance (2)? En disant que la vie existe dès que des conditions matérielles nécessitant un principe directeur sont réalisées, je ne prétends donc nullement qu'il soit question là d'une vie consciente, pas

(1) Les lecteurs qui jugeraient que la *vie* (en prenant le mot dans son acception reçue) est un mode d'existence trop étranger à la matière pure pour être tenu de se manifester en elle dès que se réalisent certaines conditions de forme et de vitesses, verront au numéro 25 (p. 131) qu'il y a place, dans le système d'explication exposé ici, pour une opinion mitigée, très-soutenable, et où cette conséquence, trouvée par eux trop hardie, est évitée sans qu'il soit nécessaire d'attribuer aux actions vitales une valeur dynamométrique quelconque.

(2) Je ne nie pas, cependant, qu'il n'y ait une certaine sensibilité même chez les plantes, comme il résulte d'une belle conférence dans laquelle M. Claude Bernard a exposé ses observations touchant l'influence suspensive des anesthésiques sur la vie végétale (*Association française pour l'avancement des sciences ;* congrès de Clermont, 1876).

Digitized by Google

même peut-être encore d'une vie végétale. [1] J'entends seulement qu'une cause extra-physique, ou non exprimée par les équations du mouvement, entre inévitablement en jeu dans de pareilles circonstances ; et je laisse aux physiologistes le soin d'éclaircir, dans la mesure du possible, les mystères dont la nature vivante est remplie.

La définition que je donne de la vie présente l'avantage de rattacher ce mode supérieur d'existence à des conditions géométriques précises. De plus, elle dégage ou met en relief l'élément essentiel de l'opinion commune que s'en forment les hommes, et qui consiste dans l'idée d'un principe d'action non évaluable à la manière des forces mécaniques. Et elle ne me paraît pas en désaccord avec les notions qu'en proposent les naturalistes, les philosophes, les théologiens, qui, tous, admettent que la vie jaillit inévitablement, que *l'âme n'est jamais refusée,* quand se réalisent certaines conditions matérielles très-déterminées. Seulement, l'expérience prouve que la vie, telle qu'elle se manifeste dès lors, est purement végétative, qu'une période plus ou moins longue d'élaboration inconsciente précède toujours les manifestations intellectuelles, dans les cas, relativement rares, où elle ne remplit pas la totalité de l'existence et où l'être vivant appartient aux espèces les plus élevées.

Au reste, en admettant que les conditions physico-chimiques dont il est parlé sont suffisantes pour que la vie surgisse, on n'a probablement pas à craindre d'ouvrir la porte à la doctrine de la génération spontanée, dans une mesure contredite par l'observation. D'après ce qui a été remarqué au numéro précédent (p. 108), les circonstances d'état initial compatibles avec l'existence de solutions singulières paraissent assez spéciales pour n'avoir

(1) Voir à ce propos le quatrième alinéa du numéro 27 (p. 135).

Digitized by Google

qu'une probabilité pratiquement nulle de se produire fortuitement. Elles sont peut-être aussi impossibles à réaliser d'une manière artificielle, sinon plus, qu'il l'est de faire tenir sans appui un cône sur sa pointe. Et leur caractère d'exception explique pourquoi la matière que nous trouvons organisée à la surface de la terre est seulement une partie extrêmement minime de toute celle qui compose notre globe, une fraction fort petite même de la matière, apte chimiquement à faire partie des organismes, répandue à l'état fluide ou à l'état solide autour du noyau de la planète.

Si, au contraire, la vie était conciliable avec des conditions d'état initial quelconques ou trop peu spécifiées, ces conditions n'exigeraient pas, pour se maintenir, des circonstances de milieu extérieur fort déterminées aussi, quelque réelle pourtant que soit une certaine indépendance de l'être animé, à l'égard de ces circonstances, rendue possible par la perfection et l'heureux agencement des organes, mais surtout par la présence d'un liquide nourricier en circulation les baignant tous, véritable milieu intérieur qui amortit les changements survenus au dehors ou qui même les transforme en excitants utiles. On ne voit pas pourquoi la *vie* serait alors, dans le monde visible, cette *exception tellement spéciale,* que sa persistance, et la possibilité pour nous de l'observer, tiennent seulement à la merveilleuse propriété que présentent les êtres vivants de propager dans de nouveaux organismes, issus de leur substance, quelque chose de leur type propre, de la *singularité* qui les caractérise.

21. — *La difficulté que présente leur réalisation n'empêche pas, d'ailleurs, la vie d'être stable ou persistante.*

Les exemples très-simples d'intégrales singulières exposés ci-dessus font d'ailleurs concevoir la persistance effective de la vie, pendant des temps qui sont

Digitized by Google

assez longs pour que la cause interne d'affaiblissement des individus et, à plus forte raison, des espèces (si celles-ci s'éteignent naturellement à la longue), paraisse à nos esprits négligeable, à un moment donné, en comparaison des autres actions en jeu. En effet, dans le problème du mouvement relatif de deux atomes, il est sans doute fort difficile de réaliser les conditions d'état initial pour lesquelles il y a des bifurcations d'intégrales ; mais, une fois ces conditions obtenues, les bifurcations se produisent indéfiniment, et le rôle du principe directeur n'est jamais terminé. Le système ne peut *mourir*, c'est-à-dire, être abandonné désormais à la domination exclusive des lois mécaniques, que si une cause étrangère vient le déranger, ou peut-être encore si de légers écarts, de la nature de ceux que notre esprit ne perçoit pas parce qu'ils sont hors de son pouvoir d'adaptation aux choses, rendent réelle la différence de l'état vrai du système d'avec son état, idéal et abstrait, de parfait équilibre instable aux moments où la distance des deux points atteint la valeur désignée plus haut par A (p. 104).

Il est vrai qu'un animal ou un végétal ne constituent pas, comme un couple de deux atomes supposés seuls dans l'univers, des systèmes matériels absolument indépendants. Par le fait même qu'ils sont observables dans leur ensemble, à la portée de nos sens, ils ne peuvent manquer d'être des organismes *partiels*, c'est-à-dire astreints à des rapports avec un monde extérieur auquel leur existence se coordonne. La vie qui est en eux repose donc sur de tout autres bases que celle d'un organisme fictif, constitué pour se suffire à lui-même, et qui, ne trouvant rien hors de lui, n'aurait pas à se défendre de perturbations venues du dehors : elle est faite au contraire pour s'accommoder à tout instant d'échanges de *matière* et d'énergie avec le monde extérieur qui lui fournit un point d'appui nécessaire. De là, dans les êtres

Digitized by Google

organisés, des conditions de vie profondément différentes de celle que l'analyse nous a fait connaître pour le cas d'un simple système de deux atomes. L'instabilité physico-chimique doit pouvoir s'y soutenir, pendant le cours de l'existence, nonobstant tous les changements assez modérés qui surviennent dans le milieu ambiant, tandis que l'intervention d'un pareil milieu détruirait cette instabilité chez un couple de points matériels. Mais le fait que les circonstances d'état initial productrices de l'instabilité physico-chimique, dans un système de deux atomes, la maintiennent indéfiniment *pour les conditions extérieures d'isolement propres au système,* porte à inférer l'existence d'une propriété analogue dans un organisme destiné à vivre au sein d'un monde extérieur.

Effectivement, la contexture et les relations mutuelles des organes semblent être précisément ce qu'il faut, pour que les variations survenues au dehors s'harmonisent, en pénétrant à l'intérieur, de manière à ne pas écarter le corps des voies compatibles avec la vie. Dès que s'altèrent les circonstances très-précises, inimitables artificiellement, qui résultent de ces relations mutuelles des organes, l'instabilité physico-chimique se détruit rapidement; au point qu'il a été jusqu'à présent aussi impossible de faire vivre, ou seulement de conserver intact, un fragment d'organisme séparé de l'ensemble auquel il appartenait, que de le produire par génération spontanée. Il est donc probable que, si l'on parvenait à traiter analytiquement le problème dont les physiologistes poursuivent la solution par l'expérience, on reconnaîtrait, dans les circonstances mêmes qui président à la formation d'un être vivant ou à sa rénovation continue, la cause qui, tout à la fois, produit l'instabilité physico-chimique et la préserve des perturbations : on y verrait clairement, en faisant intervenir, si c'était nécessaire, les lois *physiologiques* régulatrices de l'évolution vitale, la manière dont

Digitized by Google

se concilie une instabilité si persistante, si bien soutenue, avec les variations intérieures provoquées par des changements extérieurs assez restreints. Mais j'ai montré, au numéro 11 de ce mémoire (p. 64), combien semble éloigné le jour où pareille question pourra être effectivement attaquée par le géomètre.

Quoiqu'il en soit, l'exemple offert par un système de deux atomes, où la *persistance* de l'instabilité *une fois produite* se trouve réunie à une probabilité infiniment faible *de première réalisation*, suffit pour prouver qu'il n'y a pas nécessairement de proportion, de rapport fini, entre la *stabilité* d'une vie entendue comme je le fais, et la *largeur du champ* à l'intérieur duquel doivent être comprises les circonstances matérielles propres à son apparition. La première de ces deux quantités peut être finie, quoique la seconde soit analytiquement nulle. Il importe d'éviter, à cet égard, une confusion, qui, sous prétexte d'une probabilité infiniment petite, aurait pour conséquence de faire refuser aux intégrales singulières leur légitime rôle dans la représentation des phénomènes naturels, et qui, du même coup, obligerait d'assimiler la vie aux forces physiques, ou empêcherait de lui reconnaître un mode d'action spécial.

D'ailleurs, le fait de l'impossibilité expérimentale de la génération spontanée, en ce qui concerne toutes les espèces connues, rapproché de celui de la longévité des mêmes espèces, ne semble-t-il pas être précisément la traduction physique du double résultat auquel nous a conduit le calcul, savoir, une probabilité ou étendue de champ d'une petitesse inassignable, à côté d'une persistance paraissant indéfinie dans des conditions assez favorables de milieu?

Si, pour arriver à une probabilité finie, l'on attribuait au principe vital la puissance de créer de petites forces

Digitized by Google

mécaniques, réelles et exprimables mathématiquement quoique assez faibles pour échapper toujours aux moyens de mesure des physiologistes (qui ne les ont jamais rencontrées), on agrandirait sans doute, dans un rapport immense, les moyens de conservation de la vie ; car on rendrait possibles les bifurcations, l'intervention du pouvoir directeur, sur des bandes d'une certaine largeur de part et d'autre des simples lignes représentant, dans ma comparaison, le champ d'application des solutions singulières. Mais il semble que ce serait en dehors des voies propres de la vie qu'on étendrait ainsi, artificiellement, son domaine, et que la conservation plus grande rendue possible par ce moyen mériterait plutôt le nom de résurrection, ou de génération spontanée, que celui de conservation normale (1).

Enfin, pour terminer ce que j'ai à dire dans cet ordre d'idées, il est évident qu'il y a loin de la probabilité de production de la vie, sur une étendue restreinte et pendant un certain temps, à la probabilité d'observer effectivement des êtres animés dans la même étendue et durant le même temps. Celle-ci est incomparablement plus grande que la première et peut, conformément à ce que montre l'observation sur notre globe, devenir finie, dès qu'on admet, chez les séries ou groupes préexistants d'organismes, des moyens suffisants de conservation dans le temps et de propagation dans l'espace ; elle est,

(1) Peut-être les savants dont les habitudes d'esprit se sont formées dans l'étude des cas *généraux* de mouvement, c'est-à-dire dans celle des faits que présentent les êtres non organisés, et qui, par suite, ont accoutumé de trouver, *a priori*, une probabilité sensible à la production de tous les phénomènes qu'ils connaissent scientifiquement, croiront-ils nécessaire d'attribuer ainsi au principe vital la création de petites forces mécaniques, si faibles qu'on les suppose. Je ne vois pas d'inconvénient à cette hypothèse, commode pour l'imagination en attendant que l'esprit s'habitue à ne pas juger des êtres vivants comme des corps bruts, et qui ,d'ailleurs, n'introduirait aucune différence pratique dans les résultats, pourvu que les forces dont il s'agit fussent supposées insaisissables à l'observation. Au fond, ce seraient toujours les solutions singulières qui régleraient les conditions d'existence, qui *jalonneraient* le champ de la vie. Le but scientifique de ce mémoire serait donc atteint.

Digitized by Google

en effet, multipliée dans un rapport énorme par ce qui provient du passé et de régions autres que celle que l'on considère.

Nous avons aussi (p. 71), dans le problème fictif du mouvement d'un point sur une courbe polie, rencontré des cas où la vie, en quelque sorte, est précaire, parce qu'il n'y a pas persistance ou reproduction de l'instabilité, de l'état d'indifférence nécessaire à l'existence d'un être animé. Or, rien ne dit que la nature ne réalise pas des cas pareils. Ce n'est guère possible à l'état physiologique ou normal : car, alors même que la production d'une telle vie, chez des individus qui n'en auraient pas d'autre, serait aussi probable que celle d'une vie persistante, la probabilité pour qu'elle existât à une époque donnée se trouverait en raison inverse de sa durée, c'est-à-dire incomparablement moindre que celle des cas de vie persistante ou par conséquent infiniment faible, l'expérience donnant une probabilité finie de rencontrer à la surface de la terre des êtres à propagation illimitée (1). D'ailleurs, des espèces caduques seraient sans doute trop infimes pour fixer l'attention du naturaliste. Mais, sous forme pathologique ou comme déviation survenant chez quelques individus d'une espèce à vie persistante, c'est différent. De fait, toutes les plaies de mauvaise nature ne sont-elles par constituées par un tissu vivant, qui se forme d'une manière continue sans pouvoir se conserver (puisqu'il se détruit aussitôt), et qui absorbe en pure perte les sucs nourriciers de l'organisme ou même la substance de l'organe frappé de dégénérescence ?

(1) On sait que la certitude elle-même est mathématiquement une probabilité finie, égale à 1, puisque l'unité exprime le rapport du nombre des chances favorables au nombre total des chances considérées dans le cas où elles sont toutes favorables. Par suite, une probabilité incomparablement plus faible que la certitude est infiniment petite, et non finie ; car le nombre des chances favorables qui lui correspondent n'est qu'une fraction infiniment petite du nombre total des chances.

Digitized by Google

22.— *L'explication des phénomènes vitaux n'exige pas plus de solutions singulières que l'analyse ne nous en a indiqué.*

En résumé, les intégrales singulières paraissent se présenter, dans les équations effectives du mouvement, avec le degré précis d'étendue, d'applicabilité physique, en quelque sorte, qui convient pour expliquer les phénomènes vitaux tels que l'observation nous les révèle. Il ne fallait pas plus de ces intégrales que l'analyse, autant qu'il nous a été permis de la consulter, n'en indique. Si la *vie,* la *liberté* avaient pu se glisser dans le monde matériel autrement que par de simples *joints*, si les lois physico-chimiques leur livraient des passages d'une largeur finie, rien n'empêcherait, ce semble, les manifestations vitales d'éclater en mille occasions au sein d'une nature exclusivement inorganique, et la part de l'*inanimé* serait bien moins étendue que ne le montre l'expérience.

L'influence des principes directeurs auxquels l'humanité a toujours cru, et dont l'observation confirme l'existence, devait pouvoir s'exercer sans compromettre la détermination des problèmes de mécanique dans tous les cas ordinaires, qui sont ceux où elle n'a pas à intervenir. Aussi l'analyse, dès ses premiers pas dans la voie nouvelle, restreint-elle cette influence à un état de la matière tout spécial, séparé des autres états comme par un abîme, puisqu'on ne peut pas l'en faire dériver normalement.

Le calcul nous conduit donc, dès à présent, à étendre le principe qui domine toute la physiologie, *omne vivens ex vivo*, aux manifestations de la vie les plus rudimentaires qu'on puisse imaginer, à celles que leur extrême simplicité soustrait et soustraira probablement toujours à l'observation directe.

Digitized by Google

§ IV. — SUR L'EXISTENCE, PRESSENTIE PEUT-ÊTRE PAR POISSON, D'UNE DYNAMIQUE SUPÉRIEURE, OU DYNAMIQUE DU PRINCIPE DIRECTEUR. — CONCLUSION DE CE MÉMOIRE.

23. — ***Il était naturel que les solutions singulières remplissent, en mécanique, le rôle qui leur est assigné dans cette étude.***

On sait combien les géomètres du siècle dernier jugèrent surprenantes les intégrales singulières qui s'offrirent à leurs recherches et que l'analyse leur donnait en réponse à certaines questions de géométrie. Je ne crois pas me tromper en affirmant, d'après ma propre expérience, que le même étonnement se produit, de nos jours encore, chez les esprits réfléchis qui étudient pour la première fois le chapitre de l'analyse infinitésimale où il en est traité. Cet étonnement a pour cause la propriété, en même temps mystérieuse et incontestable, que possèdent les solutions singulières de soustraire à un déterminisme absolu certains accroissements finis de fonctions, alors que les accroissements infiniment petits ou la dérivée de ces fonctions ne cessent pas un instant d'être déterminés de proche en proche sans ambiguité.

On trouverait naturel qu'une propriété aussi extraordinaire eût signalé à l'attention les solutions dont il s'agit, dès l'époque de leur découverte, comme propres à représenter ce qu'il y a de spontané, d'extra-physique ou de spécial, dans les phénomènes de la vie. Ne semble-t-il pas qu'elle aurait dû, presque immédiatement, leur faire attribuer *surtout* pour rôle d'exprimer les conditions géométriques ou mécaniques de l'existence, si merveilleuse et vraiment *singulière*, d'êtres doués de conscience, d'activité *libre*, au sein de l'immense monde inorga-

Digitized by Google

nique, au milieu d'un réseau de lois paraissant régler toutes les variations infiniment petites des choses ? Et quelle autre propriété pourrait mieux convenir pour expliquer l'énigme étonnante de ces systèmes matériels, qui se dérobent au mécanisme sans cesser de lui obéir, qui se meuvent à l'aise, en quelque sorte, dans l'enchevêtrement infini des couches d'un tissu serré, dont les replis multiples enlacent tout l'espace, en le remplissant, et croisent toutes les directions ?

Personne cependant, à ma connaissance, n'avait émis jusqu'à présent cette idée, si simple, et en quelque sorte inévitable. Quoiqu'on n'ignorât pas que la nature ne laisse guère, sans les réaliser quelque part, des faits analytiques aussi étendus que celui des solutions singulières, ou ne tenant nullement à une forme particulière de fonctions, aucun géomètre ne paraît avoir cherché quel pourrait être, dans le monde visible, le domaine propre de ces intégrales, leur *champ d'application*. Et pourtant, on avait fort bien aperçu, dès le dix-septième siècle, le magnifique usage qu'on devait faire des solutions d'équations différentielles dans la représentation des phénomènes qui se transforment avec continuité ; puisque l'analyse infinitésimale existait à peine, que déjà l'on assignait toute la nature inorganique comme domaine aux intégrales générales.

Les solutions singulières ne seraient probablement pas restées sans application aux mouvements réels, on aurait tout au moins pressenti leur emploi, si les zoologistes s'étaient trouvés plus souvent mathématiciens, ou si les mécaniciens géomètres avaient pensé plus souvent à ce que pourraient bien être, sous le rapport de leur science, ces curieux systèmes matériels qu'on appelle des organismes vivants.

Digitized by Google

24. — ***Poisson a reconnu, du moins à une certaine époque de sa vie, qu'elles devaient en avoir un, et il a cherché, ainsi que M. Cournot, comment on pourrait lever l'indétermination qu'elles amènent.***

Je ne connais que Poisson qui ait essayé de tirer quelque parti, en mécanique, des solutions singulières. C'est dans son grand mémoire sur ces intégrales, inséré au tome VI du *Journal de l'École polytechnique* (1). Il n'a pas manqué d'y signaler la difficulté qu'elles font naître au point de vue d'un déterminisme absolu. Mais, ne pensant nullement aux phénomènes vitaux, il la regarde comme un *paradoxe* (p. 63 et 106) très-digne d'exercer la sagacité des géomètres, et qu'il renonce lui-même à éclaircir, non sans y avoir sans doute travaillé. Dominé par l'opinion préconçue qu'on doit pouvoir la lever au moyen de considérations purement physiques, évidemment étrangères aux équations du mouvement, il cherche dans les notions vagues *d'inertie* et de *force* ce que j'appelle le *principe directeur*. Comme il se borne (p. 104) à un seul exemple comportant indétermination, savoir au cas d'un mouvement rectiligne régi par l'équation $\frac{d^2x}{dt^2} = a\,x^n$, et où il y a le point d'arrêt $x = 0$, il peut résoudre très-simplement la difficulté en admettant sans discussion l'hypothèse qui donne la préférence au repos sur le mouvement.

Il ne remarque peut-être pas que cette hypothèse n'est qu'un dernier reste de la vieille opinion touchant la prétendue *paresse* des corps (opinion entendue dans un sens abandonné, non dans le sens très-vrai d'une dissipation de l'énergie partout où il y a des frottements); et qu'on la complique, sans la rendre plus probable, lorsqu'on intro-

(1) XIII^e^ cahier; 1806. — Voir, à partir de la page 100, l'article IV, consacré au rôle des solutions singulières en mécanique.

Digitized by Google

duit dans son énoncé les mots *force* et *inertie*, pris avec leur signification obscure. Les forces et les inerties ne sont, en effet, pour la science positive ou en ce qui concerne leur sens clair, que des produits de certains coefficients constants, appelés *masses*, par des accélérations, prises avec leurs signes ou avec des signes contraires. Quant au mot *inertie* (au singulier), je ne vois guère ce qu'il peut désigner en mécanique, si ce n'est le cas le plus simple de la grande loi d'après laquelle l'accélération éprouvée par un atome se compose d'accélérations partielles dirigées vers d'autres atomes et fonction de leurs distances, savoir, le cas où l'atome considéré se trouve seul et n'est animé par suite d'aucune accélération.

Donc, en disant qu'un point, actuellement sans vitesse, et qui n'est sollicité par aucune force dans une position unique où on le suppose placé, sera maintenu constamment en repos par son inertie, ou outrepasse les bornes de la science positive, qui permet seulement d'affirmer, en pareil cas, que la vitesse et l'accélération sont *actuellement* nulles. On attribue au mot force un sens métaphysique de *cause*, distinct de son sens géométrique précis; et l'on exige par suite qu'il y ait une antériorité, tout au moins logique, ou si l'on aime mieux, infiniment petite, de la force par rapport à l'accélération qu'elle est censée produire. On raisonne comme si les composantes de la vitesse de chaque point suivant trois axes n'éprouvaient les accroissements qu'elles reçoivent qu'à des instants *isolés*, séparés par des intervalles de temps, Δt, supposables infiniment petits seulement à la limite ou en tant qu'insensibles, et comme si ces accroissements, dus chaque fois à l'action produite par les forces pendant l'intervalle précédent, mais suspendue jusque là, dépendaient de la position du système à l'instant *précis* où ils s'effectueraient. Ce n'est qu'au moyen de ces hypothèses, c'est-à-dire en regardant l'accélération, telle que la donne l'équation de mouvement proposée, comme fournissant

Digitized by Google

un très-petit accroissement fini de la vitesse éprouvé au moment précis où le mobile a la coordonnée dont l'accélération dépend, qu'on rend impossible toute acquisition de vitesse aux points d'arrêt et qu'on supprime tout mouvement ultérieur.

Or, pour avoir quelque raison d'adopter cette manière de voir, dans le cas où l'antériorité qu'elle implique de la force à l'accélération influe sur les résultats, c'est-à-dire quand on est à une bifurcation d'intégrales, il faudrait savoir d'abord si les forces des mécaniciens sont autre chose que de simples conceptions géométriques; il faudrait savoir si l'on a le droit de les assimiler aux puissances inconnues du monde matériel, pour ce seul fait, qu'égalant des fonctions déterminées des distances moléculaires, elles ne peuvent manquer d'être corrélatives, dans nos organes, aux allongements ou raccourcissements de fibres qui nous procurent les sensations de *traction*, de *compression*, d'*effort*, etc., ou qui, du moins, correspondent à ces sensations [1]. Tant qu'une assimilation pareille sera absolument arbitraire, il y aura lieu de s'en tenir à ce principe clair, déduit de tous les faits constatés, que les lois physico-chimiques concernent directement des situations, des vitesses, etc., bref des réalités géométriques, accessibles à nos sens ou tout au moins à notre esprit, non des entités métaphysiques appelées forces; et qu'elles sont exprimées, d'une manière adéquate à notre point de vue, c'est-à-dire avec la plus grande rigueur à laquelle nous puissions prétendre, par les équations différentielles du mouvement.

Au reste, Poisson n'a pas dû être satisfait longtemps de la manière dont il avait tranché la question des points

(1) Voir, à la fin du mémoire (p. 241), la note VI, relative à la question de savoir ***Pourquoi l'imagination nous fait attribuer un sens d'effort à des produits de masses par des accélérations.***

Digitized by Google

d'arrêt; car, dans son *Traité* classique *de mécanique* (1833; t. 1er, n° 136, p. 251), il a préféré supprimer la difficulté, en affirmant, sans explication, que les expressions des forces naturelles ont sans doute des formes incompatibles avec l'existence de toute solution singulière. Et il y garde complétement le silence au sujet de l'indétermination qu'il avait rencontrée, près de trente ans auparavant, dans l'exemple simple $\frac{d^2x}{dt^2} = ax^n$. Le lecteur de ce traité n'entrevoit même pas la possibilité d'une pareille indétermination; vu que le seul problème, admettant une intégrale singulière, qui s'y trouve posé (extrait du Mémoire de 1806), et que l'auteur y donne d'ailleurs comme purement théorique, est une question où les intégrales particulières se terminent brusquement à leur jonction avec la solution singulière, en sorte qu'il n'y a pas bifurcation, mais simplement fusion ou réunion des intégrales en une seule. Je reviendrai au numéro 26 sur ce problème; et je montrerai par suite de quelle simplification trop peu aperçue, destinée à le rendre abordable en le modifiant, il s'y présente une particularité aussi exceptionnelle.

M. Duhamel, dans son *Cours de mécanique* (tome Ier, n° 277, p. 327), reproduit également le même problème; et il insiste, à ce propos, sur la nécessité de ne pas négliger les solutions singulières dans l'étude des questions de dynamique. Aussi est-on assez surpris de lire en tête du numéro 277: « L'équation différentielle du mouvement d'un point, jointe aux circonstances initiales, détermine complétement le mouvement de ce point pendant un temps indéfini ». Cette phrase, émise sans commentaire comme si elle ne soulevait aucune objection, semblerait indiquer que le savant professeur n'avait pas connaissance de la difficulté signalée par Poisson en 1806. Mais peut-être signifie-t-elle seulement que les solutions singulières n'intervien-

Digitized by Google

draient, en dynamique, que dans les cas où elles n'introduisent aucune indétermination.

Enfin, M. Cournot, dans son *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal* [1], s'est visiblement efforcé de résoudre le paradoxe des points d'arrêt, quoiqu'il n'en fasse pas mention d'une manière expresse. Pensant à ce moment, comme Poisson et Duhamel, que les lois mathématiques du mouvement ne laissent rien de libre partout où elles étendent leur domaine, il cherche à interpréter les équations différentielles des phénomènes naturels dans un sens qui n'autorise jamais aucune bifurcation. Il paraît admettre, à cet effet, qu'elles sont assimilables à des équations aux différences finies, ou, en d'autres termes, qu'elles fournissent directement, en fonction des valeurs *actuelles* des quantités physiques, les accroissements *réels ultérieurs les plus petits* de ces quantités, et non pas, précisément, leurs dérivées [2]. Il se place donc au point de vue que j'ai critiqué tout à l'heure comme purement arbitraire en ce qu'il a de restrictif, et comme transportant la question dans la sphère, inaccessible à notre intelligence, où s'effectuent les plus petits accroissements *réels* du *temps* et des choses. Grâce au principe ainsi accepté (du moins implicitement), M. Cournot observe que le choix entre une intégrale particulière et la solution singulière devient facile, à chaque bifurcation, quand l'intégrale singulière est de la forme x=constante ou que, par suite, l'équation différentielle, considérée comme étant aux différences finies, s'y réduit à $\Delta x = 0$ et donne x= constante. Son raisonnement ne

(1) 1841 ; tome II, n° 515, et n°s 519 à 521, p. 339 et 345 à 349.

(2) Évidemment, aucune bifurcation n'est possible dans cette hypothèse, où sont déterminés pour chaque instant les accroissements élémentaires produits, et par suite de proche en proche, pour un temps quelconque, les accroissements finis correspondants.

Digitized by Google

diffère pas, au fond, de celui que j'ai fait ci-dessus et qui justifierait, pour les points d'arrêt, la préférence accordée au repos sur le mouvement, si l'on admettait une certaine antériorité de la force par rapport à l'accélération.

Mais M. Cournot va plus loin encore. Profitant du résultat obtenu pour ce cas simple, il croit pouvoir effectuer dans le cas général un changement de la variable dépendante, propre à mettre chaque solution singulière sous la forme $x =$ constante ; et il conclut alors, naturellement, en faveur de ces solutions. Il ne fait pas attention à ce que présente d'illégitime, à son point de vue, la transformation ainsi effectuée, qui ne laisse à l'équation proposée son ordre, sa forme essentielle, qu'autant qu'on y emploie des règles élémentaires (de différentiation des fonctions de fonction et des fonctions composées), inapplicables aux différences finies, parce qu'elles négligent des erreurs relatives nulles seulement dans l'infiniment petit. Or les quantités négligées dont il s'agit sont de l'ordre des écarts naissants qui séparent la solution singulière d'une intégrale particulière, c'est-à-dire qu'elles sont au nombre de celles dont il faudrait tenir ici le plus grand compte (1).

(1) M. Cournot, si préoccupé, en philosophie, de chercher un « raisonnement direct » prouvant que « l'intervention du principe vital comme force physique peut et doit être rigoureusement nulle », se trouvait donc avoir examiné à loisir, dans la question des intégrales singulières, le point précis où gisait le « raisonnement direct » désiré. Et l'on voit pourtant que, dominé à son insu, en mécanique, comme tous les hommes de science depuis deux siècles, par le préjugé que les lois mathématiques y règlent tout, il avait rejeté sans s'en douter l'éclaircissement qu'il appelait de ses vœux quelques années plus tard. Il ne faut donc pas trop s'étonner que Poisson ait fini par reléguer hors de la philosophie naturelle, faute de lui trouver une place dans le monde réel, le paradoxe qui s'était présenté à lui, ni que, depuis, les professeurs de mécanique aient négligé d'y faire même allusion. Je n'aurais probablement encore, je l'avoue, aucune connaissance de cette découverte de Poisson, si une certaine surprise qu'a causé mon article du 19 février 1877 ne m'avait excité à fouiller dans les Recueils scientifiques pour y chercher des preuves à l'appui de mes propres recherches. Il ne faut pas, non plus, trop s'étonner que Laplace, à qui cependant la théorie des solutions singulières est redevable en analyse d'un de ses grands progrès, ait aussi admis un déterminisme

Digitized by Google

La conclusion de M. Cournot, en ce qui concerne les solutions singulières d'une forme autre que $x =$ constante, n'est donc nullement établie, même quand on accepte les principes d'où il part. Tout au contraire, hormis le cas de trajectoires singulières droites, simples transformations des points d'arrêt par superposition d'un mouvement rectiligne translatoire, l'hypothèse de l'antériorité des forces aux accélérations, qui sont alors censées produites d'une manière discontinue, me paraît exclure absolument les solutions singulières de la représentation de mouvements que dirigerait, aux points de bifurcation, l'action pure de ces forces. Il suffit, en effet, qu'un mobile se trouve sur une trajectoire singulière curviligne, avec la vitesse qu'il aurait s'il était supposé y rester, pour que son mouvement, rectiligne et uniforme (d'après l'hypothèse) durant chaque intervalle Δt, aussi petit qu'on voudra, mais nul tout au plus à la limite, l'en fasse sortir à l'instant, et l'en éloigne dès-lors à des distances finies, comme d'un centre de répulsion, le long de l'une des trajectoires ordinaires détachées du côté convexe de la courbe singulière dont il s'agit. Ainsi, la loi qui semble résulter

absolu dans tous les phénomènes soumis aux lois mécaniques (*Essai philosophique sur les probabilités*, p. 3, 2e édition, 1814).

Peut-être le préjugé dont il s'agit se serait-il moins enraciné, si quelque heureuse circonstance avait fait connaître et comprendre les intégrales singulières à peu près en même temps que les intégrales générales, et que, par suite, le correctif naturel du déterminisme mécanique eût été à portée de la science, dès l'époque où ce déterminisme trouvait dans les équations différentielles sa forme précise. Il semble qu'une des plus remarquables découvertes de Leibnitz aurait pu servir à cela, et faire entrevoir au grand géomètre philosophe la possibilité d admettre des *contingents*, non-seulement dans l'état *initial* du monde, mais même *à tous les moments de sa durée*. Je veux parler des *enveloppes* formées par les intersections successives de toutes les courbes que régit une même loi différentielle, lieux de réunion et de bifurcation continues pour ces courbes, ou chemin naturel pour passer de l'une d'elles à une autre quelconque sans violer, ni la continuité, ni l'équation différentielle qui détermine de proche en proche la direction à suivre. Les lignes enveloppes mettent donc en évidence le caractère *anti-déterministe* des solutions singulières, dont elles fournissent, comme on sait, la représentation classique dans le cas simple où il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre. Mais il fallait sans doute du temps pour mûrir toutes ces idées et permettre de les transporter dans les équations plus complexes de la mécanique.

Digitized by Google

de la supposition d'une certaine antériorité des forces mécaniques aux accélérations refuserait toute valeur pratique, dans des phénomènes dépendant seulement de ces forces, aux trajectoires circulaires que nous avons trouvées comme solutions singulières pour le mouvement d'un point autour d'un autre, tandis qu'elle attribue, au contraire, la préférence à ces solutions, dès que la constante des aires, c, s'annule, ou qu'elles expriment le repos.

25. — *L'explication des phénomènes vitaux par les solutions singulières subsiste malgré les divergences d'opinion au sujet des forces.*

Je n'examinerai pas si une telle discontinuité, pour $c=0$, est ou non conforme à cette simplicité que nous aimons à trouver dans les lois naturelles fondamentales, et que nous ne pouvons nous empêcher, à défaut de mieux, de prendre pour *criterium*, bien que nous connaissions rarement le point de vue d'où elle se laisse le mieux saisir.

Mais j'observerai que les vraies forces physico-chimiques, quelles qu'elles soient, pourraient produire des effets autres que ceux qui sont exprimés par les équations différentielles du mouvement, c'est-à-dire avoir de plus en elles-mêmes de quoi diriger les systèmes aux bifurcations d'intégrales, sans qu'il fallût, pour cela, renoncer à l'explication des phénomènes vitaux au moyen de ces bifurcations, rendues possibles par les solutions singulières. En effet, même dans cette manière de voir, vers laquelle inclineront peut-être les savants qui se représentent les puissances de la nature comme pouvant s'évaluer en kilogrammes, aucune force finie, déterminable dynamométriquement, ne serait nécessaire, aux points de bifurcation, pour *conduire* la matière suivant des voies différentes de celle qu'elle prendrait d'elle-même. *Les actions vitales n'auraient besoin d'atteindre aucune*

Digitized by Google

intensité analytiquement appréciable, pour neutraliser les forces physico-chimiques dans le rôle de principe directeur.

La seule différence qu'il y aurait entre ce mode d'explication et celui que j'ai adopté, où l'on regarde les équations différentielles du mouvement comme exprimant *tout* ce que peuvent l'inertie et les forces physico-chimiques, consisterait donc en ce que, dans celui-ci, le *principe directeur* aux bifurcations est considéré, à cause du caractère spécial de ses effets, comme une cause *essentiellement distincte*, et qualifié de *principe de vie*; tandis que, dans l'autre opinion, la direction du mouvement aux bifurcations serait confiée, suivant les cas, ou à un principe vital, ou simplement aux puissances ordinaires de la nature inorganique, qui joindraient *exceptionnellement* cette fonction à leur fonction habituelle de *régulatrices des accélérations*. Les circonstances d'état initial pour lesquelles les équations du mouvement admettent des intégrales singulières resteraient toujours des conditions nécessaires à la vie: mais elles ne seraient plus suffisantes pour que la vie jaillît infailliblement par le fait de leur réalisation.

26. — ***Sur un problème particulier, dans lequel une hypothèse simplificatrice introduit une intégrale singulière proprement dite compatible avec un déterminisme absolu.***

Poisson, dans la partie, relative à notre sujet, du mémoire précédemment cité (*Journal de l'Ecole polytechnique*, XIII^e^ cahier), n'insiste que sur le problème classique du mouvement d'un mobile sans poids à travers un milieu résistant. Or c'est un problème où le véritable caractère des intégrales singulières ne se montre pas. On ne le pose, en effet, qu'à un point de vue restreint, en lui demandant une solution approximative; et une sim-

Digitized by Google

plification qu'on y effectue a justement pour conséquence d'introduire parfois une intégrale singulière proprement dite, comme prolongement inévitable d'intégrales particulières se terminant brusquement.

Cette simplification consiste à supposer la vitesse v du corps assez lentement variable, pour que l'état du milieu environnant et la résistance produite soient parfaitement définis, à chaque instant, au moyen de la valeur *actuelle* de v. Il faudrait, pour qu'il en fût exactement ainsi, que le corps se trouvât depuis longtemps animé d'une vitesse constante v, de manière qu'un régime relatif *permanent* du fluide qui l'entoure eût pu s'établir sur tous les points de sa surface. En réalité, comme on considère surtout des cas où la vitesse v varie (quoiqu'assez lentement), la résistance à un moment donné dépend d'autant plus des valeurs de v aux instants précédents que celles-ci ont changé plus vite ; et elle est une fonction très-complexe, contenant v à une première approximation, v et $\frac{dv}{dt}$ à la deuxième, v, $\frac{dv}{dt}$ et $\frac{d^2v}{dt^2}$ à la troisième, etc.[1]

On altère donc un peu l'équation du mouvement en la mettant sous la forme $\frac{dv}{dt} = -f(v)$, où v est pris en valeur absolue et où f désigne une fonction positive qui ne s'annule que pour $v=0$. Cette équation montrant que la valeur absolue de v ne peut jamais grandir, la solution singulière $v=0$ est seule applicable dès que l'intégrale particulière appropriée à chaque cas a fait annuler v : ce qui arrive pour une valeur finie de t quand la fonction $f(v)$ est comparable à une puissance de v comprise entre v^0 et v^1. La solution singulière ainsi introduite se trouve

(1) La deuxième approximation est celle dont du Buat a réussi à tenir assez bien compte, en augmentant fictivement la masse du mobile de celle d'une poupe et d'une proue fluides, d'un volume proportionnel au sien, et qu'il est censé entraîner dans son mouvement ; cela revient à introduire dans l'expression de la résistance un terme proportionnel à l'accélération $\frac{dv}{dt}$.

Digitized by Google

compatible avec un déterminisme absolu, parce qu'elle reçoit ou absorbe des intégrales particulières sans en émettre : en d'autres termes, les intégrales particulières viennent s'y terminer, mais aucune n'y a son point de départ.

Une pareille circonstance doit être considérée comme très-exceptionnelle, si même, en se plaçant à un point de vne rigoureux, les véritables équations du mouvement la comportent jamais. Il est impossible qu'elle se présente quand l'accélération du mobile n'est fonction que de sa coordonnée actuelle : car, après un arrêt, le mouvement peut, tout au moins, recommencer symétriquement en sens inverse, par la rétrogradation du mobile, sans que l'équation du mouvement cesse d'être satisfaite. A chaque intégrale qui vient se joindre à une solution singulière il en correspond donc une autre qui, au contraire, se sépare de la même solution singulière, et qu'on peut regarder comme une continuation de la première.

27. — *Existence d'une dynamique supérieure, ou dynamique du principe directeur.*

Quelque opinion que l'on adopte au sujet du principe chargé de diriger les systèmes aux bifurcations d'intégrales, et surtout si l'on explique par ces bifurcations les phénomènes vitaux, on est obligé d'admettre l'existence de certaines lois auxquelles son action est subordonnée. Ces lois ont sans doute, avec un fond commun prouvé par l'analogie des organes et de leurs fonctions chez les différents êtres vivants, un élément variable suivant les circonstances extrêmement diverses qui nécessitent leur application. Elles constituent donc une science, qui étend son domaine depuis les confins mutuels du monde inorganique et du monde animé jusqu'à l'homme inclusivement, depuis les phénomènes de la vie inconsciente

Digitized by Google

la plus infime, où ses règles sont suivies aussi pleinement que les lois physico-chimiques peuvent l'être chez le minéral, jusqu'à ceux de la volonté libre, guidée par des conseils qui engagent ou astreinte à des prescriptions qui obligent moralement tout en pouvant être désobéies. Cette science, encore à naître, et dont la création permettrait de ranger la physiologie parmi les connaissances rationnelles, me paraît devoir être appelée la *Dynamique du principe directeur ou des principes directeurs* : elle serait comme un intermédiaire entre la mécanique des forces et la dynamique sociale, pourvu toutefois que celle-ci n'en constituât pas le dernier chapitre.

Un certain nombre de ses lois, concernant la production des formes organiques, seraient peut-être susceptibles d'être exprimées mathématiquement, par des formules qui donneraient, en fonction de la configuration actuelle du système et de ses conditions physico-chimiques, la voie suivie à chaque bifurcation d'intégrales des équations du mouvement. Mais il semble, en considérant tout ce que l'hérédité dépose dans un simple germe, qu'il faudrait faire dépendre en outre le choix du principe directeur d'évolutions antérieures, de certaines circonstances effacées de l'état géométrique actuel, bien que subsistant d'une autre manière dans le système. Ce mode d'influence, sur le présent, d'un passé parfois lointain et paraissant n'avoir laissé aucune trace matérielle, serait peut-être le vrai caractère de la vie inconsciente : il établirait la transition entre la manière dont se comportent les forces physico-chimiques, constamment esclaves de l'état actuel, et le mode d'action, propre à la vie pleinement consciente, que définit le *principe de finalité,* et qui, subordonnant au contraire le passé à l'avenir, dispose le premier en vue du second. N'est-il pas naturel, en effet, que le pouvoir régulateur de l'évo-

Digitized by Google

lution vitale ait sa manière spéciale d'agir, se distinguant à la fois de celle des agents mécaniques et de celle des causes libres ?

Observons aussi qu'une telle influence accordée au passé, de préférence à l'avenir, sur l'évolution organique actuelle, mettrait obstacle, dans tous les êtres animés, à cette réversibilité des mouvements que permettent les causes purement mécaniques, et dont M. Philippe Breton a relevé, comme nous avons vu au numéro 15 (p. 87), des particularités inadmissibles pour le bon sens.

Elle pourrait également amener des différences profondes entre des organismes exactement pareils à une époque déterminée (à telle ou telle phase de la vie embryonnaire, par exemple), mais provenant d'ancêtres d'espèces différentes. De même, en imposant à chaque être un développement gradué, elle empêcherait sans doute des actes conscients et libres de se produire à la suite de certaines circonstances géométriques et mécaniques, dans le cas où, *par impossible*, on supposerait réalisé artificiellement un corps en tout constitué comme le sont ceux des êtres intelligents.

Il n'y aurait rien d'étonnant que la loi, acceptée par Poisson, de préférence du repos au mouvement pour le cas particulier des points d'arrêt, fût une des plus élémentaires de cette dynamique supérieure, et qu'elle convînt réellement sous certaines conditions. Mais, plutôt que de la déduire des notions obscures de force et d'inertie, il vaudrait peut-être mieux, si l'expérience la rendait un jour probable, la justifier en disant que le repos est plus simple que le mouvement, et aussi que l'hypothèse du repos est unique, tandis que les mouvements possibles à partir d'un point d'arrêt sont d'ordinaire au nombre de deux, répondant à deux directions opposées. Les mêmes considérations de simplicité et d'unité conduiraient sans doute à préférer généralement, dans des circonstances

Digitized by Google

analogues, les intégrales singulières aux autres intégrales. Elles s'appliqueraient en particulier, lorsqu'il s'agit du mouvement d'un point autour d'un autre, à ces trajectoires circulaires qui se sont présentées à nous comme de simples extensions des points d'arrêt; en sorte qu'elles ressusciteraient, à titre de solutions singulières, les deux vieilles maximes de la philosophie grecque touchant la perfection du repos comparé au mouvement et touchant la perfection du mouvement circulaire comparé à tout autre.

La nature a-t-elle ainsi donné, aux principes directeurs des mouvements matériels, des lois d'accord avec celles que notre esprit juge les meilleures ? La science, de nos jours, préoccupée surtout de la complication de tous ses sujets d'étude, n'incline guère vers une réponse positive à une pareille question. Cependant les plus grands génies de tous les temps ont cru à une appropriation, fort près d'être parfaite, de notre esprit aux choses. Et il faut bien qu'une telle appropriation existe dans une certaine mesure, partout où vivent des êtres pensants, pour que le monde au milieu duquel ils se trouvent leur soit intelligible en ce qui se rattache à leurs besoins et à leur sécurité. D'ailleurs, la science ne posséderait pas tant de belles lois, exactes ou fort approchées, et n'en accroîtrait pas de temps à autre le nombre, sans un accord, entre nos idées et les objets, déjà très-grand et susceptible de progresser par l'effort de l'esprit dans son commerce continuel avec la réalité.

Mais, s'il en est ainsi, la nature n'a pas eu à tenir compte seulement, dans les lois qui constituent la dynamique supérieure, des principes de simplicité et d'unité, qui reviennent d'ailleurs presque au même; car les choses les moins complexes sont aussi, dans chaque espèce, les moins nombreuses, ou se rapprochent tout à la fois de

Digitized by Google

de l'unité et de la simplicité. Il existe d'autres principes, connus ou inconnus, qui font également partie de nos moyens d'apprécier la perfection et la beauté des choses.

Il y a, par exemple, la loi fondamentale qui veut la variété, une variété inépuisable, dans l'unité, et qui se manifeste, avec plus d'évidence peut-être que les autres lois, en tous les points de l'espace, à tous les instants de la durée, aussi bien que dans toutes les directions de la pensée et dans toutes les régions de l'âme humaine. Nulle part elle ne frappe plus l'esprit que dans les phénomènes de la première période de l'existence de chaque être vivant, alors qu'une différenciation rapide multiplie les cellules et les organes au sein d'une masse qui paraissait d'abord complétement homogène et confuse.

Il y a aussi le principe de continuité, qu'on serait tenté, à première vue, de ne pas distinguer de celui d'unité, mais qu'un examen plus attentif montre comme se rattachant dans une égale mesure, d'une part, à ce principe d'unité, d'autre part, au principe de variation, de manière à les réunir en lui, à exprimer la transition de l'un à l'autre ou mieux leur fusion intime. Il se trouverait satisfait autant que possible en évitant tout changement dans la formule intégrale d'un mouvement, même aux instants où l'intégrale particulière utilisée jusque là se joindrait à une solution singulière, et où le mouvement deviendrait plus simple en se réglant désormais sur celle-ci. Ses prescriptions ne seraient donc pas toujours identiques, ni même concordantes, avec les prescriptions des principes de simplicité et d'unité appliqués sans condition. Le désaccord semble provenir, au moins dans l'exemple cité, de ce que la loi de continuité a pour but, d'après son essence même, d'harmoniser, d'unifier autant que possible, sans les dénaturer, des objets de provenances diverses ou modifiés par des circonstances quelconques imposées, au lieu d'avoir à choisir uniquement, parmi tous les objets possibles d'une certaine espèce, les plus

Digitized by Google

simples, comme on ferait en appliquant sans restriction le principe d'unité.

Il y a peut-être encore la loi d'économie, de la moindre action, consistant surtout en ce que les causes extérieures propres à amener des changements dans un système y opèrent le plus grand effet possible, ou déterminent le déploiement de toutes les forces intérieures disponibles qui s'y trouvaient à l'état latent. Cette loi se ramène très-probablement à d'autres, il est vrai, dans les questions de mécanique pratique ou de chimie auxquelles on l'applique, c'est-à-dire quand il s'agit d'un ensemble de molécules ou d'atomes, au sujet duquel elle nous apprend que des influences modificatrices, entrant en jeu et graduellement croissantes, produisent précisément à chaque instant, parmi toutes les transformations dont notre science imparfaite nous fait entrevoir la possibilité, celle qui exige la moindre dépense d'énergie étrangère ou qui provoque le plus grand dégagement d'énergie intérieure. En effet, les vibrations incessantes qui ne manquent jamais d'agiter la matière, mais qu'accroît beaucoup une action extérieure appropriée, offrent rapidement, à un grand nombre d'arrangements plus ou moins stables, l'occasion de se produire, et par suite ne peuvent guère, ce semble, laisser passer, sans en amener la réalisation, celui qui devient le premier possible à mesure que grandit l'énergie communiquée au système. Le changement effectif observable se produit donc dans le sens dit *de moindre résistance,* suivant lequel un effet apparent d'une certaine amplitude correspond, vu la constitution de l'ensemble moléculaire considéré, à l'effort le moins grand de la cause déformatrice. Et les mêmes vibrations, quand elles ont assez d'étendue, ne peuvent guère manquer non plus d'amener finalement le système matériel, une fois abandonné à lui-même, dans la situation la plus stable possible, dans celle où, après que s'est dissipée l'énergie

Digitized by Google

dégagée lors de la transformation précédente, il n'en reste plus de disponible pour alimenter de nouveaux mouvements. Cependant, la *loi d'économie* pourrait bien être irréductible, à d'autres égards ou dans d'autres cas; et elle mérite, dans l'état actuel de nos connaissances, d'être placée à côté de celles de simplicité, de diversité, de continuité.

Dans quelles proportions et de quelle manière ces divers principes, ou d'autres, se combinent-ils pour constituer la dynamique supérieure? Comment se sont-ils associés pour fournir aux pouvoirs directeurs de l'évolution vitale, à la surface de notre globe, des règles capables d'y maintenir la vie, de l'y développer même de plus en plus, au milieu des mille obstacles, intérieurs et extérieurs, qui, suivant l'antique parole de Job, y font de l'existence un combat sans fin? Un jour peut-être la raison, avec l'aide et le contrôle d'une observation assidue, sera-t-elle en mesure d'attaquer les parties de ce problème qui ne sortiront pas des bornes imposées par notre nature intellectuelle aux recherches positives. Peut-être nous permettra-t-elle d'expliquer ces appropriations mystérieuses, de chaque organe à sa fonction et de chaque espèce à ses conditions de vie, que poursuit la *nature* avec une sorte de *finalité*, avec un *art* si merveilleux, et dont on prouve bien l'existence chez les êtres *viables*, mais sans en montrer la cause effective ou la manière d'être, quand on se contente d'observer qu'elles sont plus ou moins nécessaires pour que l'espèce subsiste, pour que les individus puissent naître, vivre ou se défendre.

En attendant, ce n'est pas sans avantage que le géomètre, parvenu au terme d'un travail dont le sujet, scientifique, confine à la philosophie, se pose certaines questions qu'il est réduit à laisser absolument sans réponse. Elles le retirent un instant de ces régions moyennes, ni trop grandes, ni trop petites, qui sont à sa portée, où

Digitized by Google

règne une lumière assez claire pour qu'il puisse y faire peu à peu des découvertes, ne s'étendant guère d'ailleurs qu'en surface ; et elles lui rappellent l'existence, par delà les limites de sa vision distincte, d'un infini qui porte tout, vers lequel l'attirent d'autres puissances et le guident d'autres lumières que celles dont le concours lui avait suffi dans ses études propres.

28. — *Conclusion du mémoire.*

Les problèmes insolubles (au moins pour le moment) auxquels aboutit ce mémoire, ne doivent pas nous faire oublier le résultat principal qui s'y trouve établi, et qui me paraît désormais démontré en toute certitude. Il consiste en ce que les lois physiques, au sens *précis*, qu'on leur attribue d'ordinaire, d'équations différentielles du mouvement des systèmes matériels, ne sont nullement synonymes d'un déterminisme absolu, dans lequel sombreraient la liberté morale des êtres humains et leur responsabilité.

Notre conclusion sera donc que le physiologiste peut, sans s'écarter du plus sévère spiritualisme, étendre les lois mécaniques, physiques et chimiques à toute la matière, y compris les molécules d'un cerveau vivant. Il suffit qu'il regarde le système de ces molécules comme constitué, grâce à des conditions très-spéciales d'état initial transmissibles par hérédité, dans un certain état d'équilibre mobile, d'indifférence relative, permettant au *principe directeur* qui anime le système de choisir entre divers mouvements possibles. C'est ainsi qu'un ingénieur, chargé de construire un canal le long d'une ligne de *faîte* du sol, peut, de *tous* les points de ce parcours *singulier*, distribuer à sa volonté l'eau du canal dans l'une ou dans l'autre des deux vallées adjacentes, sans avoir à la faire dévier de ses lignes de pente *naturelles*.

Digitized by Google

Je soumets mon essai de conciliation du déterminisme mécanique avec l'existence de la *vie* et de la *liberté,* aux philosophes, aux naturalistes, à tous ceux qui ont plus d'autorité que moi dans ces matières délicates. Mes efforts ont tendu à en écarter les discussions métaphysiques, tout ce qui ne serait pas un résultat de l'observation ou du calcul et se trouverait en dehors de la double voie, autant mathématique qu'expérimentale, des sciences positives.

Digitized by Google

Digitized by Google

NOTES COMPLEMENTAIRES.

NOTE I (SE RAPPORTANT A LA PAGE 42).

ÉVALUATION ET LOI PHYSIOLOGIQUE DES SENSATIONS.

Les sensations d'une nature déterminée, assez semblables entr'elles pour affecter des fibres nerveuses identiques ou exactement pareilles, ne semblent donc pas comporter d'autres modes d'évaluation que ceux qui consistent à ranger des quantités d'une même espèce par ordre de grandeur croissante, sans comparer leurs intervalles respectifs. De tels modes d'évaluation sont évidemment rebelles à une expression quantitative proprement dite; et ils le seraient même à toute expression numérique rationnelle, si nos sens ne nous permettaient de juger strictement que de l'égalité approximative ou de l'inégalité notable de deux sensations, sans qu'il y eût aucune limite régulière séparant les cas d'égalité apparente des cas d'inégalité. Mais leur pouvoir va un peu au delà. On a constaté, pour les sensations visuelles, tactiles, etc., que *le plus petit accroissement perceptible* de

Digitized by Google

chacune d'elles correspond à un accroissement de l'intensité de sa cause physique, ou de l'*excitation,* qui est déterminable expérimentalement (au moins par un calcul de moyennes), qui est, en un mot, constant pour chaque état de la sensibilité et pour chaque valeur actuelle donnée de l'excitation. Dès-lors, il devient possible de représenter les sensations dont il s'agit par des nombres ayant une signification précise; car on peut *convenir* d'appeler *mesure d'une sensation* le nombre qui exprime combien de petits accroissements perceptibles il faudrait successivement communiquer à une sensation de même nature, d'abord nulle, pour la rendre égale à celle que l'on considère.

Certaines sensations, celles, par exemple, qui concernent le clair-obscur, c'est-à-dire les nuances qu'est susceptible de présenter une même teinte suivant qu'elle nous paraît plus au moins foncée, semblent à première vue admettre, d'une maniere, il est vrai, assez vague, une évaluation quantitative au sens propre du mot : en effet, notre sentiment des nuances comprises entre deux autres est parfois suffisamment net, pour nous faire apprécier si une nuance intermédiaire se trouve, ou non, *équidistante* des deux extrêmes. Mais nous sommes trop peu en état de nous rendre compte de cette équidistance, du motif qui nous en fait juger, pour qu'il puisse y avoir là une véritable comparaison de deux quantités, ou l'appréciation d'une égalité proprement dite. Ce que nous y comparons en réalité, instinctivement et a notre insu, ce sont, probablement, les nombres de petits accroissements perceptibles qu'on pourrait intercaler entre les diverses nuances dont il s'agit; en sorte que le mode de mesure basé sur cette apparente égalité de *degrés* rentrerait dans le précédent.

Cela posé, si l'on se borne aux catégories de sensations dont nous jugeons le mieux, l'expérience montre que,

Digitized by Google

entre certaines limites assez étendues, la sensation croît de 1 quand l'intensité de sa cause physique croît d'une fraction à peu près constante α de sa valeur. Soit s_0 une limite inférieure à partir de laquelle les sensations d'une certaine espèce commencent à obéir à cette loi simple. Une sensation égale à s_0 grandira donc de 1 si l'excitation i devient $i(1+\alpha)$; elle grandira par suite de 2 si l'excitation devient $i(1+\alpha)^2$, etc. Généralement, quand la sensation vaudra s ou aura crû de $s-s_0$, l'excitation sera devenue

$$I = i(1+\alpha)^{s-s_0} = \frac{i}{(1+\alpha)^{s_0}}(1+\alpha)^s = \frac{i}{(1+\alpha)^{s_0}} e^{s \log (1+\alpha)}.$$

Appelons I_0 la constante $\frac{i}{(1+\alpha)^{s_0}}$ et observons, d'autre part, que α est une assez petite fraction (0,01 environ s'il s'agit de sensations visuelles) pour que le logarithme naturel de $1+\alpha$ ne diffère pas sensiblement de α. De plus, afin de représenter les sensations ordinaires par des nombres modérés S, prenons pour unité de mesure une sensation d'une grandeur notable n, ou posons $s = n\mathrm{S}$. Il viendra, entre l'excitation I et la sensation S, la relation, bien connue sous le nom de *Loi de Fechner :*

$$I = I_0 e^{n\alpha S}, \quad \text{ou } S = \frac{1}{n\alpha} \log \frac{I}{I_0}.$$

On voit que la sensation S correspondant à une intensité déterminée I de sa cause physique varie en sens contraire des nombres α, I_0 : leurs inverses $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{I_0}$, permettent par suite d'apprécier le degré d'exaltation ou de finesse de la sensibilité.

Ces deux paramètres α, I_0, d'autant plus petits que l'organe est plus sensible, grandissent avec son état de fatigue, dont leurs variations donnent une sorte de

Digitized by Google

mesure ; ils ne sont, en réalité, constants qu'à une première approximation, comme il arrive plus ou moins pour la presque totalité des paramètres physiques.(1)

(1) La note qu'on vient de lire, destinée à éclaircir des idées intéressantes et très répandues, mais dont l'exposition laissait peut-être à désirer quant à la netteté, a paru déjà, sous une forme un peu plus abrégée que celle-ci, dans le journal *les Mondes*, de M. l'abbé Moigno (numéro du 22 mars 1877), et dans la *Revue scientifique* de MM. Yung et Alglave (numéro du 14 avril 1877), en même temps que deux premières rédactions, très-succinctes, du mémoire actuel.

Digitized by Google

NOTE II (SE RAPPORTANT A LA PAGE 44).

SUR LES RAPPORTS DE L'ASYMPTOTE RECTILIGNE D'UNE BRANCHE DE COURBE AVEC LES TANGENTES A CETTE BRANCHE DE COUBBE.

Puisqu'il est question, dans cette partie du texte, de la signification physique des asymptotes des courbes, je traiterai succinctement un point intéressant de leur théorie, qu'on ne me paraît pas avoir suffisamment élucidé.

On démontre, dans les traités de géométrie analytique, qu'une droite mobile, tangente à une courbe algébrique, et dont le point de contact s'éloigne indéfiniment le long d'une branche infinie, tend vers l'asymptote de cette branche de courbe. Je me propose d'examiner à quelles conditions le même principe est applicable aux courbes transcendantes.

Bornons-nous au cas d'une courbe plane, et soit $y=f(x)$ l'ordonnée, correspondant à une abscisse quelconque x, d'une branche infinie. J'admettrai que, pour des valeurs assez grandes de x, y et sa dérivée y' soient deux fonctions continues, ou que la branche considérée ne se compose pas d'une infinité de tronçons non raccordés l'un à l'autre. En supposant que l'axe des y ait été choisi de manière que la courbe ne tende pas à lui devenir parallèle, il suffira, comme on sait, pour qu'il y ait une asymptote, ou pour que la branche considérée s'approche indéfiniment d'une certaine droite, qu'il existe une constante a telle, que l'expression $y-ax$ tende vers une limite déterminée : la valeur de a et cette limite seront d'ailleurs respectivement le coefficient angulaire et l'ordonnée à l'origine de l'asymptote. D'autre part, la tangente menée

Digitized by Google

à la même branche, en un point (x, y), a pour coefficient angulaire et pour ordonnée à l'origine les expressions $y', y - xy'$. Cela posé, on peut démontrer :

1° Qu'il suffit que la seconde de ces expressions, $y - xy'$, tende vers une limite, pour que la tangente s'approche indéfiniment d'une droite fixe, asymptote à la courbe ;

2° Que si, à l'inverse, il existe une asymptote, la tangente s'en approchera indéfiniment, excepté toutefois dans certains des cas où la branche considérée de courbe présente une infinité d'inflexions.

Admettant donc, en premier lieu, que $y - xy'$ diffère aussi peu que l'on voudra, pour x assez grand, d'une constante finie, appelons x, x_1 des valeurs de x très-grandes, d'ailleurs quelconques, et considérons le rapport

$$\frac{\dfrac{y}{x} - \dfrac{y_1}{x_1}}{\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x_1}}$$

des accroissements simultanés reçus par les fonctions $\frac{y}{x}$, $\frac{1}{x}$, quand x croît de x à x_1. Comme la dérivée de $\frac{1}{x}$ est continue dans cet intervalle, et que celle de $\frac{y}{x}$ l'est par le fait même que y, y' le sont, le rapport considéré égalera, d'après un théorème connu d'analyse, le rapport même des dérivées de $\frac{y}{x}$, $\frac{1}{x}$, prises pour une certaine valeur x_0 intermédiaire entre x et x_1. On aura ainsi :

$$(\alpha) \qquad \frac{\dfrac{y}{x} - \dfrac{y_1}{x_1}}{\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x_1}} = \left(\frac{d\dfrac{y}{x}}{d\dfrac{1}{x}}\right)_{x=x_0} = \left(y - xy'\right)_{x=x_0}.$$

Le premier membre tend donc vers la même limite

Digitized by Google

que $y - xy'$, pourvu qu'on y prenne x, x_1 assez grands. Or, en y supposant x_1 incomparablement plus grand que x, ce premier membre se réduit sensiblement à $y - x\frac{y_1}{x_1}$. On voit ainsi :

1° Que $y - x\frac{y_1}{x_1}$ tend vers lim $(y - xy')$;

2° Que, par suite, les quotients de $y - x\frac{y_1}{x_1}$, $y - xy'$ par x tendent vers zéro, ou que $\frac{y}{x}$, s'écartant aussi peu qu'on voudra de $\frac{y_1}{x_1}$, tend vers une limite, dont y' s'approche aussi indéfiniment;

3° Enfin, que les deux expressions $y - x$ lim $\frac{y}{x}$, $y - xy'$, deviennent égales à la limite. Ainsi la tangente tend bien vers une droite fixe, asymptote à la courbe.

Supposons, à l'inverse, qu'il existe une constante a telle, que l'expression $y - ax$ tende vers une limite finie; d'où il suit que son quotient par x s'approchera indéfiniment de zéro ou que $\frac{y}{x}$ tendra vers a. On pourra, dans la formule (α), supposer encore x_1 beaucoup plus grand que x, ce qui réduira sensiblement son premier membre à $y - ax$. Le troisième membre diffèrera donc aussi peu qu'on voudra de lim $(y - ax)$; en sorte que l'ordonnée à l'origine de la tangente, pour une abscisse x_0, du point de contact, intermédiaire entre x et x_1, se confondra presque avec l'ordonnée à l'origine de l'asymptote, ou que, par suite, la tangente considérée ne différera pas sensiblement de l'asymptote elle-même. En prenant successivement des valeurs de plus en plus grandes de x et de x_1, on aura une infinité de valeurs différentes pour x_0. Donc toute branche de courbe qui admet une asymptote rectiligne admet aussi une infinité de tangentes diffèrant de moins en moins de cette asymptote. Et la série complète des tangentes à

Digitized by Google

la courbe ne peut manquer d'avoir pour limite l'asymptote même, que si leur ordonnée à l'origine, $y—xy'$, oscille indéfiniment dans une étendue sensible, plus ou moins grande, c'est-à-dire présente une infinité de maximums et de minimums qui ne tendent pas à se confondre. Or, ce cas ne peut se produire que lorsque la dérivée, $—xy''$, de $y—xy'$ change de signe une infinité de fois, c'est-à-dire quand la branche considérée présente une infinité d'inflexions.

Digitized by Google

NOTE III (SE RAPPORTANT A LA PAGE 45).

SUR LA POSSIBILITÉ D'ATTRIBUER DES DÉRIVÉES A TOUTES LES FONCTIONS CONTINUES QUI SE PRÉSENTENT DANS LES APPLICATIONS.

I. — *Origine des idées de limite, d'infiniment petit, de continuité, etc.*

On me permettra d'exposer ici, avec quelques détails, des considérations qui démontrent que toute fonction continue, étudiée exclusivement en vue de la représentation des phénomènes, peut être supposée avoir une dérivée également continue. Il n'est peut-être pas inutile d'insister sur ce point, depuis que les géomètres ont appris à former des fonctions continues dépourvues de dérivée, et ont ainsi montré que les règles classiques du calcul infinitésimal ne concernent qu'une classe particulière de fonctions continues.

Lorsqu'une quantité variable reçoit successivement une infinité de valeurs, mais en finissant par ne plus changer d'une manière appréciable, en sorte que la différence entre une de ses valeurs, assez éloignée dans la série, et une autre quelconque de celles qui viennent après, soit plus petite que tout nombre donné, sa vue fait naître en notre esprit l'idée d'une certaine quantité constante parfaitement déterminée, dite *limite* de la quantité variable, et dont celle-ci approche de manière à en différer aussi peu qu'on voudra.

C'est précisément l'*élan* de l'esprit au delà du variable, pour atteindre sa limite quand elle peut être nettement

Digitized by Google

connue, ou pour constater, soit son absence, lorsqu'elle n'existe pas, soit son éloignement hors de notre portée, lorsqu'elle est inassignable pour nous, c'est-à-dire infiniment grande, qui nous fournit, d'une part, l'idée de l'infinité de la série des nombres entiers, d'autre part, la notion même de la quantité abstraite, de la quantité en général, par l'intercalation de nombres fractionnaires de plus en plus rapprochés entre deux entiers consécutifs. Et il nous fait ainsi connaître l'*infiniment petit*, comme limite nulle de l'indéfiniment décroissant, le point, la ligne et la surface, comme limites d'étendues dont diverses dimensions diminuent jusqu'à zéro, etc., enfin la *continuité*, cette propriété que présente la quantité de pouvoir passer d'un état de grandeur à un autre état par des accroissements plus petits que tout nombre déterminé quel qu'il soit.

2 — *Condition pour qu'une fonction continue admette une dérivée.*

Soit $f(x)$ une fonction, continue dans tout l'intervalle que comprennent une valeur particulière $x_0 = a$ et une autre valeur plus grande b de la variable indépendante x. Pour un accroissement assez petit Δx de x, l'accroissement simultané $f(x + \Delta x) - f(x)$ de la fonction sera évidemment une fraction aussi petite qu'on voudra de $f(x)$, pourvu qu'on n'ait pas identiquement $f(x) = 0$.

La fonction $f(x)$, jouit donc, en quelque sorte, d'une double continuité : *continuité proprement dite* ou *absolue*, consistant en ce que ses accroissements peuvent approcher indéfiniment de zéro ; et *continuité relative* ou *graduelle variation*, consistant en ce que ces mêmes accroissements ont des rapports d'une petitesse indéfinie aux valeurs totales de la fonction. Cette seconde continuité résulte de la première, admise explicitement, et de ce fait, implicitement supposé, que les valeurs de $f(x)$ sont des quantités d'une certaine grandeur, ne s'annulant tout

Digitized by Google

au plus que par exception. Voilà pourquoi on la confond d'ordinaire avec la continuité absolue. Mais il importe de l'en distinguer, parce qu'on verra bientôt que cette continuité relative ne suit pas toujours la continuité absolue, et que, d'autre part, elle a une importance capitale en analyse. Elle seule, en effet, autorise les simplifications usuelles des calculs d'infiniment petits, en rendant nulles, à la limite, les erreurs relatives qu'entraîne la suppression d'une différentielle devant son intégrale. La continuité d'une fonction n'est donc vraiment *complète* et profitable, qu'autant qu'elle comprend les deux continuités, absolue et relative.

Considérons, à ce point de vue, la différence très-petite, $f(x+\Delta x) - f(x)$, de $f(x)$. Elle possède évidemment la continuité absolue; et elle jouira aussi de la continuité relative quelque petite que soit la *constante* Δx, si son accroissement, correspondant à un assez petit accroissement h de x, n'est qu'une fraction aussi faible qu'on voudra de sa valeur, même quand Δx devient incomparablement moindre que h. En d'autres termes, on ne pourra dire que $f(x+\Delta x) - f(x)$ varie *graduellement*, avec *pleine* continuité, que dans le cas où il existera une quantité déterminée h telle, que $f(x+\Delta x) - f(x)$ change seulement d'une fraction aussi petite qu'on voudra de sa valeur quand x croîtra de h ou d'une partie quelconque de h, quelque minime qu'on prenne la petite quantité constante Δx.

Il est clair que la continuité de $f(x)$ n'entraîne nullement celle de $f(x+\Delta x) - f(x)$, ainsi entendue. Quoi qu'il en soit, si la différence $f(x+\Delta x) - f(x)$ présente bien cette continuité complète, en supposant Δx contenu un nombre très-grand n de fois dans h, les différences successives

$$\left\{\begin{array}{c} f(x+\Delta x) - f(x),\quad f(x+2\Delta x) - f(x+\Delta x), \\ f(x+3\Delta x) - f(x+2\Delta x),\ldots,\quad f(x+n\Delta x) - f(x+[n-1]\Delta x \end{array}\right.$$

Digitized by Google

ne diffèreront de la première d'entre elles que par une fraction aussi petite qu'on voudra de leur valeur ; et leur somme totale, $f(x+n\Delta x) - f(x)$, sera, à la somme des m premières d'entre elles, $f(x+m\Delta x) - f(x)$, dans un rapport très-peu différent de celui de n à m, ou de celui des accroissements simultanés correspondants $n\Delta x$, $m\Delta x$ de la variable indépendante. Comme ces deux accroissements peuvent recevoir des valeurs relatives quelconques, le rapport $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ approchera d'une limite déterminée, $f'(x)$, lorsque h tendra vers zéro. Cette limite $f'(x)$ est dite la fonction dérivée de $f(x)$.

On voit que son existence tient à ce que la différence $f(x+\Delta x) - f(x)$ est supposée ne varier que d'une très-petite fraction de sa valeur, quelque faible que soit Δx, quand x éprouve un accroissement fini assez petit h ou tout autre accroissement plus petit que celui-là. Ainsi, *une fonction ne possède de dérivée que lorsque ses petits accroissements* varient d'une manière graduelle, ou *présentent non-seulement la continuité absolue, mais encore la continuité relative.*

3. — ***Toute fonction continue est la dérivée d'une autre fonction continue.***

Puisqu'une fonction continue $f(x)$ n'admet pas en général de dérivée, il y a lieu de se demander si elle ne pourrait pas, tout au moins, être considérée comme la dérivée d'une autre fonction continue $F(x)$.

A cet effet, donnons successivement à x, à partir de x_0, des valeurs croissantes très-voisines x_1, x_2, x_3,...., etc., jusqu'à la limite supérieure $x = b$ ou une limite voisine ; et appelons $y = \varphi(x)$ la fonction continue qui, ayant pour $x = x_0$ une valeur quelconque donnée y_0, varie linéairement entre x_0 et x_1, entre x_1 et x_2, entre x_2 et x_3, etc., en admettant successivement pour dérivée, entre ces limites

Digitized by Google

respectives, $f(x_0)$, $f(x_1)$, $f(x_2)$,.... Pour une valeur quelconque x, comprise entre x_p et x_{p+1}, la dérivée de $\varphi(x)$ égalera donc $f(x_p)$ et diffèrera très-peu de $f(x)$, ou pourra s'écrire $f(x)+\varepsilon$, si ε désigne une quantité qui tend vers zéro en même temps que l'intervalle $x_{p+1}-x_p$.

Concevons actuellement qu'on rapproche les unes des autres, autant qu'on voudra, les valeurs successives qu'on donne à x; et soient x'_0, x'_1, x'_2,.... ces nouvelles valeurs. Appelons $\Phi(x)$ la fonction y qu'on obtiendra de proche en proche, dans les intervalles $x'_1-x'_0$, $x'_2-x'_1$...; en opérant de même que précédemment pour $\varphi(x)$. La dérivée de $\Phi(x)$ sera $f(x)+\varepsilon_1$, où ε_1 désigne une quantité qui s'annule en même temps que les nouveaux intervalles respectifs $x'_1-x'_0$, $x'_2-x'_1$,.... Par suite, la différence $\Phi(x)-\varphi(x)$, nulle (par hypothèse) quand $x=x_0$, aura pour dérivée $\varepsilon_1-\varepsilon$; et l'on sait qu'elle sera moindre, en valeur absolue, que le produit de $x-x_0$ par la plus grande valeur absolue de $\varepsilon_1-\varepsilon$. Cette différence est donc aussi petite qu'on voudra, pourvu que les intervalles x_1-x_0, x_2-x_1,.... soient assez petits. En d'autres termes, $y=\varphi(x)$ tend vers une fonction-limite $F(x)$, parfaitement déterminée, lorsque les intervalles dont il s'agit tendent tous vers zéro.

La dérivée $f(x)+\varepsilon$ se réduisant en même temps à $f(x)$, *il existe toujours une fonction continue* $F(x)$ *qui a pour dérivée la fonction continue donnée* $f(x)$. On voit, en outre, que cette fonction $F(x)$ est unique, dès qu'on l'astreint à prendre, pour $x=x_0$, une valeur déterminée y_0, et qu'elle devient $F(x)+c$ quand on demande que, pour $x=x_0$, elle égale y_0+c.

Enfin, si l'on remplaçait $f(x)$ par une fonction très-peu différente $f_1(x)$, l'erreur commise sur $F(x)$, c'est-à-dire l'excès, sur $F(x)$, de la fonction $F_1(x)$ qui aurait $f_1(x)$ pour dérivée, serait moindre que le produit de $x-x_0$ par la plus grande valeur absolue de $f_1(x)-f(x)$. Cette erreur devien-

Digitized by Google

drait donc aussi petite que l'on voudrait, pourvu que les erreurs $f_1(x)—f(x)$ commises sur la dérivée restassent elles-mêmes suffisamment petites.

4. — Possibilité de remplacer, dans les applications, toute fonction continue d'une variable par une autre fonction continue admettant autant de dérivées continues que l'on voudra.

Cherchons actuellement à remplacer la fonction donnée $f(x)$, continue entre les valeurs $x=a$ et $x=b$ de la variable, par une autre qui admette une dérivée et qui pourtant ne diffère pas de $f(x)$ d'une manière appréciable.

Appelons ε une constante positive, d'ailleurs susceptible d'être prise aussi petite qu'on voudra. Comme $f(x)$ est la dérivée de $F(x)$, le rapport

$$\frac{F(x+\varepsilon)-F(x-\varepsilon)}{2\varepsilon}$$

tend vers $f(x)$ lorsque ε tend vers zéro. Si donc on donne à ε une valeur constante, telle, que la différence

$$\frac{F(x+\varepsilon)-F(x-\varepsilon)}{2\varepsilon}-f(x)$$

soit constamment de l'ordre des quantités qu'on néglige dans les applications parce qu'elles sont insaisissables à nos meilleurs moyens d'observation, il sera permis de substituer à $f(x)$ la fonction

$$\frac{F(x+\varepsilon)-F(x-\varepsilon)}{2\varepsilon},$$

qui a la dérivée

$$\frac{f(x+\varepsilon)-f(x-\varepsilon)}{2\varepsilon},$$

Digitized by Google

continue et parfaitement calculable pour toutes les valeurs de x comprises entre $a+\varepsilon$ et $b-\varepsilon$.

La différence $F(x+\varepsilon)—F(x—\varepsilon)$, accroissement total de la fonction F quand la variable y grandit de $x-\varepsilon$ à $x+\varepsilon$, égale la somme de ses différentielles successives, $f(x)\,dx$, dans le même intervalle; et le quotient de cette somme par l'augmentation totale 2ε de la variable représente la moyenne des valeurs de la fonction $f(x)$ qui correspondent, dans l'intervalle considéré, à une infinité de valeurs équidistantes de la variable. Ainsi, l'expression qui peut tenir lieu de $f(x)$ et qui a une dérivée continue est, pour chaque valeur de x, la moyenne que représente l'intégrale définie

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(x)\,\frac{dx}{2\varepsilon}.$$

On remplacera, pareillement, la dérivée

$$\frac{f(x+\varepsilon)-f(x-\varepsilon)}{2\varepsilon}$$

par une fonction sensiblement égale, qui ait elle-même une dérivée continue, puis celle-ci par une autre ayant également une dérivée, et ainsi de suite. La $n^{ème}$ opération analogue fera connaître une certaine fonction, dont nous appellerons $f^{(n)}(x)$ la dérivée; soit $f^{(n-1)}(x)$ cette fonction. Elle diffèrera extrêmement peu de la dérivée de la fonction précédente; en sorte que celle-ci pourra être remplacée, sauf erreur négligeable, par celle, $f^{(n-2)}(x)$, qui a même valeur qu'elle pour x très-peu différent de x_0 et dont la dérivée est en outre $f^{(n-1)}(x)$. De même, la fonction précédente ne différera pas sensiblement de $^{(-3)}(x)$, fonction qui a $f^{(n-2)}(x)$ pour dérivée. On continuera ainsi jusqu'à la fonction proposée, qui ne diffèrera

Digitized by Google

pas, d'une manière appréciable, de celle dont la dérivée est appelée de la sorte $f'(x)$.

En résumé, *toute fonction $f(x)$, continue entre deux valeurs $x=a, x=b$, de la variable, peut être remplacée, sauf erreur aussi petite qu'on voudra, entre deux limites que comprennent les précédentes a, b, mais qui en approchent indéfiniment, par une autre fonction dont les n premières dérivées existent et sont continues.*

Cependant, rien n'obligera de remplacer ainsi une fonction par une autre qui ait ses dérivées, jusqu'à celles d'un certain ordre, continues. Lorsque une telle substitution compliquerait l'expression de la fonction, il sera préférable de laisser subsister quelques discontinuités accidentelles, surtout dans les dérivées d'un ordre élevé.

5. — ***Possibilité de remplacer toute fonction continue de plusieurs variables par une autre qui admette des dérivées partielles du premier ordre continues.***

Passons actuellement au cas d'une fonction continue $f(x, y, z,...)$ de plusieurs variables indépendantes. Considérant d'abord tout spécialement la variable x, nous substituerons à $f(x, y, z,...)$ la valeur moyenne

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(x, y, z,...)\,\frac{dx}{2\varepsilon},$$

qui en diffère, comme on vient de voir, aussi peu qu'on voudra, et qui a pour dérivée par rapport à x la fonction continue

$$\frac{f(x+\varepsilon, y, z,...) - f(x-\varepsilon, y, z,...)}{2\varepsilon}.$$

Digitized by Google

Afin d'abréger, appelons $f_1(x, y, z, ..,)$ cette expression

$$\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} f(x, y, z, \ldots) \frac{dx}{2\varepsilon}.$$

Elle est continue en y, z,...; car il est visible que, si l'on y fait croître y, par exemple, de Δy, elle ne varie que de la moyenne des accroissements éprouvés par la fonction f, accroissements qui s'annulent en même temps que Δy. On pourra donc remplacer, sauf erreur négligeable, $f_1(x, y, z, \ldots)$ par la nouvelle expression

$$\int_{y-\varepsilon_1}^{y+\varepsilon_1} f_1(x, y, z, \ldots) \frac{dy}{2\varepsilon_1},$$

où ε_1 désigne une constante très-petite, comme ε; et l'on aura ainsi une fonction continue en z,...., pourvue d'une dérivée continue en y. Cette fonction aura de plus conservé une dérivée continue en x, vu qu'un accroissement infiniment petit Δx de x la fait grandir de la quantité

$$\int_{y-\varepsilon_1}^{y+\varepsilon_1} \left(\frac{df_1}{dx} \Delta x\right) \frac{dy}{2\varepsilon_1} = (\Delta x) \int_{y-\varepsilon_1}^{y+\varepsilon_1} \frac{df_1}{dx} \frac{dy}{2\varepsilon_1},$$

proportionnelle à Δx. En continuant de même par rapport aux variables z,...., on aura finalement remplacé la fonction $f(x, y, z, \ldots)$ par une autre, qui, sans en différer d'une manière appréciable, possèdera, par rapport à chacune des variables $x, y, z, \ldots$, une dérivée continue.

On pourra donc, en particulier, lui appliquer la règle classique de différentiation des fonctions composées, c'est-à-dire regarder ses accroissements infiniment petits comme des fonctions linéaires des accroissements correspondants des diverses variables : conséquence d'une

Digitized by Google

portée capitale dans l'étude des fonctions continues de plusieurs variables, et, en particulier, dans celle des seconds membres des équations différentielles simultanées représentant l'évolution des phénomènes naturels, ainsi que dans l'étude de leurs intégrales premières, dont il sera question à la note suivante, présentées sous leur forme normale.

Il me semble douteux qu'on puisse de même faire acquérir toujours à une fonction continue de plusieurs variables des dérivées partielles continues du second ordre ou d'ordre supérieur, à cause des conditions d'intégrabilité, que les dérivées premières ne vérifieraient peut-être pas d'une manière générale. Aussi l'opération qui consiste à différentier un nombre indéfini de fois des fonctions pareilles me paraît-elle ne devoir être employée qu'avec circonspection, dans la limite de ce qu'exigent les besoins du calcul, et sans se dissimuler qu'elle introduit peut-être des restrictions pouvant nuire à la pleine généralité des résultats.

6. — ***Remarques sur la continuité relative dans les quantités physiques.***

Il n'y a pas lieu, du reste, de se préoccuper beaucoup de cette observation dans l'étude mathématique des phénomènes. Et d'abord, quand on considère un système matériel comme formé d'atomes distincts, ce qui est le point de vue auquel se place naturellement notre esprit, il n'y paraît, strictement parlant, qu'une seule variable indépendante, celle qui l'est par excellence, le temps t : rien n'empêche donc d'attribuer à toutes les quantités définissant l'état physique de chaque point, fonctions continues de t, autant de dérivées successives qu'il est nécessaire. Mais on peut aussi, dans les mêmes questions, avoir besoin de différentier certaines fonctions par rapport à ces quantités physiques, notamment par rapport

Digitized by Google

aux coordonnées x, y, z d'un quelconque des atomes du système. Or, dans ce cas, le sentiment que nous avons de la continuité des choses suffit pour nous assurer que tout ce qui concerne les relations mutuelles des atomes varie graduellement en fonction de leur état, notamment en fonction de leurs situations relatives, et que cette graduelle variation a lieu, tant pour les fonctions finies représentant les influences réciproques des points, que pour leurs différences partielles successives, corrélatives à de petits accroissements constants des coordonnées d'un point ou d'autres quantités définissant son état : il y a partout *continuité relative*, pourvu du moins qu'on excepte des cas extrêmes, semblant même parfois irréalisables, comme serait celui où la distance de deux atomes s'annulerait.

En outre, dans les problèmes de physique mathématique, où il s'introduit, à côté du temps t, trois nouvelles variables indépendantes x, y, z, parce que les points matériels y sont assez rapprochés pour que toute étendue perceptible en contienne un nombre immense, et pour qu'il se produise par suite, en chaque endroit $(x, y, z,)$, un état physique moyen assimilable pour tout le corps à une fonction continue des coordonnées x, y, z, le sentiment de la continuité, dont j'ai parlé, nous assure de même de la graduelle variation non-seulement de cet état, mais aussi de ses petites différences successives dès que le phénomène a commencé à se régler, du moins tant qu'on n'arrive pas aux limites extrêmes de l'espace où il se déroule et tant qu'on ne traverse pas, à l'intérieur de cet espace, des surfaces qui sépareraient deux matières contigües de constitution notablement différente ou soumises à des influences très-différentes. Sous le bénéfice de ces réserves, la *continuité relative* semble donc partout garantie, et l'existence des dérivées partielles de tous les ordres en t, x, y, z, pleinement admissible.

Digitized by Google

NOTE IV (SE RAPPORTANT A LA PAGE 48).

DÉMONSTRATION DE L'EXISTENCE DES INTÉGRALES GÉNÉRALES ET DE LA POSSIBILITÉ D'INTÉGRALES SINGULIÈRES. — DIGRESSION SUR LES NOTIONS D'AIRE ET DE VOLUME.

---

1. — *Tout système d'équations différentielles simultanées admet un système d'intégrales générales et un seul. — Il peut admettre, en outre, des solutions singulières.*

Soit généralement

$$(a)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_1(t, x, y, z, \ldots), & \dfrac{dy}{dt} = f_2(t, x, y, z, \ldots), \\ & \dfrac{dz}{dt} = f_3(t, x, y, z, \ldots), \text{ etc.,} \end{cases}$$

un système d'équations différentielles, qui détermine, pour toutes les valeurs de la variable indépendante t, la dérivée de chacune des variables dépendantes $x, y, z, \ldots$ en fonction continue de t et des valeurs actuelles de ces variables.

Je me propose d'établir dans ce numéro, en premier lieu, qu'il existe effectivement, quelles que soient les expressions de $f_1, f_2, f_3, \ldots$, certaines fonctions continues de t dont les valeurs se réduisent à des constantes arbitraires $x_0, y_0, z_0, \ldots$ pour $t = t_0$, et vérifient de plus constamment les équations (a); en deuxième lieu, que ce système de fonctions $x, y, z, \ldots$ est unique, entre deux valeurs de t dans l'intervalle desquelles les dérivées partielles des seconds membres $f_1, f_2, f_3, \ldots$, par rapport à $x, y, z, \ldots$

Digitized by Google

restent finies, mais qu'il pourrait cesser de l'être, à des moments t où $x, y, z,\ldots$ recevraient des valeurs rendant infinies quelques unes de ces dérivées partielles.

Pour le démontrer, concevons, à partir de $t=t_0$, des valeurs successives, $t_1, t_2, t_3,\ldots, t_p,\ldots$, de la variable indépendante t, obtenues par l'addition réitérée de très-petits accroissements Δt_0, Δt_1, $\Delta t_2,\ldots$, positifs ou négatifs. De plus, appelons provisoirement $x, y, z,\ldots$ les fonctions continues de t qui, recevant, pour $t=t_0$, les valeurs initiales données $x_0, y_0, z_0,\ldots$, varieraient linéairement entre t_0 et t_1, entre t_1 et t_2, etc., et auraient d'une manière générale pour dérivées respectives, dans l'intervalle quelconque compris de t_p à t_{p+1}, les expressions

$$(b)\quad f_1(t_p, x_p, y_p, z_p,\ldots),\quad f_2(t_p, x_p, y_p, z_p,\ldots),\quad f_3(t_p, x_p, y_p, z_p,\ldots),\ \text{etc.},$$

où $x_p, y_p, z_p,\ldots$ désignent les valeurs de $x, y, z,\ldots$, pour $t=t_p$, calculées ainsi de proche en proche.

Comme $t, x, y, z,\ldots$ diffèrent aussi peu qu'on veut de $t_p, x_p, y_p, z_p,\ldots$ (à condition que les intervalles Δt soient pris assez petits), les expressions (b) s'écarteront également, ausssi peu que l'on voudra, de

$$f_1(t, x, y, z,\ldots),\quad f_2(t, x, y, z,\ldots),\ \text{etc.}$$

Donc, les fonctions continues $x, y, z,\ldots$ dont il s'agit, satisfont à des équations de la forme

$$(c)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \varepsilon_1 + f_1(t, x, y, z\ldots), & \dfrac{dy}{dt} = \varepsilon_2 + f_2(t, x, y, z\ldots), \\ & \dfrac{dz}{dt} = \varepsilon_3 + f_3(t, x, y, z\ldots),\ \text{etc.}, \end{cases}$$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3,\ldots$ étant certaines fonctions de t qui tendent vers zéro en même temps que les Δt, mais qui présentent, d'ailleurs, des discontinuités pour $t=t_1, =t_2,\ldots, =t_p$, etc.

Digitized by Google

Supposons actuellement qu'on fasse décroître de plus en plus les intervalles Δt, et examinons si $x, y, z,..$, s'approcheront en même temps, pour toute valeur de t, de certaines limites déterminées. A cet effet, appelons X, Y, Z,... ce que deviennent les expressions de $x, y, z,...$ quand les Δt sont pris plus petits qu'ils n'étaient d'abord, ou reçoivent d'autres valeurs déterminées, d'ailleurs quelconques. Si ε'_1, ε'_2,.... désignent ce que deviennent en même temps les petites quantités ε_1, ε_2,...., les fonctions X, Y, Z,... vérifieront les équations, pareilles à (*c*),

$$(d)\quad \frac{dX}{dt} = \varepsilon'_1 + f_1(t, X, Y, Z,...),\quad \frac{dY}{dt} = \varepsilon'_2 + f_2(t, X, Y, Z,...),\ \text{etc.}$$

Retranchons les équations (*c*) de celles-ci, et les dérivées des différences $X - x$, $Y - y$, $Z - z$,... seront données par les formules

$$(e)\quad \begin{cases} \dfrac{d.X-x}{dt} = (\varepsilon'_1 - \varepsilon_1) + [f_1(t, X, Y, Z,...) - f_1(t, x, y, z,...)], \\ \dfrac{d.Y-y}{dt} = (\varepsilon'_2 - \varepsilon_2) + [f_2(t, X, Y, Z,...) - f_2(t, x, y, z,...)],\ \text{etc.} \end{cases}$$

Les seconds membres de ces formules, à part les termes indéfiniment décroissants $\varepsilon'_1 - \varepsilon_1$, $\varepsilon'_2 - \varepsilon_2$,..., sont les augmentations qu'éprouvent les fonctions continues $f_1, f_2,...$ quand leurs variables autres que t passent des valeurs $x, y, z,...$ aux valeurs X, Y, Z,... Si l'on applique au premier de ces accroissements, par exemple, la formule de Taylor pour le cas de plusieurs variables, en la réduisant à son terme complémentaire sous sa forme la plus simple, le second membre de la première équation (*e*) deviendra, sauf la très-petite partie $\varepsilon'_1 - \varepsilon_1$, la somme des produits respectifs de $X - x$, $Y - y$, $Z - z$,... par la dérivée partielle de

$$f_1[t, x + \theta(X - x),\ y + \theta(Y - y),...]$$

Digitized by Google

relative à la variable correspondante $x + \theta (X - x)$ ou $y + \theta (Y - y)$, etc., θ désignant un certain nombre positif inférieur à l'unité. *Admettons que ces dérivées partielles restent finies lorsque* $x, y, z, \ldots$ *varient, pour la valeur considérée de* t, *jusqu'à* X, Y, Z,... L'expression

$$f_1 [t, X, Y, \ldots] - f_1 [t, x, y, \ldots]$$

aura un certain rapport fini — M à la plus grande des différences $X - x$, $Y - y$, $Z - z$....

D'ailleurs, les différences $X - x$, $Y - y$, $Z - z$,.... s'annulant pour $t = t_0$, l'une d'elles devient, aux environs de $t = t_0$, plus grande en valeur absolue que les autres, ou leur reste tout au moins comparable. Soit $X - x$ cette différence. Le second membre de la première équation (*e*) pourra donc, pour les valeurs de t assez peu éloignées de t_0, s'écrire $(\varepsilon'_1 - \varepsilon_1) - M (X - x)$. Par suite, la première équation (*e*) devient

$$(f) \qquad \frac{d. X - x}{dt} + M (X - x) + (\varepsilon_1 - \varepsilon'_1) = 0.$$

Si nous la multiplions par le facteur essentiellement fini (et pourvu d'une dérivée continue)

$$e^{\int_{t_0}^{t} M\, dt},$$

elle prend une forme identique à

$$\frac{d}{dt}\left[(X - x)\, e^{\int_{t_0}^{t} M\, dt} + \int_{t_0}^{t} (\varepsilon_1 - \varepsilon'_1)\, e^{\int_{t_0}^{t} M\, dt}\, dt\right] = 0,$$

vu que les discontinuités isolées du facteur $\varepsilon_1 - \varepsilon'_1$ n'empêchent évidemment pas le terme

$$\int_{t_0}^{t} (\varepsilon_1 - \varepsilon'_1)\, e^{\int_{t_0}^{t} M\, dt}\, dt$$

Digitized by Google

d'être parfaitement défini et continu. Elle signifie alors que l'expression

$$(g) \qquad (X-x)\, e^{\int_{t_0}^{t} M\,dt} + \int_{t_0}^{t} (\varepsilon_1 - \varepsilon'_1)\, e^{\int_{t_0}^{t} M\,dt}\, dt$$

reste, pour toutes les valeurs de t, ce qu'elle est pour $t=t_0$, c'est-à-dire nulle. Or le second terme de cette expression tend vers zéro en même temps que ε_1 et ε'_1, ou quand les intervalles Δt deviennent infiniment petits. Donc le premier tend aussi vers zéro : ce qui montre que, tout au moins pour les valeurs de t voisines de t_0, la différence $X - x$ s'annule en même temps que les Δt lorsque aucune des dérivées partielles premières de f_1, en $x, y, z,..$ ne devient infinie pour $t=t_0$, $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$... Il en est, à plus forte raison, de même des autres différences $Y-y$, $Z-z$, etc., supposées plus petites que $X-x$.

D'ailleurs, ce raisonnement est applicable de proche en proche aux environs de valeurs quelconques de la variable indépendante t, valeurs qu'on peut appeler t_0; et il démontre tout à la fois :

1° que $x, y, z,...$ tendent bien vers des limites déterminées à mesure que les Δt décroissent indéfiniment ou à mesure que $x, y, z,...$ approchent de plus en plus de satisfaire aux équations (a);

2° Que deux systèmes de fonctions $x, y, z,...$, qui se confondent pour une valeur particulière t_0 de t et qui satisfont tous les deux aux équations différentielles (a) ou à d'autres infiniment peu différentes (c) et (d), ne peuvent jamais cesser de se confondre ou s'écarter sensiblement, soit quand t grandit à partir de t_0, soit quand t diminue, si ce n'est peut-être pour des valeurs de t et de $x, y, z,...$ rendant infinie quelqu'une des dérivées partielles des

Digitized by Google

seconds membres des équations proposées (*a*) par rapport aux fonctions $x, y, z, \ldots$

En résumé, les équations différentielles (*a*) admettent toujours un système d'intégrales générales, tel, que les valeurs $x_0, y_0, z_0, \ldots$ de $x, y, z, \ldots$, pour une valeur particulière quelconque t_0 de t, peuvent être choisies arbitrairement. De plus, toutes fonctions continues $x, y, z, \ldots$, qui satisfont aux équations (*a*) et qui, pour une valeur particulière de t, ne diffèrent pas de celles que donne une spécification déterminée de l'intégrale générale, ne peuvent jamais se séparer de celles-ci que pour des valeurs de $t, x, y, z, \ldots$ rendant infinie une au moins des dérivées premières des fonctions $f_1, f_2, f_3, \ldots$ par rapport à $x, y, z, \ldots$

2.— ***Des réunions et des séparations d'intégrales, lorsqu'elles ont lieu, se font de deux manières bien différentes, suivant qu'elles correspondent, ou non, à des solutions singulières. — Calcul des solutions singulières.***

Lorsqu'une de ces dérivées (de $f_1, f_2, f_3, \ldots$ par rapport à $x, y, z, \ldots$) devient effectivement infinie pendant que varient les fonctions $x, y, z, \ldots$, il peut se faire, ou qu'elle le soit seulement pour une valeur unique de t, ou qu'elle se maintienne constamment infinie pendant que t éprouve des variations finies.

Examinons d'abord le second cas, dans lequel les fonctions considérées $x, y, z, \ldots$ rendent la dérivée partielle dont il s'agit infinie pour une infinité de valeurs successives de t. Alors ces fonctions constituent ce qu'on appelle des *solutions singulières,* du moins dans tout intervalle où elles ne se confondent avec aucun système d'intégrales particulières déduit de l'intégrale générale; et elles sont généralement à la fois, sur tout leur parcours, des lieux de réunion et de séparation des intégrales particulières.

Digitized by Google

On les obtiendra évidemment en cherchant, parmi toutes les fonctions possibles $x, y, z, \ldots$, de t qui rendent infinies d'une manière continue une ou plusieurs des dérivées partielles premières de $f_1, f_2, f_3, \ldots$ par rapport à x, y $z, \ldots$, s'il en existe qui satisfassent aux équations proposées (*a*).

Passons actuellement au premier cas, où, au contraire, certaines dérivées partielles de $f_1, f_2, f_3, \ldots$, en $x, y, z, \ldots$, ne deviennent infinies dans toute intégrale que pour des valeurs isolées de t. Dans ce cas, il arrive bien, en général, que les dérivées en question sont ainsi infinies un instant pour une infinité de systèmes de valeurs différentes de $t, x, y, z, \ldots$, c'est-à-dire pour une infinité d'intégrales particulières obtenues en faisant varier avec continuité les circonstances initiales : mais il est impossible d'y relier deux intégrales particulières quelconques de manière à passer de l'une à l'autre ; puisque les valeurs de $x, y, z, \ldots$, supposées exprimées en fonction de t, qui comprennent tous les lieux de réunion et de séparation d'intégrales, ne vérifient pas, d'après l'hypothèse, les équations différentielles proposées, ou ne peuvent pas servir de passage pour aller d'une intégrale particulière à une autre qui ne lui ferait pas suite immédiatement.

Ce cas est donc, au point de vue du mémoire actuel, beaucoup moins intéressant que celui où il y aurait des solutions singulières permettant de relier deux intégrales quelconques. Il ne se présente jamais dans les questions étudiées aux numéros 12 à 18 (p. 67 à 105). En effet, les questions dont il s'agit se ramènent finalement à l'intégration d'une équation de la forme

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{f(x)},$$

où $f(x)$ désigne une fonction finie et continue ainsi que

Digitized by Google

sa dérivée $f'(x)$. Or, dans une pareille équation, les valeurs de x qui rendent infinie la dérivée du second membre par rapport par rapport à x,

$$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}},$$

sont toutes comprises parmi celles qui donnent $f(x)=0$: elles sont constantes, et vérifient l'équation différentielle en annulant séparément ses deux membres, c'est-à-dire

$$\frac{dx}{dt} \text{ et } \sqrt{f(x)}.$$

Ainsi, les points de bifurcation correspondent toujours à des solutions singulières dans les problèmes que j'ai traités.

Il serait curieux de trouver en mécanique, s'il en existe, des exemples de lieux de bifurcations ne constituant pas une intégrale, des exemples de *bifurcations instantanées*, pour ainsi dire. Le moment de prendre chaque décision n'y serait pas laissé à la disposition du principe directeur : celui-ci devrait intervenir à des instants déterminés, pour choisir entre deux ou plusieurs voies ouvertes, tout à coup, devant le système matériel.

3. — *Forme normale des intégrales générales et autre mode de calcul des solutions singulières.*

Le système des intégrales générales des équations (a) est de la forme

$$(h)\quad \begin{cases} x = F_1(t, x_0, y_0, z_0, \ldots), \quad y = F_2(t, x_0, y_0, z_0, \ldots), \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad z = F_3(t, x_0, y_0, z_0, \ldots), \text{ etc.,} \end{cases}$$

où les fonctions $F_1, F_2, F_3, \ldots$ sont évidemment continues,

Digitized by Google

tant par rapport à t, que par rapport à $x_0, y_0, z_0, \ldots$ Mais observons qu'on pourrait prendre toute valeur particulière de t pour valeur initiale de cette variable indépendante, se donner arbitrairement les valeurs simultanées $x, y, z, \ldots$ des fonctions à déterminer, puis en déduire de proche en proche les autres valeurs de ces fonctions, jusqu'à celles, $x_0, y_0, z_0, \ldots$, qui correspondent à $t = t_0$. Donc, les intégrales générales (h), résolues pas rapport aux constantes $x_0, y_0, z_0, \ldots$, font celles-ci égales à des fonctions parfaitement déterminées $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$ de $t, x, y, z, \ldots$; en sorte que ces intégrales pourront s'écrire encore :

$$(h') \quad \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1(t, x, y, z, \ldots) = x_0, \quad \varphi_2(t, x, y, z, \ldots) = y_0, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \varphi_3(t, x, y, z, \ldots) = z_0, \text{ etc.} \end{array} \right.$$

D'ailleurs, quel que soit t, les fonctions x, y, z, ... sont autant susceptibles d'y recevoir des valeurs arbitraires, variables avec continuité, que l'étaient $x_0, y_0, z_0, \ldots$ dans les formules (h).

Les relations (h') ont toutes la forme

$$(i) \qquad \varphi(t, x, y, z, \ldots) = \text{une constante arbitraire } c.$$

C'est cette forme qu'on appelle *normale*, et qui est la plus avantageuse, parce qu'il suffit de différentier l'intégrale qui s'y trouve réduite pour en éliminer toute constante arbitraire.

Différentions effectivement la relation (i), en observant que les dérivées $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \ldots$ ont, par hypothèse, les valeurs $f_1, f_2, \ldots$ que donnent les équations (a). Il vient

$$\frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\varphi}{dx} f_1 + \frac{d\varphi}{dy} f_2 + \frac{d\varphi}{dz} f_3 + \ldots = 0,$$

formule où ne paraissent que les variables $t, x, y, z, \ldots$. Il

Digitized by Google

est permis, comme on vient de voir, d'y supposer $t, x, y, z\ldots$ quelconques, ou du moins arbitrairement variables avec continuité entre certaines limites. On a donc *identiquement*, dans toute l'étendue qui est à considérer,

$$(j) \qquad -\left(\frac{d\varphi}{dx}f_1+\frac{d\varphi}{dy}f_2+\frac{d\varphi}{dz}f_3+\ldots.\right)=\frac{d\varphi}{dt}.$$

Cela posé, écrivons les équations (a) sous la forme

$$(k) \qquad \frac{dx}{dt}-f_1=0,\quad \frac{dy}{dt}-f_2=0,\quad \frac{dz}{dt}-f_3=0,\ldots;$$

puis ajoutons *leurs premiers membres*, après les avoir respectivement multipliés par les facteurs

$$\frac{d\varphi}{dx},\quad \frac{d\varphi}{dy},\quad \frac{d\varphi}{dz},\ldots.,$$

et en supposant que $x, y, z,\ldots$ soient des fonctions quelconques de t, ou sans nous préoccuper de leur faire vérifier les équations (k). Si l'on tient compte de l'identité (j), la somme ainsi obtenue représentera précisément la *dérivée complète* $\frac{d_c\varphi}{dt}$ de la fonction composée φ :

$$(k') \quad \frac{d_c\varphi}{dt}=\frac{d\varphi}{dx}\left(\frac{dx}{dt}-f_1\right)+\frac{d\varphi}{dy}\left(\frac{dy}{dt}-f_2\right)+\frac{d\varphi}{dz}\left(\frac{dz}{dt}-f_3\right)+\ldots$$

On voit que la dérivée complète de φ s'annulera continuellement toutes les fois que les équations (k) seront satisfaites, à moins que l'un des facteurs $\frac{d\varphi}{dx}, \frac{d\varphi}{dy},\ldots$, ne devienne et ne reste en même temps infini. Donc, tout système de valeurs de $x, y, z,\ldots.$ qui vérifie les équations proposées (a) satisfait également à l'intégrale générale (i), à moins qu'il ne rende infini, pour toutes les valeurs de t, quelqu'un des facteurs d'intégrabilité $\frac{d\varphi}{dx}, \frac{d\varphi}{dy}, \ldots.$

Digitized by Google

En conséquence, les solutions singulières d'un système d'équations différentielles s'obtiendront, en égalant à l'infini les facteurs d'intégrabilité par lesquels il faut multiplier ces équations pour que leur somme devienne immédiatement intégrable.

Supposons, en particulier, que le système proposé (*a*) soit équivalent à une seule équation différentielle ne contenant que x et ses n premières dérivées. C'est ce qui arrive quand les équations (*a*), excepté la dernière, sont de la forme

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = z, \text{ etc.},$$

ou quand elles reviennent, en appelant x', x'',... les dérivées successives de x par rapport à t, à prendre

$$y = x', \quad z = x'', \ldots.$$

Alors le système (*a*) se ramène à une seule équation, de la forme

$$(l) \qquad x^{(n)} = f(t, x, x', x'', \ldots x^{(n-1)});$$

et le système (*k*) devient

$$\frac{dx}{dt} - x' = 0, \quad \frac{dx'}{dt} - x'' = 0, \ldots, \quad \frac{dx^{(n-1)}}{dt} - f = 0.$$

Celles-ci, sauf la dernière, expriment des identités. La relation (*k'*) est réductible par suite à

$$\frac{d_c \varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dx^{(n-1)}} \left[\frac{dx^{(n-1)}}{dt} - f\right];$$

en sorte qu'elle donne identiquement

$$(l') \qquad \frac{dx^{(n-1)}}{dt} - f = \frac{1}{\dfrac{d\varphi}{dx^{(n-1)}}} \frac{d_c \varphi}{dt}.$$

Digitized by Google

Toutes les fois qu'en égalant à l'infini le facteur d'intégrabilité $\frac{d\varphi}{dx^{(n-1)}}$, on obtiendra une relation, en $t, x, x', x'', \ldots, x^{(n-1)}$, satisfaite par certaines expressions de x finies et continues en fonction de t, la dérivée complète de la fonction φ par rapport à t sera généralement finie aussi quand on y mettra pour x ces expressions, qui rendront bien nul le second membre de (l') ou satisferont à l'équation proposée (l).

Ainsi, le facteur d'intégrabilité $\frac{d\varphi}{dx^{(n-1)}}$, égalé à l'infini, donnera effectivement une intégrale première de l'équation proposée (l); et ce sera une solution singulière proprement dite, toutes les fois que la dérivée complète $\frac{d\varphi}{dt}$ ne s'annulera pas en même temps, ou qu'on n'aura pas $\varphi =$ constante.

4. — *Comparaison des deux procédés, indiqués ici, pour le calcul des intégrales singulières. Application du premier à l'équation différentielle du premier ordre, etc.*

On remarquera que les deux procédés indiqués respectivement dans les n^{os} 2 et 3 de cette note, et du reste bien connus, pour obtenir les solutions singulières des équations différentielles, ont, sur la méthode classique due à Lagrange, qui les déduit des intégrales générales, l'avantage de ne pas exiger l'intégration effective du système proposé. Le second, qui consiste à égaler à l'infini les facteurs d'intégrabilité, suppose, il est vrai, que l'on connaisse ces facteurs ou que le problème de l'intégration des équations proposées soit ramené aux quadratures. Il fournit d'ailleurs, dans tous les cas que j'étudie au § III (1), les intégrales asymptotes en même

(1) Voir surtout les numéros 12 et 18 du mémoire (p. 67 à 77).

Digitized by Google

temps que les solutions singulières proprement dites : ce qui est un avantage au point de vue de ce mémoire. (1)

Le premier procédé, qui consiste à égaler à l'infini les dérivées en $x, y, z, \ldots$ des fonctions $f_1, f_2, \ldots$, élimine au contraire presque toujours les intégrales-asymptotes, quoiqu'il en donne parfois aussi quelques-unes (voir la fin du numéro 13, p. 77) ; et il serait préférable à l'autre si on ne tenait à avoir que les solutions singulières proprement dites. Mais, comme celles-ci sont assez rares, ainsi que l'a remarqué M. Darboux dans un intéressant article du 25 juillet 1870 sur les solutions singulières des équations du premier ordre et du second degré à deux variables (2), il arrive le plus souvent que les séries de valeurs de $t, x, y, z, \ldots$, qui rendent infinies certaines dérivées partielles de $f_1, f_2, f_3, \ldots$ en $x, y, z, \ldots$, ne satisfont pas aux équations différentielles proposées (a) : il ne faut donc jamais négliger de reconnaître, par un examen spécial, si elles sont bien des intégrales.

Quand elles n'en sont pas, ces séries de valeurs conservent néanmoins une grande importance : puisqu'elles continuent (p. 168) à être les seules pour lesquelles il puisse y avoir des réunions ou des bifurcations d'intégrales. A cause même de ce rôle, qu'elles ne cessent pas de remplir quand il y a lieu, elles marquent souvent des contours-limites que ne franchissent pas les variables $x, y, z, \ldots, t$. C'est ce qu'a observé M. Darboux dans

(1) Cet avantage ne subsisterait pas dans des problèmes quelconques ; car tout facteur qui rend intégrable une équation différentielle n'est pas *nécessairement* en relation simple avec les intégrales-asymptotes de celle-ci. Par exemple, l'équation

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{t} = 0$$

a pour intégrale générale

$$tx = \text{constante} ;$$

et elle admet l'intégrale asymptote $x = 0$, qu'on n'obtient pas en égalant à l'infini le facteur d'intégrabilité t.

(2) *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*, tome LXXI, p. 268.

Digitized by Google

l'article cité, pour le cas d'une équation du premier ordre et du second degré entre deux coordonnées x, y; alors l'équation $\frac{dy'}{dy} = \infty$ représente la ligne qui sépare les points du plan où la dérivée y' est réelle de ceux où elle est imaginaire ; et, comme elle ne constitue une solution singulière qu'autant que les courbes représentatives d'intégrales particulières viennent s'y raccorder, ou s'y faire envelopper *tangentiellement*, elle est, dans les autres cas, le lieu des points de part et d'autre desquels ces courbes ne se prolongent pas, c'est-à-dire le lieu de leurs rebroussements (car les deux valeurs de y' y deviennent égales).(1)

Mais il peut arriver, quand l'équation différentielle du premier ordre, entre une ordonnée y et une abscisse x prise pour variable indépendante, n'est pas du second degré, que la ligne représentée par l'équation $\frac{dy'}{dy} = \infty$ cesse d'être un contour-limite et ne mérite plus, en aucune manière, le nom *d'enveloppe*. Elle peut cesser également d'être un lieu de réunion ou de bifurcation d'intégrales.

Supposons, par exemple, que la dérivée y' soit finie et continue pour toutes les valeurs finies des coordonnées x, y, et qu'elle ait au plus une valeur en chaque point du plan, ou que les courbes régies par l'équation différentielle ne se croisent nulle part sous des angles finis. Alors, si l'on mène un petit arc de la ligne $\frac{dy'}{dy} = \infty$, et

(1) Je m'aperçois, en parcourant le *Traité élémentaire de la théorie des fonctions et du calcul infinitésimal* par M. Cournot (1841 ; tome II, numéros 517 et 518, p. 343), que l'éminent inspecteur des études connaissait cette propriété de la ligne qui limite la région du plan où se trouvent toutes les courbes représentant les intégrales particulières d'une équation différentielle du premier ordre et du second degré ; il dit expressément, et montre sur un exemple, d'une part, que la ligne dont il s'agit est, en général, le lieu des points de rebroussement des courbes et non une enveloppe au sens ordinaire, c'est-à-dire une enveloppe tangente aux *enveloppées*, d'autre part, que celle-ci, ou l'intégrale singulière proprement dite, existe seulement dans des cas exceptionnels.

Digitized by Google

si l'on considère, à partir de cet arc, une très-petite longueur constante de chacune des courbes de la famille qui émanent de ses divers points, en s'en détachant d'un même côté, celles-ci se confondront presque avec leurs cordes, qui, par raison de continuité, seront sensiblement égales et parallèles; en sorte que le lieu de leurs secondes extrémités sera un arc presque égal à celui de la ligne $\frac{dy'}{dy}=\infty$, d'où elles partent. Comme, par hypothèse, les courbes représentatives des intégrales ne se croisent jamais sous des angles finis, comme aussi, d'ailleurs, on sait qu'elles ne peuvent se croiser sous des angles infiniment petits qu'aux points (tout au plus) où $\frac{dy'}{dy}=\infty$, elles se présenteront, le long de ce second arc, dans le même ordre où elles se seront détachées du premier; et la distance de deux d'entr'elles, émanées de deux points infiniment voisins de la courbe $\frac{dy'}{dy}=\infty$, ne pourra qu'être infiniment petite par raison de continuité. Donc, de chaque point de la ligne $\frac{dy'}{dy}=\infty$, il ne partira, sur un de ses côtés, qu'une seule courbe de la famille: la place manquerait pour deux. Il en partira, de même, tout au plus une de l'autre côté, et, vu la continuité supposée de y' partout où y' existe, il ne passera, par chaque point de la ligne $\frac{dy'}{dy}=\infty$, comme par les autres points du plan, qu'une courbe unique représentative d'intégrales particulières. Cette courbe s'y terminera, ou se prolongera de part et d'autre avec continuité, si elle n'est pas tangente à la ligne même $\frac{dy'}{dy}=\infty$; mais elle pourra encore présenter un rebroussement, à la traversée de la ligne $\frac{dy'}{dy}=\infty$, si celle-ci lui est tangente, ou exprime une solution singulière.

Digitized by Google

En résumé, dans la supposition que la valeur de y' soit partout unique, c'est-à-dire que les courbes considérées ne se coupent nulle part sous des angles finis, il n'y a réunion ou bifurcation d'intégrales, aux divers points de la ligne $\frac{dy'}{dy} = \infty$, qu'autant que cette ligne représente une solution singulière. Et il n'y a tout à la fois réunion et bifurcation que lorsque les courbes de la famille traversent tangentiellement cette même ligne sans y présenter de rebroussement; alors, quoique les diverses courbes, exprimant des intégrales particulières proprement dites, n'admettent, comme dans les autres cas, aucun point commun, et qu'il n'y ait même nulle part réunion ou séparation de deux de ces intégrales (c'est-à-dire de deux branches d'une même courbe venant se souder l'une contre l'autre en se terminant au point commun), la ligne $\frac{dy'}{dy} = \infty$ établit entre elles un passage: elle est, en quelque sorte, le débouché commun de toutes les parties de courbes qui sont sur un de ses côtés et la source commune des parties qui sont de l'autre.

Éclaircissons cette théorie par un exemple.

Soit l'équation

$$y'^3 = f(y),$$

f désignant une fonction parfaitement déterminée, finie et continue, ainsi que ses dérivées, pour toutes les valeurs finies de y. Alors y' admet partout une valeur réelle, $\sqrt[3]{f(y)}$, et une seule: les courbes régies par l'équation différentielle couvrent tout le plan sans se croiser nulle part sous des angles finis. Comme la dérivée partielle $\frac{dy'}{dy}$ égale $\frac{f'(y)}{3y'^2}$, elle ne devient infinie que pour $y' = 0$ tout au plus, c'est-à-dire pour $f(y) = 0$. La ligne $\frac{dy'}{dy} = \infty$

Digitized by Google

se compose donc d'un certain nombre de parallèles à l'axe des x; et celles-ci représentent des solutions de l'équation différentielle, car on a, en tous leurs points, $y' = f(y) = 0$.

Considérons les intégrales particulières pour des valeurs, $y=a+h$, voisines de l'ordonnée, $y=a$, de l'une de ces parallèles. Un développement par la série de Taylor, réduit au premier des termes qui ne s'annulera pas, donnera $f(a+h)=M^3 h^n$, ou, plus exactement,

$$f(a+h) = (M+\varepsilon)^3 h^n,$$

si l'on appelle, pour abréger, M^3 la constante $\frac{f^{(n)}(a)}{1.2.3... n}$ et ε une fonction de h insensible par rapport à M. L'équation proposée $y' = \sqrt[3]{f(y)}$ devient donc, aux environs de $y=a$, pour $y=a+h$,

$$(l'') \qquad \frac{dh}{dx} = (M+\varepsilon)\, h^{\frac{n}{3}} \quad \text{ou} \quad h^{-\frac{n}{3}}\, dh = (M+\varepsilon)\, dx.$$

Le nombre entier n sera inférieur à 3 ; car la formule (l''), où $\frac{dh}{dx}$ n'est autre que y', donne sensiblement

$$\frac{dy'}{dy} \text{ ou } \frac{dy'}{dh} = \frac{nM}{3}\, h^{\frac{n-3}{3}},$$

expression qui ne devient infinie pour $h=0$, comme on le suppose, que si l'on a $n < 3$. Intégrons donc, dans l'une des hypothèses $n=1$, $n=2$, l'équation (l''), entre deux petites valeurs de même signe h_0, h, correspondant à deux abscises x_0, x. Il vient

$$\frac{3}{3-n}\left[h^{\frac{3-n}{3}} - h_0^{\frac{3-n}{3}}\right] = \text{sensiblement } M(x-x_0).$$

Digitized by Google

On voit que h peut s'annuler sans que x cesse d'être fini. Ainsi l'intégrale $y = a$ est bien une solution singulière proprement dite, ou non-asymptote.

Pour $n = 1$, la dérivée $\frac{dh}{dx}$ change de signe avec h, d'après (l'') : par suite, quand x grandit, les intégrales particulières s'approchent toutes ou s'éloignent toutes de la solution singulière. Celle-ci est donc seulement, ou un lieu de réunion d'intégrales, ou un lieu de bifurcation.

Si, au contraire, $n=2$, elle est un lieu de réunion pour les intégrales dans lesquelles h a un certain signe, un lieu de bifurcation pour celles où h a le signe opposé ; car l'équation (l'') montre que $\frac{dh}{dx}$ conserve le même signe quel que soit h. En d'autres termes, les courbes représentatives des intégrales particulières ont alors de simples points d'inflexion, au lieu de points de rebroussement, sur la tangente qui leur est commune à toutes et qui exprime la solution singulière.

Enfin, pour terminer ce que j'ai à dire au sujet des solutions singulières, j'observerai qu'une intégrale peut être, sur tout son parcours, un lieu de réunion et de bifurcation pour les autres intégrales, tout en se trouvant de la même famille que celles-ci, c'est-à-dire tout en étant, comme chacune d'elles et comme les intégrales asymptotes, une certaine spécification de l'intégrale générale. Ainsi, la propriété la plus importante des solutions singulières, celle qui leur permet de relier avec continuité les diverses intégrales particulières, ne tient pas nécessairement à une nature analytique différente de la leur. En d'autres termes, elle ne tient pas au caractère (de n'être pas comprises dans l'intégrale générale), que les analystes regardent comme essentiel pour qu'une solution singulière mérite bien son nom, mais qui est très-secondaire au point de vue du mémoire actuel.

Digitized by Google

Par exemple, les paraboles

$$y = c^2 (x - c)^2,$$

qui couvrent toute la moitié du plan des xy située du côté des y positifs, ont pour *vraie enveloppe* l'une d'elles, $y = 0$, correspondant à $c = 0$. Elles admettent, en outre, une sorte d'*enveloppe relative* ou *intérieure* (ayant pour équation $y = \frac{x^4}{16}$), qui sépare la partie du plan où y est plus petit que $\frac{x^4}{16}$, et où se croisent en chaque point quatre paraboles de la famille, d'avec la partie du plan où y est plus grand que $\frac{x^4}{16}$, et où se croisent en chaque point deux paraboles seulement de la famille. En effet, l'équation

$$y = (c\,x - c^2)^2,$$

résolue par rapport à $2c$, devient

$$2c = x \pm \sqrt{x^2 - 4\sqrt{y}};$$

et celle-ci, en y supposant, à volonté, la racine carrée de y positive ou négative, donne bien pour c, soit quatre valeurs, soit deux valeurs seulement, suivant que x^2 dépasse, ou non, $4\sqrt{y}$. Quant à l'équation différentielle de la famille de paraboles, on y arrive en annulant la dérivée complète de l'expression ci-dessus de $2c$. Il vient ainsi, presque immédiatement,

$$y' = \sqrt{y}\left(x \pm \sqrt{x^2 - 4\sqrt{y}}\right),$$

ou

$$y' - x\sqrt{y} = \pm\sqrt{y}\sqrt{x^2 - 4\sqrt{y}}.$$

Digitized by Google

Elevons celle-ci au carré, puis, après avoir supprimé yx^3 des deux membres du résultat, isolons les termes affectés de $\sqrt{y}$ et élevons de nouveau au carré. Nous obtiendrons, sous sa forme rationnelle et entière, l'équation différentielle cherchée :

$$y'^4 - 4y(xy' - 2y)^2 = 0.$$

M. J. A. Serret, dans son *Cours de calcul différentiel et intégral* (t. II, numéro 642, p. 388), avait déjà remarqué qu'un lieu d'intersections successives de courbes appartenant à une certaine famille peut être lui-même une ligne de la famille. Et il l'avait prouvé par l'exemple des paraboles $y = c(x-c)^2$, qui, couvrant tout le plan des xy, n'admettent point d'enveloppe proprement dite, mais qui ont l'enveloppe intérieure $y = 0$, comprise dans la famille ou donnée par l'hypothèse $c = 0$, et qui ont en outre l'enveloppe intérieure $y = \frac{4x^3}{27}$. Quelle que soit l'abcisse x d'un point du plan, il passe trois paraboles par ce point quand son ordonnée y est comprise entre celles, 0 et $\frac{4x^3}{27}$, des deux enveloppes relatives, et, au contraire, une seule parabole quand y est en dehors de l'intervalle considéré.

On voit quelle variété extrême de cas se rencontre dans l'étude des réunions et des bifurcations que peuvent présenter les intégrales d'un système d'équations différentielles.

5. — *Application de la propriété des facteurs d'intégrabilité à l'intégration des équations différentielles par approximations successives.*

On sait comment la propriété des facteurs d'intégrabilité permet d'intégrer, par la voie d'approximations successives dite *méthode de variation des constantes*, un système d'équations différentielles, tel que (*a*), lorsqu'il

Digitized by Google

diffère peu d'un autre système que l'on a déjà intégré. Considérons, par exemple, les équations

$$(m) \quad \frac{dx}{dt} - f_1 = \varpi_1, \quad \frac{dy}{dt} - f_2 = \varpi_2, \quad \frac{dz}{dt} - f_3 = \varpi_3, \ldots,$$

où $f_1, f_2, f_3, \ldots$ désignent des fonctions données de $t, x, y, z, \ldots$, et $\varpi_1, \varpi_2, \varpi_3, \ldots$ d'autres fonctions des mêmes variables, mais supposées très-petites en comparaison de $f_1, f_2, \ldots$. Admettons qu'on ait su intégrer le système

$$(m') \quad \frac{dx}{dt} - f_1 = 0, \quad \frac{dy}{dt} - f_2 = 0, \quad \frac{dz}{dt} - f_3 = 0, \ldots,$$

et soit

$$(n) \qquad \varphi(t, x, y, z, \ldots) = \text{une constante } c$$

une quelconque des intégrales générales qu'il admet. On pourra former l'expression des dérivées partielles

$$\frac{d\varphi}{dx}, \quad \frac{d\varphi}{dy}, \ldots,$$

puis multiplier respectivement les équations (m) par celles-ci, et ajouter. Le résultat, multiplié lui-même par dt, sera identiquement

$$d\varphi = \left(\varpi_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varpi_2 \frac{d\varphi}{dy} + \ldots \right) dt.$$

Si on l'intègre à partir de $t = t_0$, il vient, pour tenir lieu de (n),

$$(n') \quad \varphi(t, x, y, z, \ldots) = c + \int_{t_0}^{t} \left(\varpi_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varpi_2 \frac{d\varphi}{dy} + \ldots \right) dt.$$

Celle-ci ne diffère de (n) qu'en ce que la constante c de la formule (n) est devenue fonction de t, puisque,

Digitized by Google

pour un même état initial donné, le second membre de (n') comprend, outre sa valeur initiale $\varphi\,(t_0, x_0, y_0, z_0, \ldots)$, indépendante de la présence des seconds membres de (m), une partie variable

$$\int_{t_0}^{t} \left(\varpi_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varpi_2 \frac{d\varphi}{dy} + \ldots \right) dt.$$

Tant que t n'est pas très-grand, cette seconde partie influe peu sur les valeurs que l'ensemble des intégrales, telles que (n'), donne pour $x, y, z, \ldots$ en fonction de leurs seconds membres et de t; en sorte qu'une première expression approchée de $x, y, z, \ldots$ s'obtient par la réduction de ces seconds membres à leurs valeurs initiales connues. D'ailleurs, les expressions approchées ainsi obtenues pour $x, y, z, \ldots$, substituées sous le signe $\int$ dans les seconds membres en question, fournissent une valeur approchée des petites parties variables de ces seconds membres, et l'on peut, dès lors, former des expressions de seconde approximation de $x, y, z, \ldots$ Une substitution analogue de ces valeurs plus exactes, dans les mêmes seconds membres, donne à son tour une troisième appproximation; et ainsi de suite.

Si les seconds membres des équations (m) se réduisaient à de simples fonctions de t, et si les intégrales, $\varphi = c$, des équations sans seconds membres étaient du premier degré par rapport à $x, y, z, \ldots$, ou que les dérivées

$$\frac{d\varphi}{dx}, \quad \frac{d\varphi}{dy}, \ldots$$

dépendissent aussi uniquement de t, les intégrales

$$\int_{t_0}^{t} \left(\varpi_1 \frac{d\varphi}{dx} + \varpi_2 \frac{d\varphi}{dy} + \ldots \right) dt$$

s'obtiendraient de suite, exactement, par de simples quadratures.

Digitized by Google

C'est ce qui arrive dans l'hypothèse classique où les équations proposées (*m*) sont linéaires, et où, comme on sait, les valeurs générales de $x, y, z, \ldots$ s'obtiennent, quand il n'y a pas de seconds membres, en ajoutant des valeurs particulières respectivement multipliées par des constantes. En effet, les expressions de $x, y, z, \ldots$ étant alors du premier degré par rapport aux constantes arbitraires, les expressions inverses, ? par exemple, de celles-ci en fonction de $t, x, y, z, \ldots$, sont de même du premier degré par rapport à $x, y, z, \ldots$; et l'on a, pour facteurs d'intégrabilité $\frac{d\varphi}{dx}, \frac{d\varphi}{dy}, \ldots$, les fonctions explicites de t paraissant dans ces dernières expressions comme coefficients de $x, y, z, \ldots$ Par suite, les inverses des facteurs d'intégrabilité s'annulent tout au plus pour certaines valeurs de t, jamais pour des valeurs continues de $x, y, z, \ldots$, en fonction de t; et il n'existe pas de solution singulière, comme j'ai dit à la fin du numéro 7 (p. 56).

6. — *Sur les notions d'aire et de volume.*

Je profiterai de l'occasion de cette note, relative à divers points fondamentaux du calcul intégral, pour essayer d'éclaircir les notions *d'aire plane* et de *volume*, qui se rattachent aux applications du même calcul, et qu'on a laissées jusqu'à présent, ce me semble, dans une certaine obscurité ou du moins à l'état de *vérités de sentiment*.

Concevons, tracée sur un plan, une courbe fermée, et supposons qu'on donne, pour chaque valeur x d'une abscisse comptée le long d'une droite du plan, la partie $f(x)$, comprise à l'intérieur de la courbe, de l'ordonnée menée dans le même plan perpendiculairement à cette droite.

Pour savoir ce que nous appellerons *aire* de la surface

Digitized by Google

qu'enferme la courbe donnée, imaginons qu'on divise le plan, par des parallèles indéfinies aux deux axes coordonnés, en carrés ayant pour côté l'unité de longueur, et puis tous ces carrés eux-mêmes, au moyen de parallèles équidistantes de plus en plus rapprochées, en carrés incomparablement plus petits. Le rapport du nombre de ceux-ci qui se trouvent entourés par la courbe, au nombre des carrés pareils contenus dans un carré de côté égal à 1, tend vers une limite déterminée à mesure que les parallèles aux axes se rapprochent indéfiniment les unes des autres. En effet, si Δx est le côté des petits carrés considérés, chacun de ceux-ci apporte, au rapport total qu'on évalue, un petit appoint égal à $(\Delta x)^2$, vu que le carré de côté 1 a ses dimensions $\frac{1}{\Delta x}$ fois plus grandes et en contient visiblement $\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2$. D'ailleurs, les deux ordonnées consécutives d'abscisses $x, x + \Delta x$ comprennent entr'elles, à l'intérieur de la courbe fermée, un nombre de ces petits carrés égal à $\frac{f(x)}{\Delta x}$, sauf erreur relative de l'ordre de $\frac{\Delta x}{f(x)}$ et négligeable à la limite. Donc, la bande que limitent les deux ordonnées considérées entre dans le rapport total cherché pour une somme valant

$$\frac{f(x)}{\Delta x}(\Delta x)^2 = f(x)\,\Delta x,$$

sauf erreur négligeable. Finalement, si x_0, x_1 désignent les abscisses des deux ordonnées extrêmes qui comprennent entre elles toute la courbe, on voit que le rapport total demandé s'approche de plus en plus de l'intégrale parfaitement déterminée $\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx$, à mesure que Δx diminue davantage. Cette valeur limite est appelée l'aire de la surface comprise dans la courbe.

On pourra évidemment la calculer de différentes

Digitized by Google

manières, par exemple, en comptant ses éléments, c'est-à-dire les carrés infiniment petits qui la composent, par groupes dont chacun contienne une infinité de carrés contigus associés d'une manière quelconque : il sera permis, dans ce cas, de négliger les carrés qui se trouveront sur le contour de chaque groupe, vu que leur somme disparaîtra devant celle des carrés intérieurs. En d'autres termes, l'aire de la surface considérée sera la somme des aires qu'on obtiendrait en décomposant cette surface, par des lignes quelconques, en parties aussi petites qu'on voudra, puis en évaluant chaque partie comme si elle était seule. Rien n'empêchera même de supposer ensuite ces parties indéfiniment décroissantes, de manière à pouvoir négliger une portion relativement infiniment petite de leur totalité (toutes celles, par exemple, qui seront contiguës au contour général), et à pouvoir également remplacer les autres par des éléments différents ayant avec elles des rapports qui tendent vers l'unité.

Il reste à voir si l'aire qu'enferme une ligne quelconque conserve la même valeur de quelque manière qu'on déplace et oriente cette ligne, dans le plan des xy, par rapport aux axes coordonnés. Il est d'abord évident qu'une simple translation ne fera qu'ajouter, aux coordonnées x, y de divers points liés à la courbe, deux constantes c, c' : l'aire deviendra simplement

$$\int_{x_0+c}^{x_1+c} f(x-c)\,dx,$$

ou, en posant $x - c = x'$,

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x')\,dx',$$

expresssion identique à

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx.$$

Digitized by Google

Ainsi, deux lignes fermées, égales et pareillement orientées, contiennent à leur intérieur des aires égales.

Imaginons actuellement deux figures quelconques tracées sur le plan; et supposons-les divisées toutes les deux en carrés très-petits égaux, par une double famille de droites parallèles aux axes. Soient m, n les nombres respectifs de ces carrés compris dans les deux figures; en sorte que le rapport des aires de celles-ci diffère d'autant moins de $\frac{m}{n}$ que les parallèles sont plus rapprochées. Concevons qu'on change d'une même manière l'orientation des deux figures, en imprimant un mouvement commun de rotation au système des deux courbes fermées qui les entourent et des parallèles qui les divisent en carrés. Ceux-ci, ne cessant pas d'être égaux et pareillement orientés, auront tous, dans leurs nouvelles positions, des aires égales, d'après ce qu'on vient de dire. Par suite, le rapport des surfaces des deux figures sera resté infiniment peu différent de $\frac{m}{n}$. Un changement commun d'orientation ne fait donc pas changer ce rapport d'une quantité finie, si petite qu'elle soit; et l'on peut dire que les aires de toutes les figures tracées sur un plan ne cessent pas d'être proportionnelles entr'elles, à snpposer toutefois qu'elles varient, quand on change le sens des axes rectangulaires parallèlement auxquels se font les décompositions en carrés infiniment petits.

Or, pour le cercle décrit autour de l'origine comme centre, cette aire ne change pas; car l'équation du cercle

$$x^2+y^2 = \text{une constante}$$

reste la même dans tous les systèmes d'axes rectangles menés par le centre. Donc l'aire ou la superficie est aussi invariable pour toutes les figures. En d'autres termes, dans chaque surface, elle est une même quantité quel que soit le système des axes rectangulaires choisis.

Digitized by Google

On procèderait d'une manière analogue pour définir le volume d'un solide, par sa division, au moyen d'un triple système de plans normaux à des axes coordonnés rectangles, en cubes infiniment petits, dont chacun, rapporté au cube ayant l'arête 1, compterait pour une fraction égale à la troisième puissance, dx^3, de ses dimensions. On reconnaîtrait de même que la somme limite ainsi définie s'obtiendrait également par la décomposition du solide donné en parties quelconques, qui s'évalueraient chacune isolément et dont il suffirait ensuite d'ajouter les valeurs. Enfin, après avoir démontré que des solides égaux, pareillement orientés, ont leurs volumes exprimés par une même intégrale, on reconnaîtrait, de même que je l'ai fait tout à l'heure pour les surfaces planes, qu'un changement commun d'orientation, par rapport aux axes, imprimé à deux solides quelconques, ne change pas le rapport de leurs volumes; et, comme une sphère dont l'origine des coordonnées est le centre a son volume évidemment représenté par la même intégrale dans tous les systèmes d'axes rectangles, le volume d'un solide quelconque conserverait aussi la même valeur, quelle que fût l'orientation des axes.

Digitized by Google

NOTE V (SE RAPPORTANT A LA PAGE 105).

THÉORIE DU MOUVEMENT QUASI-CIRCULAIRE D'UN POINT ATTIRÉ PAR UN CENTRE FIXE, ET DES OSCILLATIONS D'UN CORPS PESANT SUR UNE SURFACE DE RÉVOLUTION A AXE VERTICAL. (1)

---

1. — *Mouvement quasi-circulaire d'un point attiré par un centre fixe. — Lois de première approximation.*

La méthode que j'ai suivie pour traiter la question du mouvement d'un point attiré par un centre fixe, et qui consiste à déterminer d'abord, au moyen de l'équation (32) [p. 96], le mouvement du point le long de son rayon vecteur, présente d'autres avantages que celui de conduire immédiatement aux solutions singulières du problème. Il permet d'obtenir avec la plus grande simplicité les lois approchées du mouvement, quand on sait *a priori* que la trajectoire s'écarte peu d'un cercle, ou que le rayon r ne s'éloigne pas beaucoup d'une certaine valeur moyenne R.

Alors le second membre de (32), développé par la série

(1) Les trois parties de cette note qui concernent 1° les mouvements quasi-circulaires d'un point attiré par un centre fixe, 2° les mouvements pareils d'un point pesant sur une surface de révolution à axe vertical, 3° les petites oscillations quelconques d'un tel point, ont été résumées, respectivement, dans trois articles, du 9 juillet 1877, du 15 avril 1878 et du 10 septembre 1877, imprimés aux *Comptes-Rendus* de l'Académie des Sciences (t. LXXXV, p. 65; t. LXXXVI, p. 959 et t. LXXXV, p. 589). J'avais aussi, dans un article du 30 avril 1877 (*Compte-Rendu*, t. LXXXIV, p. 944), résumé la théorie des solutions singulières que comporte le problème du mouvement d'un point attiré ou repoussé par un centre fixe.

Digitized by Google

de Taylor suivant les puissances croissantes de r—R, est généralement réductible à

$$-\left[\varphi(R)-\frac{c^2}{R^3}\right]-\left[\varphi'(R)+\frac{3c^2}{R^4}\right](r-R).$$

Si l'on pose

$$(39)\qquad \varphi'(R)+\frac{3c^2}{R^4}=K^2,\qquad \varphi(R)-\frac{c^2}{R^3}=K^2\alpha,$$

l'équation (32) devient donc

$$(40)\qquad \frac{d^2}{dt^2}(r-R+\alpha)+K^2(r-R+\alpha)=0,$$

et elle a pour intégrale, avec deux constantes arbitraires M, N,

$$(40\ bis)\qquad r-R+\alpha=-M\cos K(t-N).$$

Le mouvement du point sur son rayon vecteur est pendulaire.

On aurait pu aisément le prévoir, en observant que ce mouvement ressemble tout à fait, par sa loi différentielle, aux petites oscillations rectilignes d'un point, de part et d'autre d'une situation d'équilibre stable.

La valeur moyenne du second membre de (40 *bis*) égale zéro ; d'ailleurs, celle du premier membre est α, puisqu'on appelle R la valeur moyenne de r. On a donc

$$\alpha=0,$$

et la seconde formule (39) donne

$$(41)\qquad c^2=R^3\varphi(R).$$

La première formule (39) devient par suite

$$(41\ bis)\qquad K^2=\frac{\varphi(R)}{R}\left[3+\frac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}\right].$$

Digitized by Google

Le mouvement même du rayon vecteur se déduit actuellement de la formule (31) [p. 96], réductible à

$$(41\,ter)\qquad \frac{d\theta}{dt}=\frac{c}{R^2}\left(1+\frac{r-R}{R}\right)^{-2}=\frac{c}{R^2}-\frac{2c}{R^3}(r-R),$$

et qui donne en intégrant, après qu'on a substitué à $r-R$ sa valeur (40 *bis*) [simplifiée par la suppresssion de α],

$$(42)\qquad \theta=\frac{ct}{R^2}+\frac{2cM}{KR^3}\sin K(t-N)+\text{constante}.$$

Appelons e l'excentricité de l'orbite, c'est-à-dire une petite fraction, telle, que les valeurs maximum et minimum de r soient $R(1+e)$, $R(1-e)$. Cela revient à poser, dans formule (40 *bis*) où α est nul,

$$(43)\qquad M=Re.$$

Si l'on choisit en outre l'origine des temps t et celle des angles polaires θ, ainsi que le sens positif de ceux-ci, de manière que c soit >0, que $N=0$ et que θ s'annule pour $t=0$, les valeurs (41), (41 *bis*), (43) de c^2, K^2 et M, portées dans les formules (40 *bis*) et (42), réduiront celles-ci à leurs formes définitives les plus simples :

$$(44)\qquad \begin{cases} r=R(1-e\cos Kt),\ \theta=t\sqrt{\dfrac{\varphi(R)}{R}}+\dfrac{2e}{\sqrt{3+\dfrac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}}}\sin Kt, \\ \text{avec } K=\sqrt{\dfrac{\varphi(R)}{R}}\sqrt{3+\dfrac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}}. \end{cases}$$

Enfin, l'équation de la trajectoire s'obtient, sauf erreur négligeable de l'ordre de e^2, en portant dans la première formule (44) la valeur approchée,

$$\theta\sqrt{\frac{R}{\varphi(R)}},$$

Digitized by Google

que la seconde (44) donne pour t. Il vient ainsi

$$(45) \qquad r = R\left[1 - e\cos.\theta\sqrt{3 + \frac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}}\right].$$

2. — *Condition pour que la trajectoire se ferme, à une première approximation, au bout d'un certain nombre de révolutions du mobile autour du point fixe.*

On peut se demander quelle doit être la loi d'attraction, φ (R), pour que la trajectoire se ferme, et soit désormais parcourue indéfiniment, après que le mobile a fait un nombre déterminé i de révolutions autour du pôle. Il faudra et il suffira, pour cela, que l'arc

$$\theta\sqrt{3 + \frac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}}$$

croisse d'un multiple exact, $2j\pi$, de la circonférence quand θ croît de $2i\pi$, j désignant le nombre entier, premier avec i, qui exprime combien de fois le rayon vecteur r devient maximum ou combien de fois il devient minimum pendant le cours d'une période complète. La condition cherchée est donc

$$(46) \quad j = i\sqrt{3 + \frac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}}, \quad \text{ou} \quad \frac{\varphi'(R)}{\varphi(R)} + \left(3 - \frac{j^2}{i^2}\right)\frac{1}{R} = 0.$$

Afin qu'elle soit vérifiée pour toute valeur de R, il faudra donner à φ (R) l'expression obtenue en intégrant (46), c'est-à-dire prendre

$$(47) \qquad \varphi(R)\, R^{3 - \frac{j^2}{i^2}} = \text{constante}.$$

L'attraction φ (R) doit évidemment, dans la réalité,

Digitized by Google

s'annuler pour $R = \infty$, ce qui exige que l'exposant $3 - \frac{j^2}{i^2}$ soit positif ou qu'on ait

$$j < i\sqrt{3}. \tag{48}$$

En particulier, la trajectoire ne se fermera au premier tour, ou pour $i=1$, que si l'on a $j < \sqrt{3}$. Cela oblige à prendre $j=1$, c'est-à-dire à n'admettre qu'un maximum et un minimum de r par révolution : en outre, la formule (47) montre que l'attraction $\varphi(R)$ est alors en raison inverse du carré de la distance ; la valeur (44) de K devient $\sqrt{\frac{\varphi(R)}{R}}$, c'est-à-dire proportionnelle à $R^{-\frac{3}{2}}$, ce qui signifie que la durée $\frac{2\pi}{K}$ d'une révolution est en raison directe de la puissance $\frac{3}{2}$ du rayon R de l'orbite, conformément à la troisième loi de Képler ; enfin l'expression approchée (44) de l'*anomalie* θ se réduit à sa forme classique

$$\theta = Kt + 2e \sin Kt.$$

La loi de l'attraction neutonienne aurait donc pu se déduire des principes généraux de la mécanique, de la supposition que l'influence du soleil est prépondérante sur chaque planète, et de cette simple hypothèse spéciale, que les trajectoires relatives, décrites par les planètes autour du soleil, sont toutes des courbes qui se ferment à fort peu près au bout de chaque révolution, et qui ne s'écartent pas beaucoup du cercle. (1)

Si on n'excluait pas les lois d'attraction pour lesquelles $\varphi(R)$ grandit en même temps que R, la trajectoire se fer-

(1) Je qualifie d'hypothèse la proposition énonçant que les planètes décrivent autour du soleil des courbes sensiblement fermées, parce qu'en effet, cette proposition me paraît devoir conserver quelque chose d'hypothétique, tant qu'on n'aura pas un grand nombre d'observations de parallaxes, c'est-à-dire tant qu'on pourra expliquer les

Digitized by Google

merait au premier tour, et l'on aurait encore $i=1$, en supposant, d'après (47), $\varphi(R)$ proportionnel à R^{j^2-3}, où j recevrait celle des valeurs 2, 3, 4,... qui indiquerait le nombre de maxima de R durant une révolution. Quand $j=2$, l'attraction est simplement proportionnelle à la distance, comme on sait par un problème bien classique du cours de mécanique rationnelle.

3.— *Lois du mouvement quasi-circulaire à une approximation plus élevée.*

Voyons maintenant ce qui subsiste de ces divers résultats, à une approximation plus élevée. Développons encore par la série de Taylor l'expression $\varphi(r) - \frac{c^2}{r^3}$, suivant les puissances croissantes de r—R, mais en négligeant seulement les termes d'un ordre de petitesse supérieur au troisième. Si nous continuons à appeler R, *non plus précisément la valeur moyenne de r*, mais celle qui satisfait à l'équation (41) ou pour laquelle la dérivée seconde $\frac{d^2r}{dt^2}$ s'annule, et si nous posons, pour abréger,

$$(49)\quad a=\frac{12-\frac{R^2\varphi''(R)}{\varphi(R)}}{2\left(3+\frac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}\right)},\qquad b=\frac{60+\frac{R^3\varphi'''(R)}{\varphi(R)}}{6\left(3+\frac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}\right)},$$

apparences que perçoivent divers observateurs terrestres en supposant chaque planète située sur la droite qui joint son centre au centre de la terre et à une distance de celui-ci double, triple, etc., de la distance vraie, pourvu qu'on suppose en même temps le diamètre réel de la planète double, triple., etc., de ce qu'il est effectivement. Jusqu'à ce qu'on ait trouvé des méthodes d'observation assez précises pour rendre sensible la différence de direction des deux rayons visuels qui vont de deux observateurs terrestres vers le centre de la même planète, toutes les raisons prouvant la réalité du système astronomique moderne se réduiront à une seule, consistant dans la simplicité des principes qui suffisent à ce système pour expliquer une variété immense de faits : preuve non-mathématique, mais, il est vrai, très-suffisante ; car le bon sens n'en possède pas d'autre dans la plupart des cas où il y a certitude morale et même certitude physique.

Digitized by Google

l'équation différentielle

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \varphi(r) - \frac{c^2}{r^3} = 0,$$

divisée par $K^2 R$, où K^2 désigne toujours l'expression (41 *bis*), deviendra

$$(50)\quad \frac{1}{K^2}\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{r}{R}-1\right) + \left(\frac{r}{R}-1\right) - a\left(\frac{r}{R}-1\right)^2 + b\left(\frac{r}{R}-1\right)^3 - \ldots = 0.$$

Son intégrale s'obtient par la méthode d'approximations successives expliquée au numéro 5 de la note précédente (p. 183) : déterminée en comptant le temps t à partir d'un des moments où r est minimum, et développée suivant les puissances d'une petite constante arbitraire e, qui diffèrera ici légèrement du demi-rapport de l'amplitude totale des variations de r à la demi-somme des deux valeurs extrêmes de r, cette intégrale est

$$(51)\quad \begin{cases} \dfrac{r}{R} - 1 = -e\cos Kt + \dfrac{ae^2}{6}\left(3 - \cos 2Kt\right) \\ \quad - \dfrac{e^3}{96}\left(2a^2 + 3b\right)\cos 3Kt - \dfrac{e^3}{24}\left(10a^2 - 9b\right) Kt \sin Kt. \end{cases}$$

Effectivement, la valeur (51) de $\frac{r}{R} - 1$ donne bien $\frac{dr}{dt} = 0$ pour $t = 0$; d'autre part, on vérifie, en la portant dans (50) et développant les calculs, qu'elle y satisfait, abstraction faite de termes négligeables affectés du facteur e^4. Elle se simplifie, et devient en même temps complétement périodique, par la substitution d'un seul terme, de la forme $-e\cos K't$, à la somme du premier terme $-e\cos Kt$ et du dernier en $Kt\sin Kt$. Il suffit, pour cela, de prendre

$$(52)\qquad K' = K\left[1 - \frac{e^2}{24}\left(10a^2 - 9b\right)\right];$$

Digitized by Google

car l'expression

$$-e\cos\left[1-\frac{e^2}{24}\left(10\,a^2-9\,b\right)\right]\mathrm{K}t,$$

développée suivant les puissances croissantes de e, donne bien pour premiers termes les deux que l'on veut fondre en un seul. D'ailleurs, dans les autres termes du second membre de (51), la substitution de K′ à K n'entraîne que des erreurs de l'ordre de e^4 au plus; en sorte que la formule (51) équivaut à celle-ci :

$$(53)\quad \left\{\begin{aligned}\frac{r}{\mathrm{R}}-1=&-e\cos\mathrm{K}'t+\frac{a\,e^2}{6}\left(3-\cos 2\mathrm{K}'t\right)\\&-\frac{e^3}{96}\left(2\,a^2+3b\right)\cos 3\mathrm{K}'t.\end{aligned}\right.$$

La moyenne des valeurs que reçoit le second membre pendant l'intervalle d'une période, c'est-à-dire lorsque K′t varie de 0 à 2π, est $\frac{a\,e^2}{2}$; son produit par R mesure l'excès, sur R, de la valeur moyenne de r, c'est-à-dire l'écart qui sépare la situation moyenne du point le long de son rayon vecteur d'avec la situation d'équilibre relatif $r=\mathrm{R}$.

Les minimums et maximums de r, correspondant aux époques où $\frac{dr}{dt}$ s'annule, s'obtiennent en faisant, dans (53),

$$\mathrm{K}'t=0,\quad \mathrm{K}'t=\pi:$$

le rapport de leur demi-différence à leur demi-somme vaut sensiblement

$$(53\ bis)\qquad e\left[1-\frac{e^2}{96}\left(32\,a-2\,a^2-3\,b\right)\right]$$

et représente, en quelque sorte, l'excentricité de l'orbite.

Enfin, la durée, $\frac{2\pi}{\mathrm{K}'}$, d'une période au bout de laquelle

Digitized by Google

les distances r et, par suite, la forme de la trajectoire redeviennent ce qu'elles étaient, se déduit aisément de la formule (52); on voit qu'elle est proportionnelle au facteur

$$1 + \frac{e^2}{24}\left(10\,a^2 - 9\,b\right), \tag{53 ter}$$

ou qu'elle dépend un peu de l'excentricité de l'orbite. (1)

L'expression $10\,a^2 - 9\,b$ reçoit une valeur fort simple quand on suppose l'attraction φ (R) proportionnelle à la $n^{ème}$ puissance de la distance; alors, d'après les formules (49), les nombres a, b deviennent respectivement

$$a = \frac{12 - n(n-1)}{2(3+n)}, \quad b = \frac{60 + n(n-1)(n-2)}{6(3+n)},$$

ou bien, en observant que

$$12 - n(n-1) = (3+n)(4-n), \quad 60 + n(n-1)(n-2) = (3+n)(20 - 6n + n^2)$$

et simplifiant,

$$a = 2 - \frac{n}{2}, \quad b = \frac{n^2 + 20}{6} - n. \tag{54}$$

Ces nombres sont donc constants. On trouve ensuite, presque sans calcul,

$$10\,a^2 - 9\,b = (n-1)(n-10). \tag{54 bis}$$

Les seules hypothèses, faites sur n, qui donnent $K' = K$, sont, par conséquent, $n = 1$, $n = 10$: il n'y a pas

(1) L'équation différentielle (50) convient évidemment pour représenter les petits mouvements oscillatoires d'un point matériel quelconque le long d'une ligne donnée, quand l'accélération est fonction de la coordonnée, ou que la force ne dépend, à chaque instant, que de la situation actuelle du mobile. On voit donc que, dans de pareils mouvements, la situation d'équilibre ne coïncide plus généralement, dès la deuxième approximation, avec le milieu de la trajectoire, ni avec la moyenne des positions successives du point. On voit aussi qu'à une troisième approximation, la période cesse d'être indépendante de l'amplitude ou que l'isochronisme ne subsiste plus.

Digitized by Google

d'autres valeurs de n pour lesquelles la durée de la période soit indépendante de l'excentricité, du moins quand on y néglige les puissances de celle-ci supérieures à la seconde.

Evaluons actuellement l'angle polaire θ décrit depuis l'époque $t = 0$. Le second membre de (41 *ter*) [p. 191] donnera, en nous arrêtant aux termes du second ordre de petitesse inclusivement,

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{c}{R^2}\left[1 - 2\left(\frac{r}{R} - 1\right) + 3\left(\frac{r}{R} - 1\right)^2\right].$$

Portons-y la valeur (53) de $\frac{r}{R} - 1$, et intégrons à partir de $t = 0$. Nous aurons, à des termes près en e^3,

$$(55)\quad \begin{cases} \theta = \left[1 + \frac{e^2}{2}\left(3 - 2a\right)\right]\frac{c}{R^2}\,t + \frac{2ce}{R^2K'}\sin K't \\ \qquad\qquad + \frac{9 + 2a}{12}\,\frac{ce^2}{R^2K'}\sin 2K't. \end{cases}$$

La vitesse angulaire moyenne du rayon vecteur est donc

$$(55\ bis)\qquad \left[1 + \frac{e^2}{2}\left(3 - 2a\right)\right]\frac{c}{R^2}.$$

Son produit par la durée $\frac{2\pi}{K'}$ d'une période mesure l'intervalle angulaire P qui sépare deux minimums consécutifs de r, ou au bout duquel la forme de la trajectoire se reproduit. Si l'on y remplace K′ par sa valeur (52), puis c et K par leurs expressions tirées de (41) et (41 *bis*) [p. 190], ce produit devient sensiblement

$$(56)\quad P = \frac{2\pi}{\sqrt{3 + \frac{R\varphi'(R)}{\varphi(R)}}}\left[1 + \frac{e^2}{24}\left(36 - 24a + 10a^2 - 9b\right)\right].$$

Digitized by Google

4. — Lois d'attraction pour lesquelles les trajectoires quasi-circulaires se ferment, à une approximation plus élevée que la première.

Demandons-nous à quelle condition la trajectoire est une courbe fermée. Il faut et il suffit, pour cela, qu'un nombre entier j d'intervalles égaux à P donnent en tout un multiple exact $2i\pi$ de la circonférence 2π, ou que l'expression (56) de P soit égale à $2\pi\frac{i}{j}$. Une élévation au carré, suivie de transformations évidentes que l'on effectuerait pour isoler $\frac{\varphi'(R)}{\varphi(R)}$, change l'équation ainsi obtenue en celle-ci :

$$(57)\quad \frac{\varphi'(R)}{\varphi(R)} + \left(3 - \frac{j^2}{i^2}\right)\frac{1}{R} = \frac{e^2}{12R}\frac{j^2}{i^2}(36 - 24a + 10a^2 - 9b).$$

Si l'on veut que, pour une valeur donnée de R, la trajectoire se ferme quelle que soit la petite excentricité e, les deux membres de (57) devront s'annuler séparément : car, sans cela, on tirerait de l'équation (57) la quantité *continue* e^2 en fonction rationnelle du rapport des deux nombres entiers j, i; ce qui est impossible, puisque le rapport en question varie d'une manière discontinue comme les nombres j, i eux-mêmes. L'équation (46) du numéro 2 (p. 192) n'est donc pas suffisante pour que les trajectoires se ferment, plus exactement qu'à des quantités près de l'ordre de e^2 dans l'expression de l'intervalle angulaire P : il faut qu'on ait, en outre,

$$(58)\qquad 36 - 24a + 10a^2 - 9b = 0.$$

Proposons-nous enfin de chercher les lois d'attraction pour lesquelles toutes les trajectoires quasi-circulaires sont fermées, quelle que soit la valeur de R. Alors, dans l'équation (46), où R variera avec continuité, les nombres

Digitized by Google

i et j, ne pouvant passer que brusquement de certaines valeurs entières à d'autres, resteront forcément constants; et l'intégrale (47) de cette équation montre que $\varphi(R)$ sera proportionnel à r^n, l'exposant n étant même de la forme $\frac{j^2}{i^2} - 3$. Mais on tire alors de la première formule (54)

$$36 - 24\,a = 12\,(n-1),$$

et, comme d'autre part, d'après (54 *bis*), $10\,a^2 - 9\,b$ égale $(n-10)\,(n-1)$, l'équation (58) se réduit à

$$(59) \qquad (n+2)\;(n-1) = 0.$$

Les deux cas bien connus signalés à la fin du numéro précédent,

$$n = -2,\quad i = 1, j = 1 \quad \text{et} \quad n = 1,\quad i = 1,\quad j = 2,$$

qui donnent toujours des orbites du second degré ayant le point fixe ou pour foyer ou pour centre, sont donc les seuls dans lesquels toutes les trajectoires quasi-circulaires se ferment exactement. Tous les autres cas fournis par l'équation (47) conduisent à des trajectoires composées de fragments égaux et successifs tels, que j d'entr'eux correspondent, d'après la formule (56) de P, à un nombre total de révolutions supérieur à i unités de la petite fraction de tour

$$\frac{i\,e^2}{24}\,(n+2)\,(n-1) = \frac{i\,e^2}{24}\left(\frac{j^2}{i^2} - 1\right)\left(\frac{j^2}{i^2} - 4\right).$$

5.— ***Coup d'œil sur le cas extrême (opposé à celui d'orbites circulaires), dans lequel les trajectoires sont infiniment aplaties ou infiniment allongées.***

M. Bertrand, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, avait déjà démontré, d'une autre manière, la

Digitized by Google

formule (47), dans un article du 20 octobre 1873, inséré au *Compte-Rendu* (t. LXXVII, p. 852). Il a reconnu aussi, mais sans chercher une deuxième ou troisième approximation des mouvements quasi-circulaires, que les deux cas particuliers dont il vient d'être parlé, $i=1, j=1$, et $i=1, j=2$, sont les seuls pour lesquels il existe une infinité de trajectoires fermées, présentant toutes le même nombre d'axes de symétrie menés par le point fixe, et dans lesquelles le rapport du minimum de r à son maximum soit susceptible de recevoir toutes les valeurs de zéro à un. C'est par la considération d'orbites infiniment aplaties ou allongées, rapprochée de celle d'orbites quasi-circulaires, qu'il a pu arriver à ce résultat.

En effet, si l'on examine d'abord les cas où l'exposant, $\frac{j^2}{i^2} - 3$, de la puissance de r à laquelle $\varphi(r)$ est proportionnel se trouve plus grand que -1, et où par suite la fonction $\int \varphi(r)\,dr$ ne devient pas infinie pour $r=0$, le mobile peut, dans la supposition $c=0$, osciller sur une droite dont le point fixe occupera le milieu, sans que sa vitesse en ce point cesse d'être finie. Il y a donc alors, parmi les trajectoires fermées possibles, une simple droite, ou orbite infiniment aplatie, symétrique par rapport à elle-même et par rapport à sa perpendiculaire menée par le point fixe. Or, de tous les cas où $\frac{j^2}{i^2} - 3$ est plus grand que -1, et même de tous les cas où $\varphi(R)$ satisfait à la formule (47), celui dans lequel $j=2$, $i=1$ est évidemment le seul qui comporte aussi des orbites quasi-circulaires présentant précisément ce genre de symétrie (par rapport à deux axes rectangulaires).

Supposons en second lieu l'exposant $\frac{j^2}{i^2} - 3$ inférieur à -1, et par suite la fonction $\int \varphi(r)\,dr$ infinie pour $r=0$; (ce qui ne permet pas de faire passer le point mobile

Digitized by Google

par l'origine O, où la vitesse serait infinie). Alors, en écrivant pour abréger,

$$m = 2 - \frac{j^2}{i^2}, \quad \varphi(r) = \frac{m k^2}{2 r^{m+1}},$$

où m et k désignent des constantes positives, l'intégrale des forces vives sera

$$\frac{dr^2}{dt^2} = \frac{k^2}{r^m} - \frac{c^2}{r^2} + \text{une constante } c'. \tag{60}$$

Le second membre, infini négatif quand $r = 0$ (à cause de $m < 2$), a pour dérivée par rapport à r,

$$\frac{1}{r^{m+1}} \left(\frac{2c^2}{r^{2-m}} - m k^2 \right),$$

expression qui est positive pour r plus petit que $\left(\frac{2c^2}{m k^2}\right)^{\frac{1}{2-m}}$ et négative pour r plus grand. Le second membre de (60) n'acquiert donc des valeurs supérieures à zéro, comme le demande la signification du premier membre, que dans le cas où, après avoir changé une fois de signe, il est effectivement positif à son maximum, pour $r = \left(\frac{2c^2}{m k^2}\right)^{\frac{1}{2-m}}$; ce qui exige que la constante c' dépasse $-\frac{2-m}{2} k^2 \left(\frac{m k^2}{2c^2}\right)^{\frac{m}{2-m}}$. Au-delà, ce second membre décroît sans cesse, et il se réduit à c' pour $r = \infty$. Il s'est donc annulé une seconde fois dans l'intervalle si c' est négatif, ne s'est plus annulé du tout si c' est positif, et s'annule à la limite $r = \infty$ si c' vaut zéro. Ainsi la dérivée $\frac{dr}{dt}$ s'annule toujours pour une valeur minimum de r; mais, suivant le signe donné à la constante des forces vives c', il y a ou il n'y a pas une valeur maximum de r, qui annule aussi $\frac{dr}{dt}$.

Digitized by Google

Le cas intermédiaire $c' = 0$, où $\frac{dr}{dt}$ tend vers zéro pour r infini, peut être considéré comme un cas limite de celui des orbites fermées. Or, dans ce cas, l'équation connue qui donne $\frac{dr}{d\theta}$ en fonction de r, et qui est d'après la formule des aires $r^2 d\theta = c\,dt$ jointe à (60)]

$$\frac{c^2 r^m dr^2}{k^2 r^4 d\theta^2} = 1 - \frac{c^2}{k^2} r^{m-2}, \qquad (60\ bis)$$

s'intègre aisément, si l'on prend pour variable indépendante la quantité

$$u = \frac{c}{k} r^{-\frac{2-m}{2}} :$$

car cette équation devient

$$\left(\frac{2}{2-m}\frac{du}{d\theta}\right)^2 = 1 - u^2.$$

Et elle donne, pour l'angle décrit par le rayon vecteur depuis un minimum de r (correspondant à $u = 1$) jusqu'au maximum suivant (correspondant à $r = \infty$, $u = 0$),

$$\theta = -\frac{2}{2-m}\int_1^0 \frac{du}{\sqrt{1-u^2}} = \frac{\pi}{2-m} = \frac{i^2\pi}{j^2}.$$

En conséquence, θ croît de $\frac{i^2\pi}{j^2}$, entre un minimum de r et un maximum, ou de $2\pi\frac{i^2}{j^2}$, entre un minimum et un autre minimum. Pour que ce dernier accroissement soit le même que celui, $2\pi\frac{i}{j}$, qui a lieu quand il s'agit d'une orbite quasi-circulaire, il faut que $\frac{i}{j} = \frac{i^2}{j^2}$, ou que $i = j = 1$.

Donc les deux cas bien connus $i = 1$, $j = 1$, et $i = 1$, $j = 2$,

Digitized by Google

qui conduisent à des coniques pour trajectoires, sont les seuls pour lesquels il y ait des orbites fermées présentant tous les degrés d'excentricité, depuis zéro jusqu'à 1, avec des axes de symétrie, menés par le point fixe, pareillement inclinés dans toutes.

6.— *Des mouvements quasi-circulaires d'un point pesant sur une surface de révolution à axe vertical : formules générales.*

La méthode suivie au numéro 3 de cette note permet d'étudier le mouvement d'un point pesant sur une surface creuse de révolution à axe vertical, quand la trajectoire du point s'écarte peu d'un cercle parallèle de cette surface.

Prenons le point le plus bas de la surface pour origine, la verticale en ce point, dirigée vers en haut, pour axe des z, et définissons chaque point de la surface au moyen de son ordonnée verticale z, de sa distance r à l'axe, enfin de l'azimut θ de son plan méridien. L'équation du méridien fera connaître z en fonction de r, en sorte que la position du mobile à l'époque t sera parfaitement caractérisée par les deux coordonnées r et θ. Les variations qu'éprouvent celles-ci d'un instant à l'autre se détermineront, comme on sait, au moyen de la formule $r^2 d\theta = c\,dt$, que fournit le principe des aires, et de l'équation des forces vives. Le carré d'un élément dS de la trajectoire égalant d'ailleurs

$$dr^2 + dz^2 + r^2\,d\theta^2,$$

l'équation des forces vives exprimera l'invariabilité de la somme des quatre termes

$$\frac{dr^2}{dt^2},\quad \frac{dz^2}{dt^2},\quad r^2\frac{d\theta^2}{dt^2}\quad \text{et}\ 2gz.$$

Je supposerai qu'on y remplace $\frac{d\theta}{dt}$ par $\frac{c}{r^2}$ et z, dz par

Digitized by Google

leurs valeurs tirées de l'équation du méridien, valeurs dont la seconde s'écrira $z' dr$, si l'on représente par $z', z'', z''', \ldots$ les dérivées successives de z en r. L'équation des forces vives sera donc

$$(61) \qquad (1 + z'^2) \frac{dr^2}{dt^2} + \frac{c^2}{r^2} + 2gz = \text{une constante } c'.$$

Résolvons-la par rapport à $\frac{dr^2}{dt^2}$ et posons, pour abréger,

$$(62) \qquad f(r) = \frac{-\frac{c^2}{r^2} - 2gz + c'}{1 + z'^2}.$$

Il viendra

$$(63) \qquad \frac{dr^2}{dt^2} - f(r) = 0.$$

Celle-ci, différentiée, donne

$$(64) \qquad \frac{d^2r}{dt^2} - \frac{1}{2} f'(r) = 0,$$

et il est évident qu'elle pourra être remplacée par l'équation (64) ainsi obtenue, si l'on exprime en outre que la relation (63) est satisfaite à une époque particulière, pour $t=0$, par exemple.

On voit que les deux équations du problème, qui seront, d'une part, la relation (64), d'autre part, la formule des aires, ont exactement la même forme que les deux équations dont dépend le mouvement d'un point attiré par un centre fixe. Une même analyse convient donc aux deux questions, du moins quant aux traits généraux.

Notre but étant d'étudier les mouvements quasi-circulaires, où la fonction r oscille entre d'assez étroites limites, la vitesse radiale $\frac{dr}{dt}$ croîtra et décroîtra pério-

Digitized by Google

diquement ; en sorte qu'il y aura une valeur spéciale R de cette fonction r pour laquelle $\frac{d^2 r}{dt^2}$ changera de signe, ou qui par suite, d'après (64), annulera la dérivée $f'(r)$. Si donc on développe $f'(r)$ suivant les puissances croissantes de r—R, jusqu'au terme en $(r-R)^3$ inclusivement, et si, en vue d'abréger, l'on pose

$$(65) \quad -\tfrac{1}{2} f''(R) = K^2, \quad \frac{R f'''(R)}{-2 f''(R)} = a, \quad \frac{R^2 f^{IV}(R)}{6 f''(R)} = b,$$

l'équation (64), divisée par $K^2 R$, prendra précisément la forme (50) [p. 195]. Elle aura pour intégrale, en comptant le temps à partir d'un moment où r est minimum, la relation (51) ou la relation (53), dans lesquelles e désigne une petite constante positive.

La durée T d'une période, c'est-à-dire le temps qui s'écoule entre deux minimums consécutifs de r, vaudra $\frac{2\pi}{K'}$, ou bien, vu l'expression (52) de K',

$$(66) \quad T = \frac{2\pi}{K}\left[1 + \frac{e^2}{24}\left(10a^2 - 9b\right)\right].$$

Enfin, l'azimut θ du point mobile sera donné par la formule (55) [p. 198], et l'intervalle angulaire P qui sépare deux minimums consécutifs de r, ou après lequel l'orbite décrite reprend périodiquement la même forme, aura pour expression le produit de (55 *bis*) par T, c'est-à-dire

$$(67) \quad \begin{cases} P = \dfrac{2\pi c}{K' R^2}\left[1 + \dfrac{e^2}{2}\left(3 - 2a\right)\right] \\ \qquad = \dfrac{2\pi c}{K R^2}\left[1 + \dfrac{e^2}{24}\left(36 - 24a + 10a^2 - 9b\right)\right]. \end{cases}$$

Digitized by Google

7. — *Détermination des constantes.*

Il ne reste plus 1° qu'à chercher, au moyen des formules (62), (65), les expressions de K^2, a, b, 2° qu'à déterminer les constantes arbitraires e, R en fonction de c, c', ou mieux celles-ci en fonction de e, R, de manière qu'on ait

$$f'(R) = 0, \tag{68}$$

et que l'équation (63) soit vérifiée à l'époque $t = 0$, comme il a été dit.

Or, à l'époque $t = 0$, la relation (53) donne

$$\frac{dr}{dt} = 0, \quad r = R - Re\left(1 - \frac{ae}{3} + \ldots.\right),$$

et l'équation (63) devient

$$f\left[R - Re\left(1 - \frac{ae}{3} + \ldots.\right)\right] = 0. \tag{69}$$

Développons le premier membre de celle-ci par la série de Taylor, suivant les puissances croissantes de

$$-Re\left(1 - \frac{ae}{3} + \ldots.\right),$$

et observons que, d'après (68) et (65), l'on a

$$f'(R) = 0, \quad f''(R) = -2K^2, \quad Rf'''(R) = 4aK^2.$$

En négligeant les termes de l'ordre de e^4, l'équation (69) prendra la forme simple

$$f(R) = e^2 K^2 R^2. \tag{70}$$

Il s'agit donc de porter dans les relations (65), (68), (70), les valeurs de $f(r)$ et de ses dérivées. A cet effet, différen-

Digitized by Google

tions successivement l'expression (62) de $f(r)$, dans laquelle z est une fonction donnée de r; et commençons chaque fois par faire varier le numérateur seul, en observant que la variation du dénominateur ajoute ensuite au résultat obtenu un terme égal au produit de la fraction différentiée elle-même par le facteur $\frac{-2z'z''}{1+z'^2}$. Nous aurons :

$$(71)\quad \left\{\begin{aligned}
f'(r) &= 2\,\frac{\frac{c^2}{r^3} - gz' - f(r)\,z'z''}{1+z'^2},\\
f''(r) &= 2\,\frac{-\frac{3c^2}{r^4} - gz'' - f(r)(z''^2 + z'z''') - 2f'(r)\,z'z''}{1+z'^2},\\
f'''(r) &= 2\,\frac{\frac{12c^2}{r^5} - gz''' - f(r)\,(3z''z''' + z'z^{IV})}{1+z'^2}\\
&\qquad + 2\,\frac{-3f'(r)(z''^2 + z'z''') - 3f''(r)z'z''}{1+z'^2},\\
f^{IV}(r) &= 2\,\frac{-\frac{60c^2}{r^6} - gz^{IV} - f(r)\,(3z'''^2 + 4z''z^{IV} + z'z^{V})}{1+z'^2}\\
&+2\,\frac{-4f'(r)(3z''z'''+z'z^{IV}) - 6f''(r)(z''^2+z'z''') - 4f'''(r)z'z''}{1+z'^2}.
\end{aligned}\right.$$

Comme il nous suffira de calculer ces dérivées pour $r = R$, nous pourrons y poser, à cause de (70), (68) et (65),

$$f(r) = e^2 K^2 r^2, \quad f'(r) = 0, \quad f''(r) = -2K^2.$$

De plus, les dérivées $f'''(r)$, $f^{IV}(r)$ entrant seulement dans les expressions de a et b, dont nous n'aurons à connaître que les termes indépendants de e, nous y ferons $f(r) = 0$.

La première des formules (71) donnera donc

$$(72)\qquad c^2 = r^3 z' (g + e^2 K^2 r^2 z'') \quad (\text{pour } r = R).$$

Digitized by Google

Cette valeur de c^2, portée dans la deuxième (71), la transforme en celle-ci

$$K^2 = \frac{\frac{3z'}{r}(g + e^2K^2r^2z'') + gz'' + e^2K^2r^2(z''^2 + z'z''')}{1 + z'^2} \quad (\text{pour } r = R),$$

qui équivaut à

$$K^2\left[1 - \frac{e^2r^2}{1+z'^2}\left(\frac{3z'z''}{r} + z''^2 + z'z'''\right)\right] = \frac{g}{r}\frac{3z' + rz''}{1+z'^2} \quad (\text{pour } r = R),$$

et qui devient finalement

$$(73)\quad \begin{cases} K^2 = \dfrac{g}{r}\dfrac{3z' + rz''}{1+z'^2}\left[1 + \dfrac{e^2}{1+z'^2}(3rz''z' + r^2z''^2 + r^2z'''z')\right] \\ (\text{pour } r = R). \end{cases}$$

La valeur (73) de K^2, substituée elle-même dans (72) en négligeant les termes en e^4, donne à son tour

$$(74)\quad c^2 = gr^3z'\left(1 + e^2rz''\frac{3z' + rz''}{1+z'^2}\right) \quad (\text{pour } r = R).$$

Les deux formules (73), (74) feront connaître K et c en fonction des deux constantes arbitraires R, e; ensuite la relation (70), si l'on y porte l'expression (62) de la fonction f, donnera la valeur de c'.

Enfin, les deux dernières formules (65), dans lesquelles nous négligerons le carré de e, permettront de calculer a, b. Les valeurs (71) de $f'''(r)$, $f^{IV}(r)$ s'y évalueront en remplaçant au besoin c^2 par gr^3z' et K^2 ou $-\frac{1}{2}f''(r)$ par

$$\frac{g}{r}\frac{3z' + rz''}{1+z'^2}.$$

Il viendra d'abord

$$(75)\quad 2a = \frac{rf'''(r)}{2K^2} = \frac{12z' - r^2z'''}{3z' + rz''} + \frac{6rz''z'}{1+z'^2} \quad (\text{pour } r = R).$$

Digitized by Google

Ensuite on trouvera, par la substitution de $4\,aK^2$ à $r\,f'''(r)$ dans la dernière formule (71),

$$(76)\quad \begin{cases} 6b = -\dfrac{r^2 f^{IV}(r)}{2\,K^2} = \dfrac{60z' + r^3 z^{IV}}{3z' + rz''} - \dfrac{12\,(r^2 z''^2 + r^2 z''' z')}{1 + z'^2} \\ \qquad\qquad + \dfrac{16\,a\,rz''\,z'}{1 + z'^2} \qquad (\text{pour } r = R). \end{cases}$$

8. — ***Sur la forme que doit avoir la surface, pour que toutes les trajectoires quasi-circulaires y soient, à une première approximation, des courbes fermées.***

Proposons-nous actuellement de chercher quelles formes doit avoir le méridien de la surface pour que les trajectoires quasi-circulaires que le mobile y décrit diffèrent le moins possible de courbes fermées. A cet effet, il faudra exprimer qu'au bout d'un certain nombre entier j de périodes T, le mobile a fait un nombre exact i de tours, ou que θ a crû de $2\,i\,\pi$. La valeur (67) de P devra donc égaler $\dfrac{2i\pi}{j}$, et l'on aura, par une élévation des deux membres au carré,

$$(77)\quad \frac{i^2}{j^2} = \frac{c^2}{r^4 K^2}\left[1 + \frac{e^2}{12}\left(36 - 24a + 10a^2 - 9b\right)\right] (\text{pour } r = R).$$

Telle est l'équation qui devra être vérifiée pour toutes les petites valeurs de e et pour toutes les valeurs de r, si l'on veut que les trajectoires quasi-circulaires, décrites sur la surface proposée par un mobile pesant, se ferment toutes au degré d'approximation auquel nous nous bornons.

Supposons, en premier lieu, e infiniment petit, et remplaçons c^2, K^2 par les valeurs

$$gr^3 z' \quad , \quad \frac{g}{r}\,\frac{3z' + rz''}{1 + z'^2},$$

Digitized by Google

propres à ce cas. Il viendra simplement

$$\frac{i^2}{j^2} = \frac{z'(1+z'^2)}{3z' + rz''} \quad \text{ou} \quad \frac{j^2}{i^2} z'(1+z'^2) - 3z' = rz''.$$

Faisons, pour abréger,

$$n = \frac{j^2}{i^2} - 3, \quad \text{ou} \quad \frac{j^2}{i^2} = n + 3, \tag{78}$$

et cette équation s'écrira

$$rz'' = z'[n + (n+3)z'^2]. \tag{79}$$

Il est évident que le nombre n, ne pouvant, dans (79), varier avec continuité comme r, z' et z'', est essentiellement constant.

Transposons dans le premier membre les termes du second, puis multiplions par $-\frac{2n\,r^{2n-1}\,dr}{z'^3}$ et intégrons. Il vient

$$r^{2n}\left[\frac{n}{z'^2} + (n+3)\right] = \text{une constante } c''. \tag{80}$$

C'est l'équation différentielle du premier ordre définissant le méridien.

Quand le nombre n est plus grand que zéro, le second facteur du premier membre de (80) se trouve essentiellement positif comme le premier, et le second membre c'' l'est lui-même. Alors, si l'on fait croître r avec continuité, à partir de la valeur zéro, l'inclinaison z' du méridien sur l'horizon, d'abord nulle, grandit sans cesse et devient infinie pour $r = \left(\frac{c''}{n+3}\right)^{\frac{1}{2n}}$. Ce dernier fait se produit

Digitized by Google

à une distance finie de l'origine et non pas asymptotiquement; car pour z' très-grand, la courbure du méridien,

$$\frac{z''}{(1+z'^2)^{\frac{3}{2}}}, \text{ ou, sensiblement, } \frac{z'}{z'^3},$$

égale $\frac{n+3}{r}$ d'après (79), et reste finie. Au-delà, r décroît donc, et l'équation (80) montre que z' retrouve les mêmes valeurs absolues; en sorte que la surface est symétrique de part et d'autre du plan de son cercle parallèle maximnm.

Pour les petites valeurs de r, l'équation (80) se réduit sensiblement à

$$\frac{nr^{2n}}{z'^2} = c'';$$

ainsi la dérivée première z' est alors proportionnelle à r^n. Sur l'axe même, pour $r=0$, le plan tangent devient horizontal; la courbure z'' du méridien y est d'ailleurs nulle, finie ou infinie, suivant qu'on a $n > 1$, $n = 1$, $n < 1$.

Quand, au contraire, le nombre n, ou $\frac{j^2}{i^2} - 3$, est compris entre zéro et -3, la constante arbitraire c'' peut se trouver, soit positive, soit nulle, soit négative. Dans le premier cas, le facteur $\frac{n}{z'^2} + (n+3)$ est positif, et z'^2 croît de $\frac{-n}{n+3}$ à ∞, à mesure que r grandit de zéro à la valeur maxima $\left(\frac{c''}{n+3}\right)^{\frac{1}{2n}}$. La surface présente la même forme d'ensemble que pour $n > 0$, à cela près qu'elle se termine en pointe sur l'axe, puisque l'inclinaison z' du méridien, par rapport à l'horizon, y vaut $\pm\sqrt{\frac{-n}{n+3}}$. Dans

Digitized by Google

le troisième cas, $c'' < 0$, le facteur $\frac{n}{z'^2} + (n+3)$ est négatif, et z'^2 décroît, de $\frac{-n}{n+3}$ à zéro, quand r grandit de zéro à ∞. La surface n'est plus fermée, comme elle l'était, quel que fût n, pour $c'' > 0$; elle ressemble à un entonnoir, dont le bord évasé, convexe vers en haut, tendrait à devenir horizontal à mesure qu'on s'éloignerait de l'axe. Enfin, dans le cas intermédiaire $c'' = 0$, la surface se réduit au cône mené, tangentiellement à toutes les surfaces des deux cas précédents, à partir de leur sommet commun; ses génératrices ont sur l'horizon l'inclinaison constante $z' = \sqrt{\frac{-n}{n+3}}$.

Pour arriver, si c'est possible, à l'équation finie du méridien, posons $c'' = \pm (n+3)\, a^{2n}$; puis résolvons la relation (80) par rapport à z' et intégrons, à partir du point $r = 0$, $z = 0$, jusqu'à une valeur de z moindre que celle qui rend z' infini. Il vient

$$(81)\quad \left\{ \begin{aligned} z &= \frac{1}{\sqrt{n+3}} \int_0^r \frac{r^n\, dr}{\sqrt{\frac{1}{n}\left(\pm a^{2n} - r^{2n}\right)}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{n+3}} \int_{r=r}^{r=0} r^{1-n}\, d \sqrt{\frac{1}{n}\left(\pm a^{2n} - r^{2n}\right)}. \end{aligned} \right.$$

La valeur de z reste bien finie pour $r = a$ quand on prend $c'' > 0$, c'est-à-dire quand $\pm a^{2n}$ se réduit à $+ a^{2n}$. Quand, au contraire, c'' est < 0, ou que $\pm a^{2n}$ devient $- a^{2n}$ (ce qui suppose $n < 0$), le binôme $- a^{2n} - r^{2n}$ se réduit sensiblement à $- a^{2n}$ pour r très-grand, et les parties correspondantes de l'intégrale du second membre, prise jusqu'à $r = \infty$, sont en tout proportionnelles à

$$\int_r^\infty r^n\, dr.$$

Digitized by Google

La valeur de z devient donc infinie si l'on a $n \geqslant -1$, tandis qu'elle reste finie pour $n < -1$. Ainsi, les surfaces courbes ouvertes représentées par l'équation (80) ont une hauteur finie quand le nombre, alors négatif, n, compris entre zéro et -3, est plus petit que -1, une hauteur infinie dans le cas contraire.

Observons que l'équation (81), divisée par a, ne dépend que des deux rapports $\frac{z}{a}$, $\frac{r}{a}$. Donc toutes les surfaces correspondant à différentes valeurs de a sont semblables et ont leurs dimensions proportionnelles à a. En particulier, le cône tangent mené à l'origine, forme limite que reçoivent ces surfaces quand on prend $n<0$, $a=\infty$, n'est que la représentation, vue à la loupe, du fond de ces surfaces.

Les dérivées z''', z^{IV},..... s'obtiennent aisément, en fonction de r, par la différentiation indéfiniment répétée de l'équation (79), pourvu qu'on ait soin chaque fois de multiplier le résultat, après l'avoir simplifié, par un nouveau facteur r, et de remplacer le produit rz'', ou $r^2 z'''$, etc., par sa valeur déduite du résultat précédent. Il vient ainsi :

$$(82)\quad \begin{cases} rz'' = z' [n + (n+3) z'^2], \\ r^2 z''' = z' [n + (n+3) z'^2] [(n-1) + 3 (n+3) z'^2], \\ r^3 z^{IV} = z' [n + (n+3) z'^2] [(n-1)(n-2) + 3 (n+3)(4n-3) z'^2 + 15 (n+3)^2 z'^4], \\ \text{etc.;} \end{cases}$$

et il ne reste plus qu'à remplacer, dans les seconds membres, z' par sa valeur tirée de (80).

Le cas particulier le plus intéressant, quant aux valeurs qu'on peut donner à n, est celui qui se présente lorsque la courbure, au fond, n'est, ni nulle, ni infinie, c'est-à-dire dans le cas unique $n=1$, pour lequel, d'après

Digitized by Google

(78), on a $i=1$, $j=2$. Alors le dernier membre de (81) s'intègre immédiatement, et il vient

$$(83) \qquad z = \tfrac{1}{2}\left(a - \sqrt{a^2 - r^2}\right), \text{ ou bien } \left(\frac{2z-a}{a}\right)^2 + \frac{r^2}{a^2} = 1.$$

La surface est un ellipsoïde aplati, ayant son axe vertical polaire a moitié de l'axe équatorial.

Le cas le plus intéressant après celui-là correspond à $i=1$, $j=1$, $n=-2$. La valeur de z y dépend d'une intégrale elliptique. Quand on prend $c''=0$, ou $a^{2n}=0$, le méridien se réduit à la droite $z = r\sqrt{2}$.

9. *Restrictions qu'une approximation plus élevée introduit dans les résultats obtenus.*

Cherchons maintenant s'il y a quelques-unes des surfaces représentées par les équations (80) ou (81), qui donnent des trajectoires quasi-circulaires fermées lorsqu'on tient compte dans (77) du terme en e^2. A cet effet, pour ne pas nous engager dans de trop longs calculs, nous nous bornerons, en général, à l'étude des portions de surface voisines de l'axe, c'est-à-dire de celles où z'^2 est, soit très-petit, pour $n > 0$, soit très-peu différent de $\frac{-n}{n+3}$, pour $n < 0$.

Commençons par ce dernier cas, qui est le plus simple. Les seconds membres des relations (82) seront tous réductibles à zéro, à cause du facteur sensiblement nul $n+(n+3)z'^2$; et l'on pourra, dans les formules (73), (74), (75), (76) [p. 209], faire

$$rz'' = 0, \quad r^2 z''' = 0, \quad r^3 z^{IV} = 0.$$

Digitized by Google

On aura donc

$$(84)\qquad K^2 = \frac{3gz'}{r(1+z'^2)},\quad c^2 = gr^3 z',\quad a = 2,\quad b = \frac{10}{3}.$$

Par suite, le second membre de la formule (77) deviendra

$$(85)\quad \begin{cases} \dfrac{1+z'^2}{3}\left(1-\dfrac{e^2}{6}\right) = \dfrac{1}{n+3}\left(1-\dfrac{e^2}{6}\right), \\ \text{et l'on aura } P = \dfrac{2\pi}{\sqrt{n+3}}\left(1-\dfrac{e^2}{12}\right). \end{cases}$$

On voit que l'intervalle angulaire P décrit en projection horizontale par le rayon vecteur r durant une période, ou qui sépare deux minimums consécutifs de r, est en raison directe de $1-\frac{e^2}{12}$, quel que soit n; donc cet intervalle angulaire varie avec continuité en fonction de e, et les trajectoires ne se ferment pas exactement.

Passons actuellement au cas où z'^2 est très-petit; ce qui comprend les points voisins de l'axe dans les surfaces fermées correspondant à $n > 0$, et les points très-éloignés de l'axe dans les surfaces ouvertes correspondant à $n < 0$. Évaluons K^2, c^2, a, b, en tenant compte, dans les expressions de ces quantités, des termes de l'ordre de z'^2, mais en négligeant ceux qui sont comparables à z'^4 dans a, b, et à z'^5 dans K^2, c^2. Et, d'abord, les relations (82) se réduiront à

$$(86)\quad \begin{cases} r z'' = z'[n+(n+3)z'^2],\ r^2 z''' = z'[n(n-1)+(n+3)(4n-1)z'^2], \\ r^3 z^{IV} = z'[n(n-1)(n-2)+(n+3)(13n^2-12n+2)z'^2]. \end{cases}$$

Les formules (73), (74) donneront ensuite

$$(87)\quad \begin{cases} K^2 = (n+3)\dfrac{gz'}{r}[1+2e^2 n(n+1)z'^2], \\ c^2 = gr^3 z'[1+e^2 n(n+3)z'^2]; \end{cases}$$

Digitized by Google

et la formule (75) [p. 209], en y observant que

$$12 - n(n-1) = (4-n)(3+n),$$

deviendra

$$(88)\quad 2a = \frac{(4-n) - (4n-1)z'^2}{1+z'^2} + 6nz'^2 = (4-n) + 3(n-1)z'^2.$$

Enfin, l'expression (76) de $6b$, si l'on tient compte de ce que

$$60 + n(n-1)(n-2) = (n+3)(n^2 - 6n + 20)$$

et si l'on y remplace $2a$ par sa valeur approchée $4-n$, sera successivement

$$(89)\quad \begin{cases} 6b = \dfrac{(n^2-6n+20) + (13n^2-12n+2)z'^2}{1+z'^2} \\ \qquad\qquad -12n(2n-1)z'^2 + 8(4-n)nz'^2 \\ = (n^2-6n+20)(1-z'^2) + (-19n^2+32n+2)z'^2 \\ = (n^2 - 6n + 20) - 2(n-1)(10n-9)z'^2. \end{cases}$$

On trouve, par suite,

$$(90)\qquad 36 - 24a = 12(n-1)(1-3z'^2),$$

et aussi

$$(91)\quad \begin{cases} 10a^2 - 9b = \dfrac{5}{2}(2a)^2 - \dfrac{3}{2}(6b) = \dfrac{5}{2}[(16-8n+n^2) + 6(4-n)(n-1)z'^2] \\ \qquad\qquad - \dfrac{3}{2}(n^2 - 6n + 20) + 3(n-1)(10n-9)z'^2 \\ \qquad\qquad = (n-1)(n-10) + 3(n-1)(5n+11)z'^2. \end{cases}$$

En conséquence, le second membre de (77) devient

$$\frac{1}{n+3}\left\{1 + c^2(n-1)\left[-nz'^2 + (1-3z'^2) + \frac{n-10}{12} + \frac{5n+11}{4}z'^2\right]\right\}.$$

Digitized by Google

En réduisant, extrayant la racine carrée des deux membres et multipliant par 2π, on trouve enfin

$$(92) \qquad P = \frac{2\pi}{\sqrt{n+3}} \left[1 + \frac{e^2}{2} (n-1) \left(\frac{n+2}{12} + \frac{n-1}{4} z'^2 \right) \right].$$

L'angle P *n'est indépendant de* e^2, *au degré d'approximation adopté, que dans le cas* $n = 1$, *où la surface est l'ellipsoïde aplati considéré ci-dessus* (form. 83). *Ce cas est donc le seul pour lequel toutes les trajectoires quasi-circulaires se ferment quand on tient compte, dans la valeur de* P, *des premières puissances de* e^2 *et de* z'^2, *en négligeant les puissances supérieures de chacune de ces quantités.*

Si l'on regardait en outre comme insensible le produit $e^2 z'^2$, ce qui donnerait simplement

$$(93) \qquad P = \frac{2\pi}{\sqrt{n+3}} \left[1 + \frac{e^2}{24} (n-1) \ (n+2) \right],$$

les trajectoires se fermeraient encore dans le cas $n = -2$, $i = 1$, $j = 1$, c'est-à-dire en tout dans deux cas pareils à ceux que nous avons obtenus en traitant du mouvement d'un point attiré par un centre fixe. C'est ce qu'on aurait pu prévoir ; car, lorsqu'on néglige z'^2 devant l'unité, l'expression de $\frac{1}{2} f'(r)$ que donne la première formule (71) [p. 208] se réduit à $\frac{c^2}{r^3} - gz'$, et le problème actuel devient identique à celui qui a été traité dans les numéros 1, 2, 3 et 4 de cette note, pourvu qu'on pose $gz' = \varphi(r)$.

Il y a lieu de se demander si les trajectoires quasi-circulaires que décrit un point pesant sur l'ellipsoïde aplati (83) sont encore fermées quand on suppose à z' des valeurs quelconques, aussi grandes qu'on voudra.

Digitized by Google

Faisons donc $n = 1$ dans les formules (82), et calculons ensuite les valeurs (73), (74), (75), (76) de K^2, c^2, $2a$, $6b$. Nous trouverons successivement :

$$
(94)\quad \left\{
\begin{aligned}
& rz'' = z'(1+4z'^2),\quad r^2 z''' = 12 z'^3 (1+4z'^2), \\
& \qquad\qquad r^3 z^{IV} = 12 z'^3 (1+4z'^2)(1+20 z'^2); \\
& K^2 = \frac{4gz'}{r}\left[1 + \frac{4e^2 z'^2 (1+4z'^2)^2}{1+z'^2}\right], \\
& \qquad\qquad c^2 = gr^3 z' [1 + 4e^2 z'^2 (1+4z'^2)]; \\
& 2a = 3 + \frac{12 z'^4}{1+z'^2}, \\
& 2b = \frac{5 + z'^2 (1+4z'^2)(5-44 z'^2)}{1+z'^2} + \frac{32 z'^6 (1+4z'^2)}{(1+z'^2)^2} \\
& \qquad = 5 - \frac{8 z'^4 (3+22 z'^2)}{1+z'^2} + \frac{32 z'^6 (1+4z'^2)}{(1+z'^2)^2} \\
& \qquad = 5 - \frac{24 z'^4 (1+7z'^2+2z'^4)}{(1+z'^2)^2}; \\
& 10a^2 - 9b = \frac{5}{2}\left[9 + \frac{72 z'^4 (1+z'^2+2z'^4)}{(1+z'^2)^2}\right] - \frac{9}{2}(2b) \\
& \qquad = \frac{72 z'^4 [4(1+z'^2)(1+2z'^2) + z'^2]}{(1+z'^2)^2} \\
& \qquad = \frac{12.24 z'^4 (1+2z'^2)}{1+z'^2} + \frac{3.24 z'^6}{(1+z'^2)^2}.
\end{aligned}
\right.
$$

Par suite, en évaluant le second membre de (77), puis extrayant la racine carrée du résultat et multipliant par 2π, il vient simplement

$$
(95)\qquad P = \pi\left[1 + \frac{3e^2 z'^6}{(1+z'^2)^2}\right].
$$

Ainsi, même dans le cas de l'ellipsoïde aplati (83), l'intervalle angulaire P, après lequel la forme d'une tra-

Digitized by Google

jectoire quasi-circulaire se reproduit périodiquement, n'est pas tout-à-fait indépendant de ce que j'appelle, ici, l'excentricité e de l'orbite [1], puisque son expression comprend un terme égal au produit de 3π par le carré de e et par le carré de $\frac{z'^3}{1+z'^2}$. C'est dire *qu'il n'existe pas de surface de révolution sur laquelle un point pesant décrive, en général, des trajectoires rigoureusement fermées.*

10. — *Etude des petites oscillations d'un point pesant sur une surface de révolution à axe vertical. — Equations différentielles.*

Laissant actuellement de côté les mouvements quasi-circulaires, proposons-nous d'étudier les petites oscillations de toute forme exécutées par un point pesant sur une surface de révolution à axe vertical, en admettant que celle-ci présente en son fond un plan tangent horizontal et une courbure finie.

Nous prendrons, comme précédemment, le point le plus bas de la surface pour origine, la verticale en ce point, dirigée vers le haut, pour axe des z; et nous définirons chaque point de la surface au moyen de l'arc s de méridien qui le joint à l'origine et de l'azimut θ du plan de cet arc. L'ordonnée z du même point et sa distance r à l'axe des z seront données, en fonction de l'arc s, par les formules approchées

$$z = \frac{\alpha s^2}{2}\left(1 - \frac{\beta s^2}{2}\right), \quad r = s\left(1 - \frac{\alpha^2 s^2}{6}\right), \tag{96}$$

si

$$z = \frac{\alpha r^2}{2}\left[1 + \left(\frac{\alpha^2}{3} - \frac{\beta}{2}\right) r^2\right] \tag{97}$$

(1) Pour $n = 1$, et en supposant que la trajectoire soit sensiblement une petite ellipse, cette quantité e vaut à peu près le demi-aplatissement de l'orbite, c'est-à-dire le rapport de la demi-différence de ses deux axes au grand axe.

Digitized by Google

est, avec deux paramètres α, β, l'équation approchée du méridien, réduite aux deux premiers termes de son développement suivant les puissances croissantes de r^2. Effectivement, en tirant de (96) les valeurs des dérivées $\frac{dz}{ds}$ et $\frac{dr}{ds}$, on vérifie bien que la somme de leurs carrés égale l'unité, à des termes près de troisième approximation, et, si l'on déduit ensuite de la seconde (96) la valeur très approchée de s,

$$s = r\left(1 + \frac{\alpha^2 r^2}{6}\right),$$

pour la porter dans la première (96), on rend celle-ci identique à (97).

Les deux coordonnées variables s, θ du mobile se détermineront, comme on a vu (numéro 6, p. 204), au moyen de la formule des aires, $r^2 d\theta = c\, dt$, et de l'équation des forces vives. On aura d'ailleurs $ds^2 = dr^2 + dz^2$, et l'équation des forces vives exprimera que la somme des trois termes $\frac{ds^2}{dt^2}$, $\frac{c^2}{r^2}$ et $2gz$ égale une constante. En y remplaçant z, r par leurs valeurs (96), dont la seconde donne

$$\frac{1}{r^2} = \frac{1}{s^2}\left(1 + \frac{\alpha^2 s^2}{3}\right) = \frac{1}{s^2} + \frac{\alpha^2}{3}, \tag{98}$$

cette équation deviendra de la forme

$$\frac{ds^2}{dt^2} + \frac{c^2}{s^2} + g\alpha\left(s^2 - \frac{\beta}{2}s^4\right) = \text{une constante } 2g\alpha c'. \tag{99}$$

Les constantes c et c' peuvent être supposées, d'après leur signification, positives et de l'ordre de petitesse de s^2. Effectivement, d'une part, la vitesse angulaire $\frac{d\theta}{dt} = \frac{c}{r^2}$ est finie, et aussi positive si l'on choisit convenablement le sens suivant lequel se comptent les

Digitized by Google

azimuts positifs ; donc c est positif et comparable à r^2 ou à s^2. D'autre part, les trois termes du premier membre de (99) étant de l'ordre de s^2 et essentiellement positifs, il ne saurait en être autrement du second membre $2g\alpha c'$ et par suite de c'.

Si l'on multiplie (99) par $4s^2$, il n'y entre plus d'autre fonction que s^2, car son premier terme devient $\left(\frac{d.s^2}{dt}\right)^2$; et la différentiation de cette relation par rapport à t, en supprimant du résultat le facteur commun $2\frac{d.s^2}{dt}$, donne alors l'équation du second ordre

$$\frac{d^2.s^2}{dt^2} + 4g\alpha\left(-c' + s^2 - \frac{3\beta}{4}s^4\right) = 0. \tag{100}$$

Pour la simplifier, posons

$$s^2 = I(1+u), \tag{101}$$

et déterminons la petite constante I de manière à supprimer de la transformée de (100) le terme indépendant de u. Il faudra, pour cela, poser, sauf erreur négligeable de l'ordre de I^3,

$$I = c'\left(1 + \frac{3\beta c'}{4}\right) \quad \text{ou} \quad c' = I\left(1 - \frac{3\beta I}{4}\right). \tag{102}$$

Si, d'ailleurs, en vue d'abréger, l'on écrit

$$K = 2\sqrt{g\alpha}\left(1 - \frac{3\beta I}{4}\right), \tag{103}$$

il vient pour équation transformée de (100), après avoir divisé par $K^2 I$, et à des termes près en I^2,

$$\frac{1}{K^2}\frac{d^2u}{dt^2} + u - \frac{3\beta I}{4}u^2 = 0. \tag{104}$$

Digitized by Google

Les nouvelles constantes I, K sont, en outre, reliées à la constante c' des forces vives par les formules (102) et (103).

Cette équation (104) est pareille à l'équation (50) [p. 195], qui, seulement, contient le petit excès variable $\frac{r}{R} - 1$ au lieu de la fonction finie u, le coefficient fini a au lieu du petit coefficient $\frac{3\beta I}{4}$ et qui a, de plus, le terme en b. Elle est intégrable par la même méthode d'approximations successives, à cause de la petitesse de I, et détermine les oscillations périodiques du mobile le long de son méridien s. Le principe des aires fera connaître ensuite la rotation plus ou moins rapide de ce méridien autour de l'axe des z.

11. — *Mouvement du point pesant le long de son méridien.*

Si l'on compte le temps à partir d'un moment où s^2 est minimum, et que ε désigne une constante positive, l'intégrale approchée de (104) sera, d'après la formule (51) où les termes en a^2 et en b se trouveront négligeables,

$$(105)\quad \left\{ \begin{aligned} u \text{ ou } \frac{s^2}{I} - 1 &= -\varepsilon \cos Kt + \frac{\beta I \varepsilon^2}{8}(3 - \cos 2Kt) \\ &= \frac{\beta I \varepsilon^2}{2} - \varepsilon \cos Kt - \frac{\beta I \varepsilon^2}{4} \cos^2 Kt. \end{aligned} \right.$$

Les valeurs de s redeviennent les mêmes lorsque Kt croît de 2π : la durée d'une oscillation simple du mobile est donc, en remplaçant finalement K par sa valeur (103),

$$(106)\qquad T = \frac{2\pi}{K} = \frac{\pi}{\sqrt{g\alpha}}\left(1 + \frac{3\beta I}{4}\right).$$

L'équation (100) ou (104) ayant d'ailleurs été fournie

Digitized by Google

par la différentation d'une autre équivalente à (99), il faut encore que l'expression de s^2, tirée de (105), vérifie l'équation (99) à une époque particulière quelconque, par exemple à l'époque $t = 0$ où s est minimum. Or, à l'époque $t = 0$, on a

$$\frac{ds}{dt} = 0, \quad s^2 = I\left[1 - \varepsilon + \frac{\beta I \varepsilon^2}{4}\right].$$

Portons dans (99) ces valeurs et remplaçons-y en outre $g\alpha$, c' par leurs expressions

$$g\alpha = \frac{K^2}{4}\left(1 + \frac{3\beta I}{2}\right), \quad c' = I\left(1 - \frac{3\beta I}{4}\right)$$

tirées des relations (103), (102). En négligeant dans la valeur de c^2 les puissances de I supérieures à la troisième, il viendra, après quelques réductions portant sur les termes affectés de $g\alpha$,

$$\frac{c^2}{I\left(1 - \varepsilon + \frac{\beta I \varepsilon^2}{4}\right)} = \frac{K^2 I}{4}\left(1 + \frac{3\beta I}{2}\right)\left[1 + \varepsilon - \beta I\left(1 + \varepsilon - \frac{\varepsilon^2}{4}\right)\right],$$

et, finalement,

$$(107) \quad c^2 = \frac{K^2 I^2}{4}\left(1 - \varepsilon^2 + \frac{\beta I}{2}\right), \quad c = \frac{KI}{2}\sqrt{1 - \varepsilon^2 + \frac{\beta I}{2}}.$$

Telle est l'équation qui relie la constante des aires c aux deux constantes arbitraires I et ε paraissant dans l'intégrale (105).

12. — *Mouvement angulaire du méridien lui-même.*

Occupons-nous enfin de la détermination de θ. Remplaçons au besoin, dans la formule des aires

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{c}{r^2},$$

Digitized by Google

c par la valeur

$$\frac{KI}{2}\sqrt{1-\varepsilon^2+\frac{\beta I}{2}},$$

et $\frac{1}{r^2}$ par son expression (98). Observons en outre que, si l'on pose, pour abréger,

$$(108)\quad \psi = I\left[1+\frac{\beta I}{4}\left(1+2\varepsilon^2\right)-\left(1+\frac{\beta I}{2}\right)\varepsilon\cos Kt\right],$$

la formule (105) donne identiquement, à part des termes négligeables en I^3,

$$(109)\quad s^2=\psi\left(1-\frac{\beta}{4}\psi\right),\ \text{et, par suite,}\ \frac{1}{s^2}=\frac{1}{\psi}\left(1+\frac{\beta}{4}\psi\right)=\frac{1}{\psi}+\frac{\beta}{4}.$$

La relation des aires deviendra

$$(110)\quad \frac{d\theta}{dt}=\frac{\frac{K}{2}\sqrt{1-\varepsilon^2+\frac{\beta I}{2}}}{1+\frac{\beta I}{4}\left(1+2\varepsilon^2\right)-\left(1+\frac{\beta I}{2}\right)\varepsilon\cos Kt}+\left(\frac{\alpha^2}{3}+\frac{\beta}{4}\right)c. \quad (1)$$

(1) En général, pour intégrer simplement la différentielle

$$\frac{dt}{a+b\cos kt+c\cos^2 kt+e\cos^3 kt+\ldots}.$$

où l'on admet que le dénominateur diffère peu de $a+b\cos kt$ et où les coefficients c, e, ... sont supposés de plus en plus petits, il convient de mettre ce dénominateur sous la forme

$$\psi\left(1+\alpha\psi+\beta\psi^2+\ldots\right),$$

ψ désignant une certaine fonction *linéaire* de $\cos kt$, peu différente de $a+b\cos kt$. Cette transformation est possible; car les petits coefficients indéterminés α, β, ... joints aux deux qui paraissent dans ψ, sont en même nombre que a, b, c, e, ... La formule du binôme de Newton donne ensuite, pour exprimer la puissance — 1 de la série $1+\alpha\psi+\beta\psi^2+\ldots$, une autre série de même forme, tout aussi rapidement convergente; et la différentielle proposée se décompose en d'autres de plus en plus petites, proportionnelles respectivement à $\frac{dt}{\psi}$, dt, $\psi\,dt$, $\psi^2\,dt$, ..., qui s'intègrent de suite.

Digitized by Google

Cette équation (110), intégrée en y remplaçant, au dénominateur, $1 + \frac{\beta I}{2}$ par

$$\left[1 + \frac{\beta I}{4}\left(1+2\varepsilon^2\right)\right]\left[1 + \frac{\beta I}{4}\left(1-2\varepsilon^2\right)\right],$$

et, au numérateur, $1-\varepsilon^2+\frac{\beta I}{2}$ par

$$\left[1 + \frac{\beta I}{4}\left(1+2\varepsilon^2\right)\right]^2\left[1-\varepsilon^2\left(1+\frac{\beta I}{4}(1-2\varepsilon^2)\right)^2\right],$$

puis en comptant l'azimut ou angle polaire θ de manière qu'il s'annule pour $t=0$, conduit à la formule

$$(111)\quad \theta = \operatorname{arc\,tg}\left[\left(\operatorname{tang}\frac{Kt}{2}\right)\sqrt{\frac{1+\varepsilon+\frac{\beta I\varepsilon}{4}(1-2\varepsilon^2)}{1-\varepsilon-\frac{\beta I\varepsilon}{4}(1-2\varepsilon^2)}}\right] + \left(\frac{\alpha^2}{3}+\frac{\beta}{4}\right)ct.$$

Le carré s^2 étant essentiellement positif, la formule (109) montre que la fonction ψ, toujours très-petite devant l'unité, doit être positive également, et qu'elle peut tout au plus s'annuler, en même temps que s ou r s'annuleraient. Donc la valeur minimum

$$I\left[1-\varepsilon+\frac{\beta I}{4}(1-2\varepsilon+2\varepsilon^2)\right]$$

du second membre de (108) ne peut pas devenir négative, et le nombre positif ε ne dépasse jamais

$$1+\frac{\beta I}{4}(1-2\varepsilon+2\varepsilon^2);$$

sa valeur la plus grande, peu différente de 1, est sensiblement

$$1+\frac{\beta I}{4}(1-2+2) = 1+\frac{\beta I}{4}.$$

Digitized by Google

Cette plus grande valeur de ε annule aussi l'expression (107) de c, comme il le faut bien pour que l'équation (99) soit satisfaite quand $t = 0$, époque à laquelle on a, dans le cas extrême considéré, s égale zéro sans que $\frac{ds}{dt}$ cesse d'être fini. Elle rend d'ailleurs infini le radical qui paraît au second membre de (111), circonstance due à ce que l'équation (110) donne alors des valeurs nulles à $\frac{d\theta}{dt}$, abstraction faite des moments où ψ et s sont nuls; en sorte qu'on a pendant toute la durée des demi-oscillations successives, comme il était évident *a priori*,

$$\theta = \frac{\pi}{2}, = \frac{3\pi}{2}, = \frac{5\pi}{2}, \text{ etc.},$$

si ce n'est aux instants où $s = 0$ et où se succèdent, avec une rapidité infinie, les valeurs intermédiaires comprises de 0 à $\frac{\pi}{2}$, de $\frac{\pi}{2}$ à $\frac{3\pi}{2}$, etc. Ainsi les deux radicaux qui paraissent dans la formule (111) et dans l'expression de c sont essentiellement réels.

13. — *Durée d'une oscillation complète et vitesse de rotation de la petite orbite décrite.*

Discutons actuellement cette formule (111) pour le cas général où c est quelconque. Le premier terme de son second membre varie sans cesse dans le même sens que l'arc $\frac{Kt}{2}$, et il égale $\frac{Kt}{2}$ chaque fois que cet arc est un multiple exact de $\frac{\pi}{2}$; car la tangente du terme dont il s'agit, ayant un rapport positif constant à tang $\frac{Kt}{2}$, s'annule et devient infinie en même temps que tang $\frac{Kt}{2}$.

Quant au dernier terme de (111), il croît proportion-

Digitized by Google

nellement au produit ct, double de l'aire décrite en projection horizontale par le rayon vecteur r. Vu la valeur (107) de c, l'accroissement qu'éprouve θ pendant la durée $2T = \frac{4\pi}{K}$ de deux périodes de s, c'est-à-dire pendant une oscillation double ou *complète* du mobile, dépasse donc la circonférence 2π d'une petite quantité, sensiblement égale à

$$\left(\frac{2\alpha^2}{3} + \frac{\beta}{2}\right)\pi I\sqrt{1-\varepsilon^2+\frac{\beta I}{2}}.$$

La formule (105) donnant d'ailleurs à fort peu près, pour valeurs minimum et maximum de s,

$$A = \sqrt{I\left(1-\varepsilon+\frac{\beta I\varepsilon^2}{4}\right)},\quad B = \sqrt{I\left(1+\varepsilon+\frac{\beta I\varepsilon^2}{4}\right)},$$

le produit

$$AB = I\sqrt{1-\varepsilon^2+\frac{\beta I\varepsilon^2}{2}}$$

ne diffère jamais sensiblement de l'expression

$$I\sqrt{1-\varepsilon^2+\frac{\beta I}{2}};$$

car, sauf erreur relative négligeable, il est réductible, comme cette expression, à $I\sqrt{1-\varepsilon^2}$, si ce n'est dans le cas où ε diffère peu de 1 et où la valeur ci-dessus de AB devient

$$I\sqrt{1-\varepsilon^2+\frac{\beta I}{2}}.$$

De même, on trouve

$$A^2 + B^2 = 2I\left(1+\frac{\beta I\varepsilon^2}{4}\right) = \text{sensiblement } 2I.$$

Digitized by Google

Par suite, la durée

$$2\,T = \frac{4\,\pi}{K}$$

d'une oscillation double, durée déduite de la seconde formule (106), et la rotation

$$\Delta = \left(\frac{2\,\alpha^2}{3} + \frac{\beta}{2}\right) c\,T$$

éprouvée en même temps dans le sens direct, autour de son centre, par la petite *ellipse* décrite dont l'aire σ est $c\,T = \pi\,A\,B$, valent respectivement :

$$(112)\quad \begin{cases} 2\,T = \dfrac{2\,\pi}{\sqrt{g\,\alpha}}\left(1 + 3\,\beta\,\dfrac{A^2 + B^2}{8}\right), \\ \Delta = \left(\dfrac{2\,\alpha^2}{3} + \dfrac{\beta}{2}\right)\sigma = \left(\dfrac{2\,\alpha^2}{3} + \dfrac{\beta}{2}\right)\pi\,A\,B. \end{cases}$$

Dans ces formules, α désigne la courbure du méridien à son fond, et β une constante, qui mesure la différence de sa forme, aux points voisins, d'avec celle d'une cycloide à axe vertical osculatrice au fond.

La seconde formule (112), en particulier, montre que *la petite ellipse, décrite par le mobile, est animée d'une vitesse de rotation autour de son centre proportionnelle à son aire même et à un coefficient dépendant de la forme de la surface.*

14. — *Cette orbite mobile est une ellipse, en projection horizontale, même à une deuxième approximation; mais le mouvement, estimé suivant la direction de ses axes, ne se fait plus pendulairement.*

Je viens de parler de la petite ellipse décrite par le point mobile en m'en tenant à une première approxi-

Digitized by Google

mation, bien connue de tous les géomètres, qui l'ont étudiée dans la théorie classique du pendule. Mais on reconnaît aisément que cette orbite, vue en projection horizontale, est encore une ellipse à une seconde approximation, pourvu qu'on la rapporte à des axes Ox_1, Oy_1 animés, autour du point le plus bas O de la surface, de la vitesse angulaire trouvée,

$$\left(\frac{\alpha^2}{3}+\frac{\beta}{4}\right)c.$$

A cet effet, et afin de simplifier l'expression (111) de θ, posons, d'une part,

$$\theta' = \theta - \left(\frac{\alpha^2}{3}+\frac{\beta}{4}\right)ct, \tag{113}$$

d'autre part,

$$a=\sqrt{1-\varepsilon-\frac{\beta\,\mathrm{I}\,\varepsilon}{4}(1-2\varepsilon^2)},\quad b=\sqrt{1+\varepsilon+\frac{\beta\,\mathrm{I}\,\varepsilon}{4}(1-2\varepsilon^2)}: \tag{114}$$

la formule (111) pourra s'écrire

$$\operatorname{tang}\theta' = \frac{b}{a}\operatorname{tang}\frac{\mathrm{K}t}{2}. \tag{115}$$

Celle-ci, différentiée, donne, en résolvant finalement par rapport à $\cos^2\theta'$,

$$\cos^2\theta' = \frac{2a}{\mathrm{K}b}\,\frac{d\theta'}{dt}\cos^2\frac{\mathrm{K}t}{2}. \tag{116}$$

Pour avoir actuellement $\sin^2\theta'$, multiplions (115) par $\cos\theta'$, puis élevons au carré et remplaçons $\operatorname{tang}^2\theta'\cos^2\theta'$ par $\sin^2\theta'$, $\cos^2\theta'$ par sa valeur (116). Nous aurons

$$\sin^2\theta' = \frac{2b}{\mathrm{K}a}\,\frac{d\theta'}{dt}\sin^2\frac{\mathrm{K}t}{2}. \tag{117}$$

Digitized by Google

Les carrés x_1^2, y_1^2 des coordonnées relatives du point mobile égaleront les produits respectifs de r^2 par ces expressions de $\cos^2\theta'$, $\sin^2\theta'$. Si nous observons qu'on tire de la relation (113)

$$\frac{d\theta'}{dt} = \frac{d\theta}{dt} - \left(\frac{\alpha^2}{3} + \frac{\beta}{4}\right)c = \frac{c}{r^2} - \left(\frac{\alpha^2}{3} + \frac{\beta}{4}\right)c,$$

les produits dont il s'agit, divisés respectivement par a^2 et par b^2, deviendront :

$$(118)\quad \begin{cases} \dfrac{x_1^2}{a^2} = \dfrac{2c}{Kab}\left[1 - \left(\dfrac{\alpha^2}{3} + \dfrac{\beta}{4}\right)r^2\right]\cos^2\dfrac{Kt}{2}, \\ \dfrac{y_1^2}{b^2} = \dfrac{2c}{Kab}\left[1 - \left(\dfrac{\alpha^2}{3} + \dfrac{\beta}{4}\right)r^2\right]\sin^2\dfrac{Kt}{2}. \end{cases}$$

Il suffit d'ajouter ces deux relations (118), et de substituer $x_1^2 + y_1^2$ à r^2, pour obtenir l'équation de la trajectoire relative :

$$(119)\quad \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = \frac{2c}{Kab}\left[1 - \left(\frac{\alpha^2}{3} + \frac{\beta}{4}\right)\left(x_1^2 + y_1^2\right)\right].$$

La courbe fermée que décrit en projection horizontale le point mobile, par rapport à des axes animés d'une vitesse de rotation constante et convenablement calculée, est donc une ellipse à la seconde approximation comme à la première.

Mais les formules (118) montrent que *le mouvement projeté sur ces axes mêmes, n'est plus exactement pendulaire quand l'orbite diffère d'un cercle, si ce n'est dans le cas particulier*

$$\frac{\alpha^2}{3} + \frac{\beta}{4} = 0,$$

où s'annule le propre mouvement de rotation de l'ellipse.

En effet, ce cas excepté, les formules (118) donnent

Digitized by Google

pour x_1 et y_1 des expressions dans lesquelles les coefficients de $\cos\frac{Kt}{2}$ et de $\sin\frac{Kt}{2}$, au lieu d'être constants, deviennent sensiblement proportionnels à

$$1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha^2}{3} + \frac{\beta}{4}\right)(x_1^2 + y_1^2)$$

et varient pendant que s'effectue chaque oscillation.

15. — *Observations diverses. — Propriétés de l'ellipsoïde de révolution dont l'axe vertical polaire vaut la moitié de l'axe équatorial, et de la surface qui a pour méridien une cycloïde.*

Je terminerai cette longue note par les remarques suivantes.

1° Dans le cas du pendule conique, où le méridien est un cercle, on a, en tenant finalement compte de la première équation (96) [p. 220], qui définit le paramètre β, et de la seconde formule (112) :

$$(120)\quad \begin{cases} \alpha z = 1 - \cos\alpha s = \dfrac{\alpha^2 s^2}{2} - \dfrac{\alpha^4 s^4}{24} + \ldots = \dfrac{\alpha^2 s^2}{2}\left(1 - \dfrac{\alpha^2 s^2}{12} + \ldots\right) \\ \beta = \dfrac{\alpha^2}{6}, \text{ et } \Delta = \dfrac{3}{4}\alpha^2\sigma, \end{cases}$$

résultat connu.

2° Si l'on prend l'équation (97) du méridien sous la forme

$$(121)\qquad z = \tfrac{1}{2}(\alpha r^2 + k\alpha^3 r^4 + \ldots),$$

ce qui revient à poser

$$(122)\qquad k = \frac{1}{3} - \frac{\beta}{2\alpha^2}, \text{ ou } \beta = 2\left(\frac{1}{3} - k\right)\alpha^2,$$

Digitized by Google

la valeur (112) de Δ devient simplement

$$\Delta = (1 - k)\,\alpha^2\,\sigma, \tag{123}$$

et elle se réduit à $\alpha^2\,\sigma$ dans le cas d'un méridien parabolique.

3° Le rapport $\frac{\Delta}{\sigma}$ est sensiblement nul pour toutes les surfaces dont l'équation, mise sous la forme (121), a son coefficient k égal à l'unité.

De plus, d'après ce qu'on vient de voir au numéro 14 de cette note, le mouvement, vu en projection horizontale, se fait alors pendulairement suivant les deux axes de l'orbite, circonstance exclusivement propre au cas $\Delta = 0$ ou $k = 1$.

4° Demandons-nous s'il est possible que les mêmes propriétés subsistent à une troisième approximation, c'est-à-dire s'il est possible qu'il y ait, à ce degré d'approximation, deux directions rectangulaires fixes des x et des y, dans le sens desquelles le mouvement soit ainsi représenté par deux relations de la forme

$$x = \mathrm{A}\cos\frac{\mathrm{K}t}{2}, \quad y = \mathrm{B}\sin\frac{\mathrm{K}t}{2}.$$

On sait qu'avec de pareilles relations la loi des aires est identiquement vérifiée ; en sorte qu'il suffit de chercher si l'équation des forces vives peut l'être également. Il faudra donc exprimer que la somme des termes

$$\frac{dr^2}{dt^2}, \quad \frac{dz^2}{dt^2}, \quad \frac{c^2}{r^2}, \quad 2gz$$

ne dépend pas de t, quand on y remplace z par son expression en série (121), c par sa valeur, qu'on reconnait aisément égaler $\frac{\mathrm{KAB}}{2}$, et r par

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\mathrm{A}^2\cos^2\frac{\mathrm{K}t}{2} + \mathrm{B}^2\sin^2\frac{\mathrm{K}t}{2}}.$$

Digitized by Google

Or, si l'on se borne au cas d'oscillations planes pour lequel

$$y=0,\ r=x=\mathrm{A}\cos\frac{\mathrm{K}}{2},$$

on trouve

$$c=0,\ \frac{dz}{dt}=z'\frac{dr}{dt}=\alpha r(1+2k\alpha^2r^2+\ldots)\frac{dr}{dt},\ \frac{dr^2}{dt^2}=\frac{\mathrm{K}^2}{4}(\mathrm{A}^2-r^2).$$

La somme

$$\frac{dr^2}{dt^2}+\frac{dz^2}{dt^2}+\frac{c^2}{r^2}+2gz,$$

multipliée par $\frac{4}{\mathrm{K}^2}$, devient donc

$$(1+\alpha^2r^2+4k\alpha^4r^4+\ldots)(\mathrm{A}^2-r^2)+\frac{4g\alpha}{\mathrm{K}^2}(r^2+k\alpha^2r^4+\ldots).$$

Il faut que cette expression reste constante quand r y varie de zéro à $\pm\mathrm{A}$, ou, par suite, que son développement suivant les puissances croissantes de r^2 ait tous ses termes nuls, à l'exception du premier qui ne contient pas r. Les termes variables dont il s'agit sont respectivement :

$$\left(\frac{4g\alpha}{\mathrm{K}^2}-1+\alpha^2\mathrm{A}^2\right)r^2,\ \left(k\,\frac{4g\alpha}{\mathrm{K}^2}-1+4k\alpha^2\mathrm{A}^2\right)\alpha^2r^4,\ldots.$$

A une première approximation, il suffit d'annuler le premier de ceux-ci, en y négligeant même la partie $\alpha^2\mathrm{A}^2r^2$, qui est de l'ordre de r^4. A une deuxième approximation, il faut de plus tenir compte de cette partie, et annuler en outre le terme suivant, sans se préoccuper de la partie $4k\alpha^4\mathrm{A}^2r^4$, comparable à r^6; et ainsi de suite. Donc les conditions qui doivent être vérifiées à une deuxième approximation peuvent s'écrire

$$\frac{4g\alpha}{\mathrm{K}^2}-1+\alpha^2\mathrm{A}^2=0,\ k\frac{4g\alpha}{\mathrm{K}^2}-1+\ldots=0.$$

Digitized by Google

Nous savons déjà qu'on y satisfait, quel que soit A, en posant $k=1$, et, par suite, $\frac{4g\alpha}{K^2} = 1 - A^2\alpha^2$.

Mais, à l'approximation suivante, la seconde condition devient

$$k\frac{4g\alpha}{K^2} - 1 + 4k\alpha^2 A^2 = 0.$$

Elle n'est compatible avec la première,

$$\frac{4g\alpha}{K^2} - 1 + \alpha^2 A^2 = 0,$$

dans le cas simple où A est supposé infiniment petit, que si l'on prend $k=1$; et, alors, ces deux conditions sont inconciliables dès que A devient sensible.

Ainsi, *il n'y a pas de surface de révolution sur laquelle de petits mouvements quelconques, ou même seulement les petites oscillations se faisant suivant un plan méridien, puissent être pendulaires en projection horizontale, à une troisième approximation.*

5° L'équation (123) est évidemment applicable à l'ellipsoïde de révolution, ayant son axe équatorial double de l'axe polaire, pour lequel nous avons vu au numéro 8 (p. 215) que les orbites infiniment peu aplaties ne sont animées d'aucune rotation Δ. On doit donc avoir, dans l'équation (123) appliquée à cet ellipsoïde, $\Delta = 0$ sans que σ soit nul, et, par suite, $k = 1$ ou $\frac{\Delta}{\sigma} = 0$ pour tous les mouvements de très-petite amplitude. Effectivement, la première équation (83)[p. 215], en y développant le radical et posant $\frac{1}{2a} = \alpha$, donne

$$(124)\quad z = \frac{1}{4\alpha}\left[1 - (1 - 4\alpha^2 r^2)^{\frac{1}{2}}\right] = \tfrac{1}{2}(\alpha r^2 + \alpha^3 r^4 + \ldots).$$

Digitized by Google

Il était donc naturel que le terme en z'^2 n'existât pas, dans la valeur (95) [p. 219] de l'intervalle angulaire P décrit, sur cette surface, entre deux minimums consécutifs de r, pour des trajectoires légèrement différentes du cercle. Mais il y a lieu d'être surpris que cette valeur (95) ne contienne pas davantage de terme en z'^4, ou que, même à une troisième approximation, les trajectoires quasi-circulaires y soient des orbites fermées. Comme d'ailleurs, dans l'autre cas extrême, où le mouvement se fait suivant un méridien, les trajectoires sont aussi évidemment des lignes revenant sur elles-mêmes, il ne serait pas impossible que toutes les petites trajectoires décrites sur l'ellipsoïde en question fussent fermées, même à une troisième approximation, quoique nous venions de voir que le mouvement, à ce degré d'approximation, cesse d'y être pendulaire en projection horizontale. On pourrait, pour reconnaître si elles le sont en effet, chercher ce que deviennent les lois trouvées aux numéros 10, 11, 12 et 13 de cette note, quand on tient compte partout des termes comparables au cube de s^2, et que s^2 est représenté par une expression analogue au second membre de (53). Mais je ne m'arrêterai pas à cette analyse, où, pour calculer θ, on mettrait s^2 sous la forme

$$s^2 = \psi (1 + m\psi + n\psi^2),$$

ψ étant une fonction linéaire de cos $\mathrm{K}'t$, peu différente de s^2, en sorte que θ acquerrait des termes proportionnels à $\int \psi\, dt$ ou à $\int s^2\, dt$.

6° La durée T d'oscillation (form. 112) ne dépend pas sensiblement de la petite amplitude quand $\beta = 0$ ou que $k = \frac{1}{3}$, et quand par suite $\Delta = \frac{2}{3}\,\alpha^2\sigma$; ce qui arrive en particulier pour un méridien cycloïdal, dont l'équation exacte est $z = \frac{\alpha s^2}{2}$.

Digitized by Google

C'est ce que l'on pouvait prévoir aisément, étant connu le *tautochronisme* de la cycloïde : car la formule (112) montre que la petite partie de T qui dépend de l'amplitude de l'oscillation est sensiblement proportionnelle, pour chaque surface, à la somme $A^2 + B^2$; cette petite partie ne peut donc, dans la surface à méridien cycloïdal, être nulle quand les oscillations se font suivant un plan méridien, ou quand $A^2 + B^2$ se réduit à A^2, sans l'être en même temps pour toutes les petites oscillations de forme quelconque.

7° *Il n'existe pas de surface de révolution rigoureusement tautochrone, c'est-à-dire sur laquelle des oscillations de toute amplitude et de toute forme emploient un même temps à s'accomplir.* On sait, en effet, que, dans le cas particulier où les oscillations se font suivant un méridien, le tautochronisme n'existe qu'autant que ce méridien est une cycloïde. Ce n'est donc que pour une surface à méridien cycloïdal qu'il y a lieu d'examiner si le tautochronisme existerait également pour des oscillations de toute nature. Or, on reconnaît assez facilement que les oscillations quasi-circulaires ne s'y font pas toutes dans des temps égaux.

Pour cela, évaluons en fonction de r l'expression (73) de K^2 (p. 209), spécifiée pour e infiniment petit et dans l'hypothèse $z = \frac{\alpha s^2}{2}$. Cette hypothèse donne, en développant un radical par la formule du binôme jusqu'aux termes en s^4 inclusivement (chose permise pour des valeurs assez petites de s),

$$\frac{dr}{ds} = \left(1 - \frac{dz^2}{ds^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(1 - \alpha^2 s^2\right)^{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{\alpha^2 s^2}{2} - \frac{\alpha^4 s^4}{8}.$$

Du dernier membre, multiplié par ds et intégré à partir de $s = 0$, $r = 0$, on déduit

$$r = s\left(1 - \frac{\alpha^2 s^2}{6} - \frac{\alpha^4 s^4}{40}\right) \tag{125}$$

Digitized by Google

et, par suite,

$$s = r\left(1 - \frac{\alpha^2 s^2}{6} - \frac{\alpha^4 s^4}{40}\right)^{-1} = r\left(1 + \frac{\alpha^2 s^2}{6} + \frac{\alpha^4 s^4}{40} + \frac{\alpha^4 s^4}{36}\right).$$

On peut remplacer s, dans les termes en s^4 de celle-ci, par la valeur de première approximation, r, et, dans les termes en s^2, par la valeur de deuxième approximation, qui est visiblement

$$r\left(1 + \frac{\alpha^2 r^2}{6}\right).$$

Il vient ainsi

$$s = r\left(1 + \frac{\alpha^2 r^2}{6} + \frac{13\,\alpha^4 r^4}{120}\right): \tag{126}$$

cette valeur de s, portée dans la formule $z = \frac{\alpha s^2}{2}$, donne pour expression approchée de z en fonction de r,

$$z = \frac{\alpha r^2}{2}\left(1 + \frac{\alpha^2 r^2}{3} + \frac{11\,\alpha^4 r^4}{45}\right). \tag{127}$$

En la différentiant, on trouve

$$z' = \alpha r\left(1 + \frac{2\alpha^2 r^2}{3} + \frac{11\,\alpha^4 r^4}{15}\right),\ z'' = \alpha\left(1 + 2\alpha^2 r^2 + \frac{11\,\alpha^4 r^4}{3}\right),$$

et par suite

$$\frac{g}{r}\left(3z' + rz''\right) = 4g\alpha\left(1 + \alpha^2 r^2 + \frac{22\,\alpha^4 r^4}{15}\right).$$

Enfin, l'équation différentielle de la cycloïde, telle qu'elle se déduit de la relation $z = \frac{\alpha s^2}{2}$, est, comme on sait,

$$\frac{1}{1 + z'^2} = 1 - 2\alpha z,$$

Digitized by Google

ou, vu la valeur (127) de z,

$$\frac{1}{1+z'^2} = 1 - \alpha^2 r^2 - \frac{\alpha^4 r^4}{3}.$$

Le produit de cette expression par la précédente donne enfin

$$K^2 = 4g\alpha\left(1 + \frac{2\alpha^4 r^4}{15}\right).$$

D'où

(128) $$T = \frac{2\pi}{K} = \frac{\pi}{\sqrt{g\alpha}}\left(1 - \frac{\alpha^4 r^4}{15}\right).$$

La valeur de T n'est donc indépendante de r qu'à une première et à une deuxième approximation, c'est-à-dire qu'autant que l'on s'y borne aux termes comparables à r^2 ou à z, en négligeant ceux qui sont de l'ordre de z^2.

8° En rapprochant les remarques 5° et 6°, du résultat démontré à la fin du numéro 9 (p. 220) et de celui qui vient d'être établi en dernier lieu, on peut énoncer la proposition suivante :

Il n'y a pas de surface de révolution sur laquelle un mobile pesant décrive généralement des orbites fermées ou emploie un temps constant à effectuer une oscillation ; mais l'ellipsoïde dont l'aplatissement vaut $\frac{1}{2}$ jouit de la première propriété pour les oscillations très-petites et pour celles qui sont quasi-circulaires, tandis que la surface à méridien cycloïdal jouit de la seconde pour les oscillations également très-petites et pour celles qui se font suivant un plan méridien.

9° Il n'y a pas non plus de surface de révolution à axe vertical sur laquelle un mobile pesant emploie un temps constant à décrire une révolution complète autour de

Digitized by Google

l'axe. En effet, si l'on considère d'abord les mouvements pour lesquelles l'excentricité de la trajectoire atteint sa valeur maximum 1, c'est-à-dire les oscillations qui se font suivant un méridien ou celles qui diffèrent infiniment peu de pareilles oscillations planes, le temps que met l'angle polaire θ à y croître de 2π se confond avec la durée même d'une oscillation complète, puisque, par raison de symétrie, le plan d'oscillation ne change pas ; et il n'y a tautochronisme que pour la surface à méridien cycloïdal. Au contraire, les mouvements également plans qui correspondent à l'autre cas extrême, d'une excentricité zéro, c'est-à-dire au cas où la trajectoire est un cercle horizontal, ne constituent des révolutions isochrones que si le rapport $\frac{d\theta}{dt} = \frac{c}{r^2}$ y est indépendant de r, ou, vu la valeur $c = r^2\sqrt{\frac{gz'}{r}}$ que donne la formule (74) [p. 209], si l'inclinaison z' du plan tangent sur l'horizon est en raison directe de la distance r à l'axe. Cela n'a lieu que pour le paraboloïde, seule surface où z soit proportionnel à r^2.

Ainsi, les deux espèces simples de mouvements de grande amplitude, qu'admettent les surfaces de révolution à axe vertical, ne peuvent jamais donner dans une même surface une durée de révolution constante pour les deux, bien qu'il y ait tautochronisme, dans toutes celles de ces surfaces dont la courbure au fond n'est ni nulle, ni infinie, quand on se borne à la troisième espèce simple de mouvements qu'elles admettent, et qui concerne aussi des mouvements plans, je veux dire quand on se borne aux oscillations infiniment petites d'excentricité quelconque.

Digitized by Google

NOTE VI (SE RAPPORTANT A LA PAGE 125).

POURQUOI L'IMAGINATION NOUS FAIT-ELLE ATTACHER UN SENS D'EFFORT A DES PRODUITS DE MASSES PAR DES ACCÉLÉRATIONS? RÉFLEXIONS DIVERSES SUR LES FORCES., ETC.

---

1. — *Origine probable de la notion de force mécanique.*

C'est précisément la correspondance, dont il est parlé à la page 125 du mémoire, entre l'intensité de nos sensations et les variations des distances moléculaires dans nos organes, qui fait de chacun de nos muscles une sorte de dynamomètre élastique, ayant pour graduation l'échelle même des sensations corrélatives à ses divers degrés de raccourcissement.

Nous avons reconnu de bonne heure que nous produisions des mouvements, dans les corps qui nous entourent, en employant, à les tirer ou à les pousser, certains de nos membres auxquels nous imprimions ces déplacements qui se traduisent pour nous en sensations *d'effort*. L'équilibre obtenu par l'application, à un même corps, de nos deux mains, suivant deux directions opposées, ou bien par le concours de notre propre effort et de celui d'une autre personne, déjà connue de nous, que nous jugions agir en sens inverse, nous a donné d'ailleurs l'idée de *réaction*, de résistance, que nous aurons regardée désormais comme inséparable de celle d'effort. Cette corrélation de la résistance à l'effort se sera établie en nous d'autant plus facilement, que nous aurons sans doute joué, alternativement, l'un et l'autre rôle aux diverses phases

Digitized by Google

de certains phénomènes, et que même, dans les premières sensations qui nous auront *éveillés*, nous nous serons sentis passifs ou à peu près uniquement résistants.

La tendance, qui nous est si naturelle, de faire le monde physique à notre image, de lui prêter nos manières de sentir et d'agir, nous aura portés bientôt à attribuer à tout corps que nous tenons immobile, et qui tend notre bras vers une certaine direction, un véritable effort qu'il exercerait dans ce sens et que nous appelons, par exemple, son *poids*, dans le cas ordinaire où c'est vers en bas que nous nous sentons tirés. Elle nous a portés à voir de même, dans toute masse qui tend également notre bras quand nous la traînons derrière nous sur un sol horizontal poli, une autre force, résistante, dépendant des variations de son mouvement, et que nous désignons par le terme d'*inertie* parce qu'elle est de sens contraire à la direction du mouvement *nouveau* imprimé à chaque instant ou qu'elle semble, en particulier, s'opposer à la cessation du repos; etc. Ces forces fictives sont mesurées vaguement par la sensation correspondant au degré effectif de déformation de nos organes quand nous nous jugeons en lutte avec elles : une évaluation plus précise nous est fournie ensuite par la substitution, à chacune d'elles, d'un certain nombre d'autres causes de déformation produisant des effets égaux et susceptibles de se superposer, toutes les fois que nous pouvons les grouper de manière à en obtenir le même effet total que de la proposée. Or un degré déterminé de contraction d'un muscle produit sur l'extrémité mobile de ce muscle une certaine accélération ; et la neutralisation de celle-ci exige chez le corps étranger en rapport avec l'organe, à cause de la loi de conservation des quantités de mouvement, une diminution déterminée de mouvement que mesure, pour l'unité de temps, le produit de la masse de ce corps par l'accélération qu'il perd. Le produit ainsi évalué exprime

Digitized by Google

le résultat, pour le corps, de l'influence mutuelle exercée entre lui et nous : il est à certains égards, dans l'ordre matériel, l'équivalent de notre sensation. Voilà pourquoi ce que nous nous représentons vaguement hors de nous comme des *forces*, comme des causes de mouvement, n'est pas autre chose, dans la réalité physique, que certains produits de masses par des accélérations.

En résumé, d'une part, les lois physiques ont voulu que les produits des masses des divers atomes par leurs accélérations respectives dépendissent des distances mutuelles de ces atomes; d'autre part, nos sensations se trouvent aussi en rapport avec les mêmes distances, en ce qui concerne les atomes dont se composent nos organes. De là, entre les produits de masses par des accélérations, dans le monde matériel, et les sensations d'effort, en nous, un parallélisme qui explique notre tendance à associer constamment ces deux choses, malgré la dissemblance profonde de leur nature, objective, pour la première, purement subjective, pour la seconde.

Les mots *force*, *résistance* et même *inertie* n'ont vraiment leur sens élevé de cause, de réaction active et de réaction passive ou purement absorbante de force, que là où ils perdent leur sens géométrique et où les objets qu'ils désignent cessent d'être capables d'une mesure précise, c'est-à-dire dans la psychologie et la dynamique sociale, où l'on considère l'action d'êtres intelligents sur eux-mêmes et sur leurs pareils.

2.— *Prééminence de la notion d'énergie, en tant qu'elle aurait, hors de nous, un objet plus réel, plus subsistant, que la force des mécaniciens.*

S'il fallait accorder une réalité spéciale, ou comme une existence distincte, à quelque élément mécanique, on devrait de beaucoup préférer aux forces, pour en faire une sorte d'*âme* de la matière non organisée, l'énergie,

Digitized by Google

actuelle ou potentielle, cette chose impérissable dont la transformation et l'échange entre les corps mesurent la valeur dynamique des phénomènes. Les forces exercées du dehors sur un système sont les dérivées, par rapport aux déplacements de mêmes sens des points du système, de l'énergie extérieure qui y pénètre. Il leur reste donc le rôle fort important qui consiste à régler les échanges d'énergie pour certains déplacements effectués: mais ce rôle ne doit pas plus leur faire accorder une sorte d'existence substantielle qu'on n'en accorde à la pente d'après laquelle se règle la vitesse d'un cours d'eau.

On objectera peut-être, dans le but de faire attribuer aux forces de la statique autant de *réalité* qu'à l'énergie ou au travail, ce fait, qu'un être vivant ne *dépense* presque pas moins, ne se *fatigue* presque pas moins, quand il soutient sur place un fardeau ou quand il pousse un obstacle fixe, contre lequel il développe une pression ne produisant aucun travail, aucune force vive, que lorsqu'il porte ce fardeau à une certaine hauteur ou qu'il imprime à un corps des vitesses notables. Mais, en y regardant de près, on reconnaît qu'il y a production de travail dans toute contraction musculaire, dans tout acte d'un être animé, vu que, même à l'état le plus complet possible de repos apparent, la vie est par essence un phénomène dynamique, inséparable d'une combustion continue et d'un renouvellement incessant de matière. Donc, quand un moteur animé soutient un fardeau, c'est, en quelque sorte, à la manière du jet d'eau en forme de gerbe qui maintient immobile, à sa partie supérieure, une sphère métallique creuse, et qui s'épuise à moins qu'un réservoir plus élevé ne l'alimente sans cesse, non à la manière d'une masse liquide en repos, supportant, sans déperdition ou pendant un temps indéfini, un corps qui flotterait à sa surface. Le travail développé par l'être vivant qui pousse un obstacle fixe, comme celui du jet d'eau soutenant

Digitized by Google

en équilibre une sphère, ne s'emploie réellement pas à produire cet effet, qui n'en est pas un pour le mécanicien et qui sert tout au plus d'occasion au phénomène dynamique proprement dit: ce travail, à peine dépensé, *se dissipe*, c'est-à-dire se convertit entièrement en mouvements vibratoires, en chaleur, etc. (1)

3. — *Nécessité de ne pas confondre l'idée d'effort avec celle de tension musculaire, non plus qu'avec toute autre notion mécanique ou purement physiologique.*

Les vraies puissances du monde physique ont-elles

(1) Je vois, en lisant l'intéressant ouvrage intitulé « *La Machine animale, locomotion terrestre et aérienne* », par M. Marey, professeur au Collége de France (chap. IV, p. 35, et chap. V, p. 44 à 49), que l'idée émise ici, au sujet de l'énergie incessamment dépensée par un muscle en état de contraction permanente, n'est pas prouvée seulement par un échauffement très-sensible du muscle, comme il fallait bien s'y attendre. Elle l'est aussi par l'existence d'un son grave, qu'un grand nombre d'observateurs ont entendu, et qui peut s'élever notablement à mesure que l'effort ou la contraction augmentent : ainsi, le muscle tendu est dans un état vibratoire persistant.

Enfin, on peut expliquer expérimentalement, d'une certaine manière, la contraction elle-même, en excitant à plusieurs reprises, sur un quelconque de ses points, une fibre musculaire en repos. Chaque excitation isolée provoque, au point dont il s'agit, la formation d'un gonflement transversal de peu de longueur, inséparable d'un raccourcissement longitudinal proportionnel : ce gonflement se propage de là, avec une vitesse comparable à un mètre par seconde, jusqu'aux deux extrémités de la fibre, pour y disparaître finalement ; de même qu'une onde solitaire, produite par un brusque refoulement de l'eau d'un canal, se propage le long du canal, et vient mourir, en déferlant, à son extrémité, si l'on suppose que le fond y soit en pente douce ou que la profondeur y diminue graduellement jusqu'à zéro. M. Marey voit dans ce gonflement du muscle l'effet mécanique d'une combustion partielle, qui ne durerait qu'un instant très-court en chaque endroit, mais qui se propagerait, le long de la fibre musculaire, à la manière d'une traînée de poudre qu'on enflamme. Quand des *ondes musculaires* isolées se suivent d'assez près, les gonflements se superposent et peuvent déterminer, sur toute la longueur, une contraction permanente, assez analogue à l'intumescence générale, résultant de la fusion d'ondes solitaires successives, que fait naître un refoulement presque continu de l'eau d'un canal.

M. Marey admet que les contractions ordinaires d'un muscle soumis à la volonté ne sont, pareillement, que les effets d'excitations volontaires isolées, se suivant à des intervalles d'autant plus courts que l'effort est plus grand ; et une analogie plausible le conduit à prendre, pour le nombre des excitations élémentaires, celui des vibrations sonores doubles ou complètes produites en même temps, vibrations qui peuvent s'évaluer d'après la hauteur du son entendu.

Digitized by Google

assez d'analogie avec celles que nous sentons s'agiter en nous, ou dont la conscience nous fournit quelque notion, pour que nous puissions espérer les connaître jamais autrement que par leurs effets perceptibles, c'est-à-dire autrement que dans les changements de forme, dans les mouvements susceptibles de mesure, de représentation géométrique, seuls objets que notre nature intellectuelle nous permette de voir clairement parmi ceux qu'elle nous présente comme extérieurs au *moi*? Il faudrait pouvoir répondre à cette question, avant d'imposer, avec quelque chance de rencontrer juste, le *type* de notre propre force aux agents inconnus de l'ordre matériel.

En tout cas, il ne serait guère probable que le sentiment de l'*effort*, ou quelque chose d'équivalent approprié à la manière d'être des corps bruts, fût le caractère vraiment distinctif de l'activité déployée par les puissances physico-chimiques, si l'on continuait à admettre que celles-ci se confondent avec les forces des mécaniciens. Car, en nous, le sentiment de l'effort n'est pas corrélatif uniquement aux contractions musculaires qui mesurent la force mécanique mise en œuvre, bien que, vraisemblablement, ces contractions ne manquent jamais de le précéder ou de l'accompagner. Dans les actes volontaires, par exemple, la conscience nous fait rattacher le sentiment d'effort à l'action même du *moi*, de ce qui se sent *principe directeur*, comme à sa cause *immédiate* : elle nous le montre en rapport de grandeur ou d'intensité avec cette action du principe directeur, laquelle échappe pourtant aux mesures dynamométriques; en sorte que la valeur, en kilogrammes, de la *vraie cause* du mouvement, du *moi* voulant et agissant, est alors nulle, quoiqu'un *effort* considérable lui corresponde, et en donne une certaine appréciation quantitative, pour le moins autant qu'il correspond à l'effet dynamométrique produit. L'effort ne serait donc pas exclusivement propre à la force mécanique et n'en constituerait pas le caractère distinctif.

Digitized by Google

Est-ce à dire que le mécanicien doive s'abstenir désormais de se représenter, comme il l'a fait jusqu'ici, les produits algébriques de masses et d'accélérations par des *cordes*, ou d'autres liens matériels, attachés à ces masses et qu'une main invisible tirerait plus ou moins fort dans le sens même des accélérations? Nullement : cette image est légitime, puisque de pareils liens ainsi tirés produiraient précisément les accélérations qu'on a en vue; et elle présente l'avantage, immense à certains égards, de traduire la question géométrique dans la langue si riche du sentiment, des connaissances vagues acquises peu à peu par l'expérience des choses, mais trop complexes pour avoir pu être débrouillées. Elle permet donc au géomètre d'utiliser, dans les questions difficiles où la claire vision lui fait défaut, un fonds inépuisable de demi-lueurs, devenues instinctives ou passées dans le domaine du sens commun; et il lui suffit d'en retraduire ensuite les données dans la langue de la mécanique positive, pour les dépouiller de leurs éléments purement subjectifs.

Digitized by Google

ÉCLAIRCISSEMENT RELATIF AU NUMÉRO 1 (p. 35).

Du rôle des équations aux dérivées partielles en physique mathématique

La manière dont j'énonce ce principe, que les lois physiques et chimiques équivalent à des équations différentielles ou déterminent la dérivée, par rapport au temps, de l'état actuel, en fonction de l'état actuel lui-même, montre que je comprends comme cas particulier, ou du moins comme cas limite, parmi les équations différentielles, les équations aux dérivées partielles (à quatre variables indépendantes, t, x, y, z) que l'on a l'habitude d'étudier en physique mathématique. En effet, si l'on remplace, dans celles-ci, les dérivées en x, y, z par leurs expressions approchées, proportionnelles aux différences correspondantes très-petites des fonctions différentiées, définissant l'état actuel, prises au point considéré (x, y, z) et aux points voisins qui auraient les coordonnées x, y, z augmentées respectivement des multiples positifs ou négatifs de petites constantes Δx, Δy, Δz, puis si l'on fait décroître indéfiniment ces constantes, on voit que de pareilles équations, aux dérivées partielles, sont les limites d'un système d'équations différentielles ordinaires, qui régirait les changements d'état de points matériels définis par les intersections d'une triple famille de plans équidistants parallèles aux plans coordonnés.

Ainsi, de telles équations aux dérivées partielles rentrent, comme cas limite, dans les équations différentielles, et peuvent être embrassées avec celles-ci sous un

Digitized by Google

point de vue commun. Transformées comme il vient d'être dit, c'est-à-dire en faisant disparaître de leurs seconds membres toutes les dérivées en x, y, z qui s'y trouvaient contenues, elles sont, à certains égards, plus simples que des équations différentielles quelconques ; car, dans les seconds membres dont il s'agit, les fonctions inconnues se trouvent groupées d'une manière qui ne change pas quand on passe d'un point à d'autres, et, de plus, chacun de ces seconds membres ne contient que les valeurs actuelles de quantités se rapportant au point même dont l'état a sa dérivée, par rapport au temps, exprimée (quant à un de ses éléments) par le premier membre, ou à des points tout proches de celui-là. Mais, d'un autre côté, le passage à la limite rend ces équations équivalentes à une triple infinité d'équations différentielles, et il résulte souvent, de cette infinité même, ainsi que de la continuité en x, y, z qui s'y joint, une difficulté extrême pour se rendre compte de l'étendue exacte des équations, du degré de généralité que comportent leurs intégrales, des relations accessoires, telles que conditions spéciales se rapportant aux surfaces-limites, etc., qu'il faut leur adjoindre pour déterminer complétement les changements d'état.

Il était donc naturel, dans cette étude, qui n'est qu'un essai, de ne pas parler plus explicitement que je n'ai fait des équations aux dérivées partielles.

D'ailleurs, leurs solutions singulières comporteraient infiniment plus de variété, et donneraient lieu à bien plus de réunions et de bifurcations d'intégrales, que celles des équations différentielles ordinaires, si l'on en juge par les enveloppes des surfaces que régit une équation aux dérivées partielles du premier ordre (enveloppes bien connues depuis la théorie classique de Monge), comparées à l'enveloppe de la famille de courbes définie par une simple équation différentielle du premier ordre.

Il y avait pour moi une autre raison de ne pas m'occuper

Digitized by Google

ici des équations aux dérivées partielles. C'est que ces équations ne se présentent pas dans l'étude des questions réelles, tant qu'on se place au point de vue qu'adopte le plus naturellement notre esprit, et qui consiste à considérer la matière comme composée d'atomes disjoints. Elles ne s'introduisent, comme je l'ai indiqué à la page 161 et à la note de la page 93, que pour tenir lieu d'un nombre très-grand d'équations différentielles simultanées, lorsqu'il s'agit d'étudier un ensemble de points matériels presque contigus, que nos méthodes d'observation ne nous permettent pas de discerner, et où un certain état moyen local, en chaque endroit, est seul accessible à nos sens. Alors nous introduisons, sans inconvénient, une continuité fictive là où il y a, en réalité, de petites variations finies insaisissables à nos mesures : ce que nous perdons du côté de la simplicité, en substituant ainsi à un nombre très-grand d'équations simultanées une infinité de telles équations, nous le gagnons largement d'un autre, en mettant plus de régularité, d'uniformité, dans le groupement des éléments matériels et dans la manière dont varie leur état d'un point aux points voisins, c'est-à-dire en remplaçant par des dérivées partielles en x, y, z des rapports de différences finies, qui correspondent en réalité à des variations irrégulières et simultanées de x, y, z.

Digitized by Google

ERRATA.

Page 183, ligne 6, au lieu de t, lisez $t - t_0$.

Page 184, à la fin du numéro 5, ajoutez :

Il ne s'agit ici, bien entendu, que de solutions singulières proprement dites. Les équations différentielles *linéaires* n'en admettent jamais; mais elles peuvent fort bien avoir des intégrales asymptotes. Par exemple, l'équation

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{t} = 0,$$

dont l'intégrale générale est $tx = c$, admet l'intégrale singulière $x = 0$, asymptote, pour $t = -\infty$ et pour $t = \infty$, aux diverses intégrales particulières. Par exemple encore, l'équation classique

$$\frac{d^2x}{dt^2} = x$$

a l'intégrale singulière $x = 0$, asymptote aux solutions simples

$$x = ce^{\pm t},$$

quoiqu'elle ne le soit pas à l'intégrale générale

$$x = ce^{t} + c'e^{-t}.$$

Du reste, ces intégrales asymptotes n'entraînent aucune possibilité de bifurcation dans le problème des petits mouvements d'un système de points autour de certaines situations d'équilibre stable. Elles n'y existent que dans le cas où il y a des résistances passives et où, par suite, les intégrales particulières représentent, non pas des oscillations exactement périodiques, mais des oscillations d'amplitude décroissante, tendant au repos. L'intégrale asymptote exprime alors le repos et elle est un lieu de réunion, non de bifurcation, pour les intégrales particulières, comme il arrive aussi dans le problème du mouvement d'un projectile sans poids à travers un milieu résistant.

Page 212, fin de la ligne 3, au numérateur : à la place de z', lisez z''.

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES.

RAPPORT à l'Académie des sciences morales et politiques, par M. Paul Janet, membre de l'Institut..... 3

AVANT-PROPOS. — Accord de la théorie exposée dans ce mémoire avec l'opinion la plus accréditée relativement à la nature des phénomènes vitaux..... 25

§ I^er^. — Objet de cette étude.

1. — Les lois physico-chimiques déterminent la dérivée, par rapport au temps, de l'état actuel, ou sont exprimées par des équations différentielles..... 35

2. — Ces lois s'étendent très-probablement aux mouvements intérieurs des organismes animés..... 37

3. — Mais, tout en s'exerçant pleinement, elles sont alors insuffisantes pour déterminer la suite des faits, et nécessitent le concours d'un principe directeur, caractéristique des phénomènes vitaux..... 39

§ II. — Considérations sur la représentation analytique des phénomènes, et sur leur division, indiquée par la théorie, prouvée par l'expérience, en deux classes très-distinctes

4. — Le calcul n'atteint, dans l'explication des phénomènes, que l'élément géométrique, et ses résultats doivent même être interprétés avec circonspection..... 42

5. — Expression de l'état statique et de l'état dynamique d'un système de points. Les lois mécaniques déterminent la dérivée du second de ces états en fonction du premier..... 45

Digitized by Google

6. — Division théorique des phénomènes en deux classes, suivant qu'ils dépendent ou ne dépendent pas des lois mécaniques seules..... 48

7. — Cette division, confirmée par l'expérience, correspond à la distinction des êtres inanimés et des êtres vivants..... 53

8. — Réflexions sur les différents modes d'action du principe directeur.... 57

9. — Conciliation du déterminisme mécanique, du déterminisme physiologique et de la liberté morale..... ... 59

10. — La liberté morale doit être comptée parmi les causes qui se trouvent masquées dans les grands nombres. Les lois de la statistique ne prouvent rien contre elle..... 61

§ III. — Exemples de solutions singulières dans des questions de mécanique; elles ne s'y présentent que pour certains modes d'état initial, de manière à expliquer les faits vitaux sans que les problèmes cessent d'être ordinairement déterminés.

11. — Considérations sur le problème réel des mouvements vitaux et sur sa complication. Nous ne pourrons étudier en détail que des cas fictifs bien plus simples..... 63

12. — Des solutions singulières qui se présentent dans le problème du mouvement d'un corps pesant le long d'une route infiniment polie..... 67

13. — Distinction des intégrales asymptotes et des solutions singulières proprement dites..... 72

14. — L'ordre du contact des solutions singulières avec l'intégrale générale peut être très-élevé et même infini..... 78

15. — Les frottements rendent déterminé le mouvement réel d'un point le long d'une courbe. — Considérations sur le principe de la dissipation de l'énergie, sur la réversibilité des mouvements, etc..... 82

16. — Des solutions singulières dans le mouvement rectiligne d'un point attiré ou repoussé par des centres fixes..... 87

17. — Des intégrales singulières que comporte le problème du mouvement de deux points soumis à leur action mutuelle..... 92

18. — L'examen des phénomènes physico-chimiques rend très-probable l'existence de ces intégrales..... 99

19. — Les principes généraux de la mécanique paraissent ne permettre l'existence d'intégrales singulières que pour des modes particuliers d'état initial..... 105

20. — Ces modes d'état initial ne sont autre chose que les conditions matérielles de la vie..... 111

21. — La difficulté que présente leur réalisation n'empêche pas d'ailleurs la vie d'être stable ou persistante..... 114

22. — L'explication des phénomènes vitaux n'exige pas plus de solutions singulières que l'analyse ne nous en a indiqué..... 120

Digitized by Google

IV. — Sur l'existence, pressentie peut-être par Poisson, d'une dynamique supérieure, ou dynamique du principe directeur. — Conclusion de ce mémoire.

23. — Il était naturel que les solutions singulières remplissent, en mécanique, le rôle qui leur est assigné dans cette étude..... 421

24. — Poisson a reconnu, du moins à une certaine époque de sa vie, qu'elles devaient en avoir un, et il a cherché, ainsi que M. Cournot, comment on pourrait lever l'indétermination qu'elles amènent..... 423

25. — L'explication des phénomènes vitaux par les solutions singulières subsiste malgré les divergences d'opinion au sujet des forces..... 430

26. — Sur un problème particulier, dans lequel une hypothèse simplificatrice introduit une intégrale singulière proprement dite compatible avec un déterminisme absolu..... 431

27. — Existence d'une dynamique supérieure, ou dynamique du principe directeur..... 433

28. — Conclusion du mémoire..... 440

NOTES COMPLÉMENTAIRES.

NOTE I. — Évaluation et loi physiologique des sensations..... 443

NOTE II. — Sur les rapports de l'asymptote rectiligne d'une branche de courbe avec les tangentes à cette branche de courbe..... 447

NOTE III. — Sur la possibilité d'attribuer des dérivées à toutes les fonctions continues qui se présentent dans les applications.

1. — Origine des idées de limite, d'infiniment petit, de continuité, etc..... 451

2. — Condition pour qu'une fonction continue admette une dérivée..... 452

3. — Toute fonction continue est la dérivée d'une autre fonction continue... 454

4. — Possibilité de remplacer, dans les applications, toute fonction continue d'une variable par une autre fonction continue admettant autant de dérivées continues qu'on voudra..... 456

— Possibilité de remplacer toute fonction continue de plusieurs variables par une autre qui admette des dérivées partielles du premier ordre continues..... 458

6. — Remarques sur la continuité relative dans les quantités physiques. 460

NOTE IV. — Démonstration de l'existence des intégrales générales et de la possibilité d'intégrales singulières. — Digression sur les notions d'aire et de volume.

1. — Tout système d'équations différentielles simultanées admet un système d'intégrales générales et un seul. — Il peut admettre, en outre, des solutions singulières..... 462

Digitized by Google

2. — Des réunions et des séparations d'intégrales, lorsqu'elles ont lieu, se font de deux manières bien différentes, suivant qu'elles correspondent, ou non, à des solutions singulières. — Calcul des solutions singulières.. 167

3. — Forme normale des intégrales générales et autre mode de calcul des solutions singulières 169

4. — Comparaison des deux procédés, indiqués ici, pour le calcul des intégrales singulières. Application du premier à l'équation différentielle du premier ordre, etc..... 173

5. — Application de la propriété des facteurs d'intégrabilité à l'intégration des équations différentielles par approximations successives..... 181

6. — Sur les notions d'aire et de volume..... 184

NOTE V. — Théorie du mouvement quasi-circulaire d'un point attiré par un par un centre fixe et des oscillations d'un corps pesant sur une surface de révolution à axe vertical.

1. — Mouvement quasi-circulaire d'un point attiré par un centre fixe. — Lois de première approximation..... 189

2. — Condition pour que la trajectoire se ferme, à une première approximation, au bout d'un certain nombre de révolutions du mobile autour du point fixe..... 192

3. — Lois du mouvement quasi-circulaire à une approximation plus élevée.. 194

4. — Lois d'attraction pour lesquelles les trajectoires quasi-circulaires se ferment à une approximation plus élevée que la première..... 199

5. — Coup-d'œil sur le cas extrême (opposé à celui d'orbites circulaires), dans lequel les trajectoires sont infiniment aplaties ou infiniment allongées..... 200

6. — Des mouvements quasi-circulaires d'un point pesant sur une surface de révolution à axe vertical : formules générales..... 204

7. — Détermination des constantes 207

8. — Sur la forme que doit avoir la surface, pour que les trajectoires quasi-circulaires y soient, à une première approximation, des courbes fermées.. 210

9. — Restrictions qu'une approximation plus élevée introduit dans les résultats obtenus..... 215

10 — Étude des petites oscillations d'un point pesant sur une surface de révolution à axe vertical. — Équations différentielles..... 220

11. — Mouvement du point pesant le long de son méridien..... 223

12. — Mouvement angulaire du meridien lui-même..... 224

13. — Durée d'une oscillation complète et vitesse de rotation de la petite orbite décrite..... 227

14. — Cette orbite mobile est une ellipse, en projection horizontale, même à une deuxième approximation : mais le mouvement, estimé suivant la direction de ses axes, ne se fait plus pendulairement..... 229

Digitized by Google

15. — Observations diverses. — Propriétés de l'ellipsoïde de révolution dont l'axe vertical polaire vaut la moitié de l'axe équatorial et de la surface qui a pour méridien une cycloïde..... 232

NOTE VI. — Pourquoi l'imagination nous fait-elle attacher un sens d'effort à des produits de masses par des accélérations? — Réflexions diverses sur les forces, etc.

1. — Origine probable de la notion de force mécanique..... 241

. — Prééminence de la notion d'énergie, en tant qu'elle aurait, hors de nous, un objet plus réel, plus subsistant, que la force des mécaniciens... 243

— Nécessité de ne pas confondre l'idée d'effort avec celle de tension musculaire, non plus qu'avec toute autre notion mécanique ou purement physiologique..... 245

Eclaircissement relatif au numéro 1. — Du rôle des équations aux dérivées partielles dans la physique mathématique..... 248

Errata..... 251

Digitized by Google

Erratum, *se rapportant à la note des pages* 193 *et* 194.

Le lecteur est prié de remplacer les lignes 6 à 12 de cette note par ce qui suit :

« .... à une distance de celui-ci très-sensiblement différente de la distance vraie. Avant l'invention de la lunette astronomique, les astres, à l'exception du soleil et de la lune, se réduisaient pour l'œil à de simples points lumineux : l'observation n'indiquait donc pour chaque planète que la direction suivant laquelle elle était vue à un moment donné, en sorte qu'une infinité de trajectoires, extrêmement différentes les unes des autres, pouvaient représenter à la rigueur les mouvements de chacune d'elles. Seules, les orbites du soleil et de la lune avaient pu être déterminées avec plus de précision, grâce à la connaissance que l'on avait de leurs diamètres apparents. L'observation des phases de la lune, qui ne s'expliquent naturellement que par la triple hypothèse de l'opacité de cet astre, de sa sphéricité et de son éclairement par le soleil, avait même permis, comme on sait, en appréciant la distance angulaire du soleil et de la lune aux moments des quadratures, de prouver que la lune est beaucoup plus près de nous que le soleil. Quand les lunettes eurent rendu perceptible le diamètre apparent des planètes et fait connaître leurs phases ou d'autres détails les concernant, ces nouvelles données permirent de comparer, comme on avait fait pour la lune, leurs parallaxes à celle du soleil et de fixer certaines limites où elles doivent être comprises. Mais des procédés de mesure utilisant de pareilles données sont bien vagues et ne conduisent que très-exceptionnellement à des résultats suffisamment exacts. Donc, jusqu'à ce qu'on ait trouvé des méthodes d'observation assez précises pour rendre sensible la différence de direction des deux rayons visuels qui vont de deux observateurs terrestres vers le centre de de la même planète, la meilleure des raisons prouvant la réalité du système astronomique moderne consistera dans la simplicité..... »

Digitized by Google

Digitized by Google

DES ORIGINES DE LA PROPRIÉTÉ

Par M. TELLIEZ,

Membre titulaire.

Lu à la Séance du 1er mars 1878.

L'histoire de la propriété se confond, pour ainsi dire, avec celle de l'humanité. La notion du tien et du mien est aussi vieille que le monde.

A quelqu'âge qu'on se reporte, en effet, on ne comprend pas l'existence de l'homme sans qu'au moins ses armes, ses filets, ses vêtements, ses troupeaux, l'abri qu'il s'est créé, les produits de sa chasse et de sa pêche, lui aient appartenu.

Il semble donc que, de toute évidence, le droit de propriété ait dû et doive toujours être considéré comme la condition essentielle, non pas seulement de toute organisation sociale, mais même de l'existence humaine; et, cependant, le principe de la propriété reste contesté.

Mon intention est de rechercher d'abord quelles sont les véritables origines de ce principe.

Après avoir tenté d'établir qu'il est éminemment respectable, je me propose de montrer, dans un deuxième travail, que, généralement reconnu, il varie singulièrement dans des applications, et que c'est en France que la

Digitized by Google

mise en pratique laisse le moins à désirer. D'où je tirerai cette conclusion que c'est en France aussi que les atteintes au droit de propriété sont le moins à redouter.

I.

La recherche des origines du droit de propriété est du ressort des sciences morales, de la philosophie, du droit, et de l'économie sociale. Elles s'y sont appliquées ; mais, jusqu'au début de ce siècle, leurs systèmes ont été différents et inconciliables avec les principes essentiels de chacune de ces sciences. J'en conclus qu'aucune de ces théories n'était vraie. Je tiens pour règle, en effet, que loin d'être rivales, ni même indépendantes, les sciences morales sont solidaires et que dans cet ordre d'observations, comme dans l'observation des phénomènes physiques, il n'est pas de proposition qui doive être admise comme vraie, si elle blesse aucune des lois indiscutables propres à chaque science.

Déjà, dans un autre travail, humble disciple de l'économie sociale, j'ai tenté de démontrer que toujours ses préceptes se justifient au regard de la morale et du droit Cette fois encore, j'espère établir que la théorie économique de la propriété est conforme aux principes les plus purs des autres sciences morales. S'il en était autrement, je la jugerais, par cela seul, défectueuse et inadmissible.

Les philosophes et les jurisconsultes ont donné deux explications du principe de propriété.

Dans la première, le raisonnement est celui-ci :

L'homme est une force essentiellement libre. La Providence l'a soumis à des besoins et armé de facultés pour satisfaire à ces besoins. En le plaçant au milieu de la création, elle a voulu qu'il pût faire tourner à son usage

Digitized by Google

les choses qui l'environnent. Si donc usant de ses facultés, il s'empare le premier de l'un des objets de la création, le respect de sa personne et de sa liberté commande le respect de l'acte lui-même et de son résultat : l'assimilation de la matière à la personne.

La propriété a sa base dans le caractère sacré de la personnalité humaine. Ravir à un homme ce qu'il s'est assimilé par sa libre activité, c'est attenter à sa liberté, à son inviolabilité. Étant admis, en effet, que l'homme a dans ses facultés une première propriété sacrée, il faut admettre qu'il en a une seconde non moins adhérente à son être et non moins sacrée dans le produit de ses facultés.

Ce mode de démonstration ne manque assurément ni de grandeur ni de vérité. Mais propre à expliquer, par des considérations élevées, le droit du premier occupant, suffit-il à complètement légitimer le principe de propriété ? Je ne le crois pas. C'est aux économistes qu'il a été donné d'y ajouter un complément nécessaire qui justifie, cette fois, sans conteste, le droit de propriété.

Nous y reviendrons après avoir examiné le second système des philosophes et des jurisconsultes.

Celui-là est des plus simples, en apparence ; en réalité, le plus contraire à la vérité, le plus dangereux dans ses conséquences.

Le point de départ est le même que dans le premier mode de raisonnement : Dieu, en plaçant l'homme au milieu de la création, l'en a fait le maître ; mais on ajoute, il a ainsi créé au profit de tous une communauté de biens qui rend chacun des individus co-propriétaire de la totalité de ces biens ; et, si l'un d'eux ou quelques-uns, prennent dans ce tout une part qu'ils s'approprient, ce ne peut être qu'en vertu du consentement des autres, par une convention qui se traduit sous forme de loi. C'est donc la loi seule qui donne naissance à la propriété individuelle.

Digitized by Google

Dans cet ordre d'idées, on le voit, la propriété ne serait plus de droit naturel, elle n'aurait d'autre origine que le droit civil. Je doute que ceux qui ont ainsi raisonné se soient rendu compte, d'abord, de la distinction qu'il y avait à faire entre le droit naturel et le droit civil, puis des conséquences de leur théorie.

Elle n'est autre, cette théorie, que celle qui consiste à dire qu'il n'y a pour l'homme de droits et de devoirs que ceux qui sont consacrés par le Code civil et le Code pénal. Que l'état social est tout-à-fait d'invention humaine. C'est le contrat social de Jean-Jacques Rousseau, c'est le point de départ des doctrines de Babœuf, de Robespierre et de tous ceux qui prétendent, à leur gré, régler le sort de l'humanité suivant le système que chacun d'eux conçoit.

Une fois, en effet, qu'on admet en principe que c'est le législateur qui *crée* la propriété, il n'y a pas de limite aux combinaisons suivant lesquelles les hommes et les choses peuvent être ordonnés et arrangés par la loi. Il n'y a pas de jour qui ne puisse faire éclore un nouveau système d'organisation sociale. Notre siècle compte parmi les plus célèbres, ceux de Fourier, de Saint-Simon, d'Owen, de Cabet, de Proud'hon, de Louis Blanc, mais il y aurait folie de croire qu'il n'y a que ceux-là de possibles. Chaque matin peut en voir naître de plus séduisants que ceux de la veille, et alors voyez l'embarras si, dès qu'un système prévaut, il s'en révèle tout-à-coup un autre plus parfait, *en apparence*.

Tel serait pourtant l'état d'une société partant de ce principe que l'ordre social n'a pour fondement que des conventions, des inventions mêmes et non des lois providentielles, d'éternelle justice, dont les lois humaines ne doivent être que le reflet. Avais-je raison de dire qu'en émettant cette opinion : que la propriété n'a d'autre origine que la loi, ceux qui avaient ainsi parlé ne s'étaient pas rendu compte des conséquences de leur proposition ?

Digitized by Google

Assurément, la plupart d'entr'eux comptent, et avec raison, parmi les plus grands esprits de leur siècle. Tels : Grotius, Bentham, Montesquieu, Rousseau, Tronchet, Mirabeau et d'autres non moins célèbres que j'omets. Comment donc concevoir qu'ils aient pu commettre une aussi grave erreur que celle qui consiste à prendre l'effet pour la cause, l'apparence pour la réalité. En dehors même de notre imperfection, qui soumet à l'erreur les plus grands génies, voici comment je me l'explique :

A l'époque où vivaient ces écrivains, la propriété était hors de conteste, et l'intérêt de déterminer avec exactitude son origine n'apparaissait point. La définition qu'ils en ont donnée, la plupart d'entre eux l'ont faite d'un trait de plume. S'ils avaient pu prévoir qu'un jour viendrait où cet élément essentiel d'ordre social serait remis en question, comme tous les autres, d'ailleurs, ils eussent davantage creusé le sujet et très-probablement découvert la vérité. Car, de leur nombre, si j'en excepte Rousseau (et encore j'hésite pour ma part à le considérer comme absolu dans cette idée que tout dans l'état social est de convention), de ce nombre, dis-je, il en est beaucoup qui ont cru à l'existence de lois providentielles antérieures aux lois humaines. Ils avaient la notion du droit naturel inné dont les règles sont écrites dans la conscience de l'homme.

Ils reconnaissaient que celui-là est supérieur au droit civil dont il est, pour ainsi parler, le principe, la source, l'origine : à ce point que, suivant une comparaison que vous excuserez chez moi, les lois humaines ne peuvent être au droit naturel que ce que la jurisprudence est au droit civil. Elles peuvent en rechercher, en étendre et en assurer l'application, jamais le violer.

Si donc, je le répète, les éminents esprits dont je viens de parler, eussent mieux compris l'importance qu'il y avait à ne pas commettre d'erreur sur l'origine de la propriété, nul doute, à mon avis, que par un examen plus

Digitized by Google

approfondi, ils eussent reconnu qu'elle est de droit naturel. Ce qui témoigne du peu d'importance qu'ils attachaient à cette question, c'est qu'on ne voit nulle part que la discussion se soit engagée sur les deux principes si différents mis en présence à une époque, pourtant, où l'esprit de lutte et le choc des opinions (d'où jaillit la lumière) étaient si fréquents, c'est qu'alors ni philosophes, ni juristes, ni économistes ne se doutaient des conséquences que l'on s'efforcerait de tirer des prémisses posées.

Les événements ont dépassé leurs prévisions et aujourd'hui c'est une question d'intérêt supérieur, fondamental, que celle qui se résume ainsi :

La propriété est-elle de droit naturel ou de droit civil?

Si elle est de droit civil, il appartient au législateur de la maintenir, ou de la supprimer. Si elle est de droit naturel, les lois civiles ne peuvent que se borner à la garantir, à lui assurer le meilleur fonctionnement possible, en respectant toujours le principe lui-même.

Vidons à fond le débat, il en vaut la peine.

Il n'est guère de constitution, aujourd'hui, qui ne mette en tête de ses principes :

« *La propriété est inviolable et sacrée.* »

Pourquoi ? Parce qu'il est si vrai que la propriété est antérieure à toute loi, qu'elle est reconnue même parmi ceux qui n'ont pas de loi : ainsi un homme, un sauvage, si vous voulez, s'est construit une hutte, un autre sauvage vient l'en chasser. D'instinct, tous ceux qui seront les témoins de cet acte le considéreront comme un attentat et tendront à le réprimer. C'est en vue de cette répression que se formera la loi qui met la force publique au service de la propriété. C'est donc la loi qui naît de la propriété et non la propriété de la loi.

Il est tellement de droit inné, d'institution divine, le principe du tien et du mien, que nous le reconnaissons même au profit des animaux. Qui de nous, en effet, en

Digitized by Google

voyant un oiseau s'emparer du nid d'un autre oiseau n'y verra une spoliation ?

La plante elle-même ne peut vivre qu'en s'appropriant les substances, les sels, les gaz qui sont à sa portée, et il suffit d'y faire obstacle pour qu'elle meure.

De même l'homme ne peut vivre que par l'appropriation. Supprimez ce phénomène nécessaire à sa vie et lui aussi mourra. Tout ce qui existe est soumis à des besoins, à la nécessité d'y satisfaire sous peine de mort. Lorsque donc, obéissant à la loi du besoin je me suis assimilé, approprié une substance quelconque, la raison que Dieu a mise en nous, la conscience, ne disent-elles pas que c'est à mon profit et non à celui d'un autre que cet acte doit d'être accompli ?

D'où l'expression *propriété*, c'est-à-dire un droit propre, privatif au regard d'autrui.

Mais, à ce droit il faut une sanction; pour l'avoir, la rendre sûre, efficace, on se concerte, on adopte une résolution commune qui consiste à mettre la force de tous au service du droit de chacun. C'est donc la loi qui est de convention et non le droit qu'elle consacre.

Je crois avoir démontré que la propriété est de droit naturel, antérieure à la loi civile, qui ne fait que la réglementer. Abordons maintenant la théorie des économistes. Elle est propre à satisfaire toutes les intelligences droites et à ne laisser aucun doute dans l'esprit de personne. Qu'il s'agisse de n'importe quel genre de propriété, foncière, mobilière, intellectuelle, artistique, elle établit que toutes ont une même origine et droit au même respect.

Des deux systèmes que nous venons de mettre en présence, les économistes ne repoussent pas complètement le premier, seulement ils lui veulent un complément qu'ils posent comme nécessaire.

Ils réprouvent énergiquement le second qui consiste à ne voir dans la propriété qu'une création de pure convention.

Digitized by Google

Dans le premier, le principe de propriété repose sur le droit du premier occupant. A cet égard il faut s'entendre et suivant que le fait de l'occupation première sera plus ou moins caractérisé, cette théorie se rapprochera ou s'éloignera de celle des économistes. Ils posent, eux, comme principe, que la propriété ne peut pas résulter d'un fait accidentel, abstrait, souvent même de hasard, comme celui d'une occupation première dans le sens le plus habituel des mots, qu'il lui faut une origine plus noble et plus légitime : *le travail*. Je m'explique :

Pour qu'il y ait propriété fondée sur le droit du premier occupant, suffit-il, par exemple, que dans une contrée vierge un homme ait étendu la main sur un espace de terrain, en disant : « Ceci est à moi. » Avec les économistes je le conteste, et cela ne serait pas plus décisif, à mon sens, que si, au lieu de désigner du geste le terrain, il eût désigné un oiseau volant dans l'espace. Pour que l'oiseau lui appartienne, il faut qu'à l'aide d'un effort il s'en soit emparé et ait ainsi créé à son profit une valeur que n'avait point l'oiseau à l'état de liberté. De même pour que, légitimement, la terre lui appartienne, il faut qu'il l'ait ou clôturée, ou défrichée, ou desséchée, ou nivelée, qu'il lui ait enfin donné une valeur qu'elle n'avait point. Placée en-dehors de l'action humaine, elle n'en avait aucune (de valeur), pas plus que l'oiseau lorsqu'il vivait dans l'espace. Pour l'oiseau comme pour la terre, l'appropriation ne peut s'accomplir que par la mise en œuvre des facultés de l'homme en vue de les assujettir à ses besoins : *par le travail*.

Cela étonne, au premier abord, et a besoin d'être démontré, surtout pour la propriété foncière à laquelle, dans le sens usuel des mots, on attache une valeur et même une grande valeur qu'elle aurait par elle-même, sans travail humain. Hâtons-nous de le dire, cela vient d'une confusion entre la valeur et l'utilité. L'utilité est l'œuvre de Dieu, la valeur est d'œuvre humaine.

Digitized by Google

Œuvre de Dieu, l'utilité ne s'évalue pas, la peine de l'homme est seule susceptible d'évaluation, seule elle peut créer la valeur et la propriété.

Reprenons notre exemple :

Un homme a étendu la main sur une étendue de terrain en disant : « Ceci est à moi, » et puis c'est tout, il n'a rien fait de plus. Vient un autre homme qui, lui aussi, a conçu le dessein d'occuper ce terrain et se dispose à s'y établir. « Vous voulez cette terre, dit le pre» mier, soit, elle est à moi et vous allez me l'acheter. » —Vous acheter, quoi ? répond le nouvel arrivant ; votre » geste et vos paroles, car enfin c'est la seule chose que » vous ayez faite et qui, par conséquent, soit à vous. » Merci, j'aime mieux en faire autant et m'établir sur » l'espace voisin. » Et si à la prétention du prétendu propriétaire, par seule intention première, il opposait une prétention contraire, serait-il coupable devant sa conscience et celle des autres ?

Tout autre serait l'état des choses si le premier arrivé avait ou clôturé, ou défriché, ou assaini ce terrain, ou y avait établi des constructions, et je rétablis le colloque : « Vous voulez, dit le premier au second arrivant, la » propriété de ce terrain, soit ; pour le mettre en l'état où » il est j'ai dépensé cent journées de travail, donnez-moi » cent autres journées, ou leur représentation en services » quelconques, et je vous cède *ma* terre. »

Sur ces bases, qu'il trouve justes, le nouvel arrivé traite. Est-ce bien la terre qu'il a achetée ? Je ne le crois pas. N'a-t-il pas eu plutôt en vue la rémunération des services incorporés à cette terre ? Vous allez en juger :

Supposons qu'après avoir dit : j'ai dépensé sur *ma* propriété cent journées de travail, vous allez me les rembourser ; le vendeur ajoute : vous me donnerez en outre cent autres journées pour le sol lui-même. Que répondra l'amateur ? « Mais le sol, il n'est pas votre œuvre, il est » celle de Dieu ; il ne vous a rien coûté, pourquoi vous le

Digitized by Google

» paierais-je. Votre prétention est injuste, m'y soumettre » serait une sottise ; je préfère m'établir sur une terre nue » et y faire ce que vous avez fait, j'économiserai ainsi les » cent journées de travail que vous me demandez injuste- » ment, ou m'adresser à un vendeur plus honnête. »

Nue, exempte de tout travail humain, la terre n'a aucune valeur par elle-même, pas plus que l'oiseau qui vole dans l'espace, le poisson qui nage dans la mer, les métaux ou le minerai cachés dans les entrailles du sol ; elle n'en aura que lorsque l'homme lui aura apporté un contingent de services en échange desquels il pourra demander d'autres services.

Ce n'est que par une fausse et vicieuse interprétation qu'on s'imagine que les mots *propriété, valeur*, ont leur substance, leur raison d'être dans l'objet auquel ils s'appliquent. En-dehors de l'idée d'échange de services et des rapports d'homme à homme, ces mots n'ont aucun sens possible. Ainsi pour l'homme vivant isolé, ces expressions n'ont pas leur raison d'être, parce qu'elles ne répondent à rien ; il n'y a pour lui ni propriété ni valeur possible. Robinson a, dans son île, pêché, chassé ; il a pris à la rivière de l'eau qu'il a apportée dans sa hutte. Cette eau, le gibier, le poisson, dont il s'est approvisionné, ont pour lui de l'utilité, ils n'ont pas de valeur, ne lui sont pas propres à l'exclusion d'autrui.

Et, en effet, à qui pourrait-il dire : Ne touchez pas à ce gibier, à ce poisson, à cette eau, ils m'appartiennent ; ou bien, rendez-moi un service équivalent à la peine qu'ils m'ont coûtée, et je vous les cède. Il y a là une preuve de la distinction très-vraie existante entre l'utilité gratuite et l'utilité née d'un service humain, distinction propre à faire comprendre que dans le rouage social, ce n'est pas ce qui vient de Dieu qui constitue la propriété, ni la valeur, mais seulement ce qui vient de l'homme.

L'homme ne peut rien créer, donc il n'a aucun droit

Digitized by Google

sur la matière proprement dite et, en réalité, aucun de ses semblables ne consentira jamais à lui reconnaître un droit de cette nature, quelque puisse être le degré d'utilité de la substance en elle-même sur laquelle se porte son effort. Si grande qu'elle puisse être (cette utilité), elle ne peut créer aucun droit à son profit, son droit ne peut porter que sur ce qu'il a produit, c'est-à-dire sur l'utilité *onéreuse* qu'il ajoute à l'utilité *gratuite* préexistante. C'est à cela seul qu'obéissent la valeur et la propriété.

L'homme produit en allant chercher à la rivière de l'eau qu'il portera au domicile du consommateur. Ce qu'on lui achètera, ce n'est point l'eau qui est à tout le monde, que chacun peut prendre à la rivière, c'est le service qu'il a rendu en la portant là où le besoin d'eau se faisait sentir. Les deux sous par seau représentent un autre service qu'a lui-même rendu le consommateur. Service contre service, il n'y a pas autre chose dans le rouage social.

Que si le porteur de l'eau en demande un prix trop élevé, le consommateur préfèrera l'aller chercher lui-même à la rivière que de donner plus que le service rendu, ou la représentation d'un service équivalent. Et ce qui est vrai au regard du porteur d'eau l'est au regard du chasseur, du pêcheur, du défricheur (si on veut bien me passer cette expression). Aucun d'eux n'a créé ni l'eau, ni le gibier, ni le poisson, ni la terre. Qu'ils les gardent, les consomment ou les échangent, ils n'y trouveront jamais autre chose que la rémunération de leurs services; s'ils les gardent ou les conservent, ce que leur coûte la satisfaction éprouvée, c'est la peine qu'ils se sont donné pour l'obtenir; s'ils les échangent, c'est encore cette peine seule qui servira de terme de comparaison.

Et cependant on insiste, tant est forte l'opinion préconçue que la propriété foncière est privilégiée par son origine et sa nature.

Pour l'origine, « la peine, dit-on, n'est pas propor-

Digitized by Google

tionnée aux avantages. » Pour sa nature « elle ne se consomme pas, ne périt pas, elle est éternelle, elle donne des produits annuels, et on peut même, sans la cultiver soi-même, s'en faire des rentes. »

Tout d'abord, de ce qu'un genre de propriété semble préférable à un autre, est-il par cela même moins légitime? Assurément non, il l'est au contraire davantage, s'il est plus profitable au bien public, et c'est le cas de la propriété foncière.

Examinons pourtant ces objections, je veux ne rien laisser dans l'ombre et dissiper, sans qu'il puisse subsister même un doute, une prévention que je crois aussi injuste que dangereuse.

La peine n'est pas proportionnée aux avantages ?

Ils en ont parlé à leur aise, ceux qui trouvent qu'il y a peu de mérite à s'approprier la terre, et je crois certain qu'ils n'ont pas tenu à s'assurer par expérience personnelle de la vérité de cette assertion. Approprier la terre nue, savent-ils ce que cela comporte de peines et de labeurs ? La terre nue, c'est la ronce et le reptile, c'est le marécage pestilentiel, c'est la souffrance sous les formes les plus pénibles pour ceux qui entreprennent de la soumettre à la puissance humaine. Desséchements, défrichements, épierrements, nivellements, clôtures, accroissement de couches végétales, bâtisses, tels sont les œuvres de ceux qui d'une terre inculte font la terre appropriée. On dit que c'est la terre qui fait le propriétaire, il serait plus juste de dire que le propriétaire ne l'est devenu qu'après avoir fait la terre, non sans doute en tant que matière, mais comme moyen de production. Ce fut si peu un privilége de s'approprier la terre nue que je considère les prétendus *usurpateurs* de la terre plutôt comme les martyrs que comme les privilégiés de la propriété. J'affirme qu'il n'y a pas un champ, même en France, qui puisse s'échanger contre autant de services

Digitized by Google

qu'il en a coûtés pour être mis à l'état de productivité où il se trouve.

Loin de maudire ceux qui se livrent à cette œuvre, je tiens que c'est par des encouragements et des primes qu'on devrait les soutenir et les récompenser.

Usurpation, a-t-on dit, mais on n'usurpe que ce qui appartient à autrui, et puis, où voit-on que la terre inculte fasse défaut à l'audace de nouveaux usurpateurs. En France même, que de marais à assainir, de landes à défricher.

En Amérique, on en offre d'immenses étendues à un dollar et même à un schelling l'acre. Et ce qui représente la valeur du dollar et du schelling, ce n'est pas la terre, c'est la protection, ce sont les routes, les services publics. En-dehors de tout cela, la terre en elle-même n'aurait pas un schelling de valeur, fut-elle d'une incomparable fertilité.

Celui-là qui se rend compte de la quantité d'efforts, de fatigues, de sueurs sans cesse renouvelés qu'il a fallu et qu'il faut pour maintenir chaque terre cultivée à son état de moyen de production, reste bien convaincu que celui qui l'achète ne donne pas service pour service. La valeur de la terre ne diffère de la valeur des autres biens, qu'en ce qu'elle est plus chèrement créée.

Voyez le sort des émigrants, de tous ceux qui, séduits par les avantages que l'on croit attachés à la propriété foncière, se transportent dans des contrées vierges pour s'y faire les pionniers de la culture; que de souffrances les y attendent, que de labeurs et souvent de déceptions. Il n'est pas une relation de voyages qui ne dise que de toutes les entreprises humaines, celle-là est la plus dure, sinon la plus ingrate.

Et puis, une fois la terre créée comme instrument de production, suffit-il d'attendre les résultats de ce premier travail pour, chaque année, en recueillir les fruits? De toutes les sources de production, il n'en est pas de

Digitized by Google

plus prête à tarir. C'est entre la terre et l'homme un combat sans cesse renouvelé, et, loin que cette propriété soit privilégiée par sa nature, il n'en est pas de plus rebelle.

Mais, dit-on encore, comment la terre a-t-elle une valeur si variable et atteint-elle en certains points des prix si élevés. En Sologne, elle vaut à peine 300 fr. l'hectare, tandis qu'elle vaut 6,000 fr. en Flandre et dans les grandes villes jusqu'à 500 fr. le mètre carré ? C'est, indépendamment de la valeur intrinsèque, une question d'offre et de demande qui s'applique à tout. Quand je dis que la valeur a son principe dans un service rendu, je n'entends nullement que toujours aussi la valeur est proportionnée à l'intensité de l'effort. Il faudrait pour cela méconnaître les lois les plus élémentaires des rapports humains. La valeur comme la propriété ne peut naître que d'un service, mais le quantum de la valeur suppose nécessairement d'abord l'idée d'échange, puis la comparaison des services à échanger et mille circonstances peuvent influer sur cette évaluation.

Voici un champ où j'ai jeté, chaque année, outre une grande somme de travail, une quantité considérable d'engrais, il en résulte un accroissement de valeur. En outre, les routes se rapprochent, les débouchés s'étendent, les produits demandés sont plus nombreux, plus variés, plus chers. Enfin, un riche capitaliste veut ma terre à tout prix. Nouvelles sources d'accroissement de valeur. Il n'y a dans tout cela ni injustice, ni exception en faveur de ma propriété. L'action et la réaction de la prospérité ou de l'appauvrissement de tous sur chacun, c'est, ainsi que le dit Bastiat, la loi des harmonies économiques. Dans un milieu riche, le prix de la terre s'élève, il s'abaisse dans un milieu pauvre. Les mêmes raisons qui me feront vendre plus cher ma propriété parce qu'elles lui donneront plus de valeur, donneront aussi plus de valeur aux services de l'avocat, du méde-

Digitized by Google

cin, du professeur, du manœuvre. La simple cession d'une clientèle donnera la même augmentation de prix que celle de ma terre.

La terre ne se consomme pas : mais rien dans ce monde ne se consomme. L'homme peut modifier, transformer, ajouter de l'utilité, il ne peut rien créer ni rien détruire. A la vérité l'oiseau se mange, tandis que la terre ne se mange pas. Mais il pourrait aussi (l'oiseau) être conservé pour la production des œufs ou pour la multiplication de son espèce. Ce sont là des différences d'utilisation qui peuvent être à l'avantage soit de l'oiseau, soit de la terre, suivant le point de vue auquel on se place, sans qu'on puisse rien en induire au point de vue de la légitimité du droit de propriété dont ils peuvent être l'objet. L'oiseau donne des revenus, si on le garde, comme la terre, pourvu qu'on le soigne et qu'on le nourrisse comme il faut soigner et même nourrir la terre. Il meurt (l'oiseau), mais avant de mourir il peut se multiplier ; tandis que la terre ne se multiplie pas. Comme la terre aussi il peut donner des rentes, si le propriétaire, au lieu d'en conserver la possession, en fait profiter un autre moyennant un prix librement débattu. On peut louer une machine, un animal, un meuble, un livre, que sais-je, comme on fait d'une terre.

La différence, je ne la trouve nulle part.

Je me résume :

Des systèmes que j'ai analysés il n'en reste, en réalité, que deux en présence. L'un qui donne pour origine à la propriété la loi ; l'autre qui lui donne pour fondement l'occupation complétée par le travail.

La conséquence logique du premier système, c'est d'offrir aux novateurs un champ sans limites. Dans un pays où il prévaudrait, toute propriété pourrait être chaque jour remise en question. Pendant toute la durée des recherches du meilleur mode de créer le meilleur monde possible, toutes les sources de production : l'agri-

Digitized by Google

culture, le commerce et l'industrie seraient arrêtés dans leur marche. Quel est l'homme, en effet, qui, ne sachant où la loi le placera demain, mettrait au service de la production son capital et ses bras.

Dans le système opposé, c'est le travail qui fonde la propriété, et la loi n'a d'autre mission que de la faire respecter. Le droit pour chacun d'exercer ses facultés comme il l'entend et de jouir du fruit de son travail, c'est le respect de la personnalité humaine, c'est la liberté. C'est la sécurité à l'abri de laquelle se forment les capitaux, sources de richesses. C'est la paix sociale, c'est le lien de famille. Quoi de plus énergique pour solliciter l'activité et donner l'esprit d'épargne que la certitude pour le père de pouvoir transmettre à ses enfants les biens qu'il a su acquérir. Oter enfin la propriété permanente et même seulement en contester la légitimité, c'est briser ou affaiblir le ressort le plus puissant du progrès humain.

Le principe de propriété désormais établi sur la base que je crois la seule vraie, il me reste à examiner comment il a été réglé dans ses applications par la loi française, depuis la Révolution de 1789.

Cette seconde partie de mon travail ne comporte pas les développements auxquels je me suis laissé entraîner dans la première, et je n'y reprendrai que ce qui me paraît utile pour démontrer que le régime actuel de la propriété en France est plus propre à rassurer les esprits, qu'à les inquiéter sur notre état social.

Digitized by Google

SYNOPSIS

DES

HÉMIPTÈRES-HÉTÉROPTÈRES

DE FRANCE,

DE LA FAMILLE DES LYGÆIDES,

Par M. PUTON,

Membre correspondant.

Présenté à la séance du 15 février 1878.

Si tous les naturalistes qui s'occupent d'étudier les richesses naturelles de notre pays s'imposaient la tâche de publier, chacun dans leur spécialité, le résultat de leurs recherches, la Faune française serait beaucoup plus avancée qu'elle ne l'est aujourd'hui, et nous n'aurions pas à regretter de voir beaucoup des pays voisins plus favorisés que nous sous ce rapport.

M'étant occupé plus particulièrement des insectes Hémiptères, je viens aujourd'hui apporter ma petite pierre à l'édifice de ce travail national en publiant un Synopsis d'une des familles de cet ordre. Si le temps et la santé me le permettent, je publierai successivement les autres, et c'est dans cette prévision que je fais précéder mon synopsis des Lygæides de France d'un tableau synoptique des familles qui composent l'ordre des Hémiptères-Hétéroptères.

Mon travail n'est pas une monographie, mais un simple tableau, suffisant, je pense, pour permettre la

Digitized by Google

détermination des espèces que l'on rencontre en France. Il ne fait donc pas double emploi avec la monographie commencée sur un tout autre plan par MM. Mulsant et Rey et qui, d'ailleurs, n'embrasse encore que quelques familles que je réserverai pour les dernières.

Je me suis efforcé d'élaguer de mon travail tout ce qui est inutile et la forme dichotomique m'a permis de restreindre beaucoup son étendue. La synonymie complète m'a aussi paru un luxe superflu : on la trouve dans les traités et catalogues généraux. J'ai donné plus de soins à la partie géographique, et je me suis efforcé de déterminer exactement l'habitat de chaque espèce. Cependant, sous ce rapport, il y a encore beaucoup à faire et, pour éviter les erreurs de déterminations, je n'ai noté pour les espèces rares que les localités de celles que j'ai pu vérifier par moi-même.

Je remercie cordialement les Hémiptéristes français des communications qu'ils m'ont faites et qui m'ont permis d'enregistrer un assez grand nombre d'espèces rares ou nouvelles pour notre Faune ; je citerai notamment MM. André, à Gray; Bellevoye, à Metz; Caulle, à Nogent; Champenois, à La Rochelle; Cuny-Gaudier, à Gérardmer; Damry, à Porto-Vecchio; Deschamps, à à Rouen; Duchalais, à Orléans; Duverger, à Dax; Lethierry, à Lille; Marquet, à Toulouse; Nicolas et le frère Thelesphore, à Avignon; Pandellé, à Tarbes; Perris, à Mont-de-Marsan; Pierrat, à Gerbamont; Docteur Populus, à Coulanges-la-Vineuse; Reiber, à Strasbourg; Rey, à Lyon; Docteur Signoret, à Paris, etc.

Digitized by Google

HEMIPTERA HETEROPTERA

TABLEAU DICHOTOMIQUE DES FAMILLES.

1 (24) Antennes libres, saillantes. Insectes terrestres ou nageant à la surface de l'eau : Sect. I. GEOCORES ou GYMNOCERATA.

2 (23) Ongles insérés à l'extrémité du dernier article des tarses.

3 (4) Bords de la tête tranchants, aigus, cachant l'insertion des antennes qui n'est pas visible d'en haut. Antennes à cinq articles. Ecusson long, dépassant le milieu de l'abdomen.

1. PENTATOMIDÆ.

4 (3) Bords de la tête obtus, insertion des antennes découverte et visible d'en haut. Écusson court ou ne dépassant pas le milieu de l'abdomen. Antennes à quatre articles. (Chez les Reduvidæ et Hebridæ il existe quelquefois de petits articles supplémentaires entre les articles proprement dits).

(6) Meso et métapleures composés de plusieurs pièces. Élytres avec un appendice ou cuneus (*Cimicidæ Reut*).

9. CAPSIDÆ.

6 (5) Meso et métapleures simples. Élytres sans cuneus ou appendice.

7 (16) Tarses à trois articles.

8 (13) Bec non arqué à la base, appliqué au repos contre le dessous de la tête.

9 (10) Membrane des hémélytres avec de nombreuses nervures longitudinales partant d'une nervure transverse parallèle au bord postérieur de la corie. Toujours des ocelles.

2. COREIDÆ.

10 (9) Membrane avec cinq nervures longitudinales seulement. (Dans le genre Pyrrhocoris de la famille des Lygeidæ, il y en a environ huit, mais il n'y a pas d'ocelles).

11 (12) Antennes insérées au-dessus d'une ligne passant du milieu des yeux au sommet de l'épistome. Antennes et pattes très-grèles, très-longues ; les fémurs et le 1er article des antennes avec un brusque

Digitized by Google

renflement tout près du sommet ; le 1er article des antennes beaucoup plus long que la tête. Vertex avec un étranglement devant les ocelles.

3. Berytidæ.

12 (11) Antennes insérées au-dessous d'une ligne passant du milieu de l'œil au sommet de l'épistome. 1er article des antennes moins long que la tête. Antennes et pattes ordinaires. Vertex sans étranglement devant les ocelles.

4. Lydæidæ.

13 (8) Bec robuste et arqué à la base, éloigné du dessous de la tête et non susceptible de s'y appliquer.

14 (15) Bec long. Ocelles entre les yeux et très-rapprochés l'un de l'autre Dernier article des antennes non aminci en soie à l'extrémité. Membrane avec quatre longues cellules longitudinales qui occupent toute sa longueur.

10. Saldidæ.

15 (14) Bec court ; ocelles situés derrière les yeux. Dernier article des antennes sétacé. Membrane avec deux ou trois grandes cellules basales émettant plus ou moins de nervures longitudinales.

11. Reduvidæ.

16 (7) Tarses à deux articles. (Tête avec un fort sillon en dessous pour loger le bec).

17 (18) Pattes antérieures ravisseuses. Antennes cachées au repos dans un sillon sous le bord du pronotum.

7. Phymatidæ.

18 (17) Pattes antérieures non ravisseuses. Antennes non cachées sous le bord du pronotum.

19 (20) Hanches antérieures insérées sur le disque du prosternum. Une forte épine en dehors de la base des antennes. Corps très-aplati en dessus et en dessous.

8. Aradidæ.

20 (19) Hanches antérieures insérées au bord postérieur du prosternum.

21 (22) Clavus membraneux confondu avec la membrane qui est privée de nervures. Insectes vivant sur les plantes aquatiques. (Des ocelles, écusson découvert, élytres non reticulées).

6. Hebridæ.

Digitized by Google

22 (21) Élytres ordinairement homogènes et reticulées, sans distinction de corie, clavus et membrane; pas d'ocelles et écusson caché par le pronotum. (Dans le genre Piesma qui a des ocelles et l'écusson découvert, les joues sont avancées en forme de corne de chaque côté de l'épistome, le clavus n'est pas membraneux, et la membrane, quand elle existe, a quatre nervures longitudinales.)

5. TINGIDIDÆ.

23 (2) Ongles insérés avant l'extrémité du dernier article des tarses, au fond d'une fente à l'extrémité de cet article. Insectes vivant à la surface de l'eau et revêtus en dessous d'une pubescence soyeuse imperméable.

12. HYDROMETRIDÆ.

24 (1) Antennes extrêmement courtes, cachées dans une fossette en dessous de la tête. Insectes vivant dans l'eau. (Un genre au bord de l'eau). Sect. II. HYOROCORES ou CRYPTOCERATA.

25 (26) Des ocelles. Insectes littoraux.

13. PELEGONIDÆ.

26 (25) Pas d'ocelles. Insectes aquatiques.

27 (30) Hanches antérieures insérées sur le disque du prosternum ou à son bord antérieur.

28 (29) Antennes à quatre articles simples. Deux articles aux tarses intermédiaires et postérieurs. Pas d'appendice tubuleux anal.

14. NAUCORIDÆ.

29 (28) Antennes à trois articles, le deuxième avec un prolongement latéral. Un seul article à tous les tarses. Un long appendice tubuleux anal.

15. NEPIDÆ.

30 (27) Hanches antérieures insérées au bord postérieur du prosternum.

31 (32) Bec libre à trois ou quatre articles. Insectes nageant sur le dos.

16 NOTONECTIDÆ.

32 (31) Bec caché, paraissant inarticulé.

17. CORISIDÆ.

Digitized by Google

Famille des LYGÆIDES.

Corps plus ou moins allongé ou ovalaire, de consistance coriace. Tête triangulaire, sans rebord et sans étranglement en avant des yeux. Des ocelles (excepté dans les Pyrrhocoris). Bec et antennes quadriarticulés; celles-ci filiformes ou légèrement renflées au sommet, insérées en dessous d'une ligne allant du milieu des yeux au sommet du clypeus. Pronotum le plus souvent divisé en deux lobes par un sillon ou dépression traverse. Écusson petit ou médiocre, triangulaire. Élytres composées d'une corie, d'un clavus et d'une membrane, celle-ci ayant au plus 5 nervures longitudinales (excepté Pyrrhocoris). Membrane souvent nulle ou rudimentaire. Tarses triarticulés. Abdomen à six segments non génitaux.

Obs. La tribu des Pyrrhocorini mériterait de former une sous-famille se distinguant des autres Lygæides par la nervation de sa membrane, l'absence d'ocelles et surtout le dernier segment ventral non anguleusement échancré chez la femelle; mais son facies est bien le même que celui des autres Lygæides.

C'est cette même considération qui m'engage à laisser les Piesma avec les Tingidides, bien que l'écusson découvert, la présence d'ocelles et la conformation des segments génitaux les rapprochent plus des Lygæides, où les ont du reste classés Spinola, Herrich-Schæffer, Flor, etc.

Par contre, je laisse dans une famille à part les Berytides à cause de leur facies tout spécial, bien qu'ils présentent de grandes affinités avec certains genres exotiques de Lygæides de la tribu des Cymini.

TABLEAU DES TRIBUS.

1 (2) Pas d'ocelles. Membrane avec deux ou trois cellules basales d'où partent d'assez nombreuses nervures plus ou moins fourchues. Plusieurs sutures ventrales courbées ou sinuées extérieurement. Dernier segment ventral non anguleusement échancré chez la femelle. Orifices odorifiques indistincts.

10. Pyrrhocorini.

2 (1) Des ocelles. Membrane avec cinq nervures au plus.

3 (4. 5) Yeux pédonculés. (Tête très-large; stigmates des cinquième et

Digitized by Google

sixième segments ventraux situés sur le ventre et non sur le connnexivum.(*)

4. Henestarini.

4 (3. 5) Yeux de forme allongée, s'étendant obliquement en arrière sur les angles antérieurs du pronotum, qui sont coupés obliquement pour les recevoir. (Tête très-courte et très-large. Clypeus sillonné longitudinalement. Stigmates des trois derniers segments situés sur le ventre).

5. Geocorini.

5 (3. 4) Yeux globuleux, non pédonculés, ni obliquement couchés sur l'angle antérieur du pronotum.

6 (16) Sutures ventrales entières, droites et atteignant le bord de l'abdomen.

7 (8) Joues presque aussi longues que le clypeus, s'étendant bien en avant des tubercules antennifères.

6. Artheneini.

8 (7) Joues très-distinctement plus courtes que le clypeus, moins prolongées en avant des tubercules antennifères.

9 (12. 13) Stigmates abdominaux tous placés sur le connexivum.

10 (11) Ponctuation des cories nulle ou très-obsolete. Les deux nervures internes de la membrane réunies par une nervure transverse. (Pronotum ayant de chaque côté un peu en arrière du bord antérieur un sillon transverse lisse en forme d'S renversé ou d'accolade, qui, dans les autres tribus ne se remarque que dans le genre *Kleidocerus*).

1. Lygaeini.

11 (10) Cories, pronotum et écusson très-distinctement ponctués. Nervures internes de la membrane non réunies par une nervure transverse.

2. Cymini.

12 (9. 13) Stigmates du sixième segment abdominal situés sur le ventre, les autres sur le connexivum. (Corps étroit, allongé, presque parallèle).

3. Blissini.

13 (9. 12) Les stigmates de tous les segments ou au moins des trois derniers placés sur le ventre.

(*) Connexivum : tranche abdominale.

Digitized by Google

14 (15) Ailes sans hamus*. Ventre parallèle, fortement débordé par les cories. Nervures de la membrane parallèles, simples, naissant de la base même de la membrane.

8. Oxycarenini.

15 (14) Ailes avec un hamus sur la nervure transversale (vena connectens). Ventre ovalaire, non ou à peine débordé par les cories. Nervures de la membrane naissant de deux ou trois cellules basales.

8. Heterogastrini.

16 (6) Troisième suture ventrale courbe et sinuée près des côtés qu'elle n'atteint pas (caractère seulement faiblement indiqué dans les genres *Plinthisus*, *Acompus* et *Gastrodes*). Ailes avec un hamus sur la nervure sous-costale (vena subtensa).

9. Pachymerini.

Trib. I. LYGÆINI.

1 (8) Bord apical de la corie droit. Angle apical externe des tubercules antennifères obtus. Insectes à couleurs vives. (Div. I. Lygæaria).

2 (5) Tête non renflée derrière les yeux, qui touchent les angles antérieurs du pronotum.

3 (4) Couleur rouge et noir bien tranchée. Bord postérieur des métapleures droit.

Lygaeus. *Fab.*

4 (3) Couleur brune avec quelques taches flaves, vagues. Bord postérieur des métapleures oblique.

Lygæosoma. *Spin.*

5 (2) Tête renflée derrière les yeux qui sont éloignés des angles antérieurs du pronotum.

6 (7) Fémurs inermes. Pronotum caréné longitudinalement. Quatrième article des antennes égal au deuxième.

Arocatus. *Spin.*

7 (6) Fémurs antérieurs avec une épine près du sommet chez les mâles.

(*) Hamus : petite nervure qui part non de la base de l'aile, mais est insérée sur une des nervures principales, avec laquelle elle forme un crochet.

Digitized by Google

Pronotum non caréné. Quatrième article des antennes bien plus long que le deuxième.

CAENOCORIS. *Fieb.*

8 (1) Bord apical de la corie sinué. Angle apical externe des tubercules antennifères aigu. Insectes à coloration flave ou grisâtre variée de brun.

(DIV. 2 ORSILLARIA).

9 (10) Fémurs antérieurs épineux. Rostre atteignant et dépassant même l'extrémité de l'abdomen. Corps plus grand et plus déprimé.

ORSILLUS. *Dall.*

10 (9) Fémurs antérieurs inermes. Rostre ne dépassant pas les hanches postérieures. Taille plus faible.

NYSIUS. *Dall.*

DIV. 1. LYGÆARIA.

LYGÆUS. *Fab.*

1. (2) Une carène longitudinale au pronotum, atteignant le bord antérieur. Tête noire avec un petit point rouge sur la nuque.

1 L. VENUSTUS. *H.-S.* Pronotum noir avec les bords antérieurs et latéraux et une bande médiane rouge. Corie rouge avec une grande tache noire en triangle au niveau du milieu, clavus noir avec la base rouge. Membrane noire avec le bord arqué finement blanc. Segments ventraux et sternaux bordés de rouge. Long. 9-9 1/2 m.

France moyenne et méridionale. Commun à Paris sur le Cynanchum vincetoxicum.

2 (1) Carène longitudinale du pronotum écourtée en avant.

3 (8) Tête rouge et noire.

4 (5) Femurs inermes chez les mâles. Poitrine noire.

2. L. EQUESTRIS. *Lin.* Pronotum noir en avant et en arrière, au milieu une bande transverse rouge, irrégulière, trifide en avant. Corie rouge, une bande noire sur le milieu; un point noir au milieu

Digitized by Google

du clavus, qui est rouge avec le sommet rembruni. Membrane noire, une tache centrale ronde, une à la base et le bord arqué blancs. Ventre rouge, chaque segment avec deux taches noires de chaque côté, à la base, l'une au côté externe, l'autre près du milieu, dernier segment noir. Long. 10-12 m.

Commun dans toute la France.

5 (4) Fémurs épineux en dessous chez les mâles. Poitrine avec trois taches rouges de chaque côté.

6 (7) Bords externe et apical de la corie rouges.

3 L. Militaris. *Fab.* Pronotum rouge sur les bords latéraux et avec une bande médiane longitudinale irrégulière de même couleur, large à la base et étroite en avant où elle n'atteint pas le bord antérieur. Corie rouge, une bande noire transverse au milieu ; clavus rouge avec le sommet obscur et une tache noire un peu avant le sommet. Membrane noire, son bord arqué concolore, une tache blanche ronde centrale et une ou deux petites à la base. Chez les exemplaires d'Algérie la membrane est entièrement blanche. Ventre rouge, la base des segments noire au milieu au moins, une tache triangulaire à la base au côté externe et une arrondie sur chaque stigma. Long. 12 à 14 m.

France méridionale.

7 (6) Bords externe et apical de la corie noirs.

4. L. Saxatilis. *Scop.* Pronotum noir avec une ligne rouge latérale souvent interrompue et une médiane raccourcie avant le bord antérieur. Cories noires sur les bords, le centre irrégulièremen rouge et portant une tache noire souvent confluente avec les bords. Clavus rouge à la base, obscur à l'extrémité, une tache noire ronde vers le dernier tiers. Membrane obscure. Ventre à peu près comme dans le L. militaris, coloration noire plus tendue. Long. 10-11 m.

Toute la France, assez commun.

8 (3) Tête noire.

Digitized by Google

(10) Bord antérieur du pronotum noir. Membrane noire avec une tache centrale blanche. Premier article du bec plus long que le dessous de la tête.

5. L. Apuans. *Rossi* (*punctum Fab.*) Pronotum rouge, le bord antérieur noir ainsi que le disqne dont le milieu est occupé par une tache médiane rouge, large en arrière et étroite en avant. Corie rouge avec une petite tache noire, ronde, sur le milieu, clavus obscur. Poitrine noire; ventre rouge, le dernier segment et la base du premier, noirs. Long. 7-8.

Commun dans la France méridionale, plus rare dans la région moyenne, paraît manquer dans le Nord : Provence, Languedoc, Pyrénées, Rouen, Paris, Vosges, etc.

10 (9) Bord antérieur du pronotum rouge. Membrane noire avec une tache centrale et une apicale blanches. Premier article du bec aussi long que le dessous de la tête.

6. L. Punctatoguttatus. *Fab.* Pronotum rouge, la moitié postérieure noire avec une ligne rouge dans le milieu. Clavus rouge. Ventre rouge sur les segments intermédiaires; une tache noire sur chaque segment du connexivum qui n'est pas caché par les cories. Membrane quelquefois écourtée. Long. 5.

Variet. Tibias et genoux rouges. Variété propre aux régions méridionales et surtout à l'Algérie.

Commun dans la France méridionale, plus rare dans la France moyenne et ne paraît pas aller au nord au-delà de Paris.

LYGÆOSOMA. *Spin.*

1. L. Reticulatum. *H.-S.* (*Sardeum Spin.*) Oblong, noir, opaque, à pubescence grise veloutée. Pronotum d'un gris jaunâtre ou brunâtre, à forte ponctuation noire, confluente surtout en avant, mais laissant libre la ligne médiane, les angles postérieurs et les bords; sommet de l'écusson flavescent. Elytres d'un gris brunâtre, avec un fin réseau de nervures pâles, souvent peu apparent Membrane noire, le bord arqué blanchâtre et une tache blanche au milieu du bord basilaire. Genoux, tibias, taches aux cotyles et

Digitized by Google

au connexivum et bords des segments pleuraux jaunâtres. Membrane quelquefois écourtée à moitié. Long. 4.

France méridionale : Provence, Languedoc, Pyrénées, Landes, île d'Oléron, Yonne, Morbihan.

AROCATUS. *Spin.*

1 (2) Extrémité des cories noire. Connexivum annelé de noir et de rouge. Tête moins longue que large à la base. Bec atteignant les hanches intermédiaires.

1. A. MELANOCEPHALUS. *Fab* Oblong, rouge et noir, à fine pubescence grise. Antennes noires, les deux derniers articles rougeâtres; tête noire; pronotum avec le bord antérieur et les latéraux rouges, une grande tache transverse rouge le long du bord postérieur; élytres rouges, le bord externe et une grande tache apicale triangulaire d'un noir bronzé. Orifices, hanches, cotyles et bords des segments sternaux rouges. Ventre rouge, des taches noires sur les stigmates, dos de l'abdomen rouge, le dernier segment noir. Pattes rouges, un large anneau aux fémurs et base des tibias noirs. Long. 6-6 $^1/_2$.

Une grande partie de la France, mais rare : Paris, Avignon, Pyrénées, Vosges, etc.

2 (1) Extrémité des cories rouge. Connexivum rouge. Tête au moins aussi longue que large à la base. Bec dépassant les hanches postérieures. Pattes et antennes noires.

2. A. RŒSELII. *Schml.* Oblong, noir et rouge, finement pubescent. Tête, écusson, pattes et antennes entièrement noirs. Pronotum avec les bords antérieurs et latéraux rouges, ainsi que une tache vague au milieu du bord postérieur. Elytres rouges avec une grande tache discoidale noire qui ne touche aux bords que sur une faible portion du bord externe; membrane d'un noir un peu bronzé. Orifices et bord postérieur des métapleures rouges, taches flaves aux cotyles. Abdomen rouge, le segment anal et des taches sur les stigmates noirs. Long. 6-7.

Rare : Paris, Yonne, Vosges, Lyon, Pyrénées.

Digitized by Google

Var. Intermedius. Je possède un exemplaire de Corse qui a les genoux et les tibias rouges moins la base et le sommet et les côtés de la poitrine presque entièrement rouges. Il a le bec long comme le type.

CÆNOCORIS. *Fieb.*

1. C. Nerii. *Germ.* Allongé, d'un noir bleuâtre, finement pubescent; tête rouge avec une ligne médiane noire n'atteignant pas le bord postérieur; angle postérieur du pronotum avec une tache triangulaire rouge; la base des élytres sur une faible étendue, le bord postérieur et la commissure rouges; membrane d'un noir bleuâtre. Extrémité de l'écusson, bord postérieur des pro et métastethium, hanches et ventre rouges, ce dernier avec une ligne de taches noires sur le milieu des flancs. Long. 9-10.

Doit se trouver en Provence et en Corse sur le laurier-rose; je n'en ai cependant pas vu d'exemplaire de France.

Div. 2. ORSILLARIA.

ORSILLUS. *Dall,*

(*Mécorhamphus. Fieb.*)

1 (2) Bec atteignant l'extrémité de l'abdomen. Troisième et quatrième segments ventraux non sillonnés.

1. O. Maculatus. *Fieb.* (*Longirostris M. R.*) Oblong, déprimé, rétréci en avant, fortement ponctué, d'un roux grisâtre flavescent, plus foncé et plus roux sur la tête et le lobe antérieur du pronotum que sur le lobe postérieur, un point brun sur la ligne médiane un peu avant le bord antérieur du pronotum. Dessous de la tête presque noir. Membrane grisâtre à fines mouchetures transparentes blanches. Connexivum roussâtre avec une large tache pâle à la base de chaque segment. Tête allongée; yeux peu saillants. Deuxième article des antennes plus long que dans le *depressus*. Long. 7-8. C'est bien l'espèce décrite par Fieber puisqu'il indi-

Digitized by Google

que que le bec atteint l'extrémité de l'abdomen et qu'il ne donne pas la base du ventre comme sillonnée.

Provence, Avignon, sur les pins et cyprès.

2 (1) Bec atteignant seulement le troisième segment ventral.

3 (4) Un trait longitudinal noir sur le pronotum. Troisième et quatrième segments ventraux un peu sillonnés. Tête assez courte; yeux forts et saillants.

2. O. Depressus *Mls. Rey*. Oblong. déprimé, peu rétréci en avant, fortement ponctué, d'un roux grisâtre flavescent comme dans le précédent, un peu plus foncé sur le connexivum qui est aussi plus largement annelé de pâle. Tête bien plus courte, yeux plus gros et plus saillants, pronotum plus convexe, plus large en avant. Poitrine largement noire. Long. 7-7 1/2.

France méridionale sur les pins et genévriers : Lyonnais, Pyrénées, Provence. Commun à la Ste-Beaume.

4 (3) Pronotum sans trait longitudinal noir. Troisième et quatrième segments ventraux fortement sillonnées. Tête allongée, yeux petits.

3. O. Reyi. *Put. (planus Mls. R.)* Oblong, très-déprimé, fortement rétréci en avant, d'un roux plus jaune, plus clair et moins grisâtre que les précédents; dessous du corps non rembruni; connexivum non annelé mais finement marbré. Pronotum sans ligne ni tache noire, sa dépression transverse située au milieu et non avant le milieu comme dans le *depressus*. Tête aussi allongée et yeux encore plus petits que dans le *maculatus*. Long. 7-8.

Rare, sur les pins : Hyères, St.-Tropez, Aubagne, Corse. Se trouve aussi en Algérie.

NYSIUS *Dall.*

1 (2) Lames rostrales (*) également élevées sur toute leur longueur et

(*) Bucculæ, lames génales (Wangenplatten Fieber), pièces prébasilaires (Muls Rey). Lames génales qui forment un canal à la base du rostre; elles appartiennent aux joues, bien que, par abréviation, je les nomme lames rostrales.

Digitized by Google

prolongées jusqu'au delà de la base de la tête, où elles forment un lobe libre dirigé en arrière. (*S. G. Macroparius Stal*).

1. N. Graminicola. *Kol.* Ovalaire, atténué en avant et en arrière, à pubescence fine, courte et soyeuse; d'un flavescent pâle, ponctué de brun. Bec, pattes et antennes flaves, le premier et le deuxième articles des antennes noirâtres au sommet, cuisses ponctuées de brun. Sillons antérieurs du pronotum noirs, carène longitudinale fine, mais visible dans toute sa longueur. Carène de l'écusson blanche sur le tiers apical. Elytres entièrement flaves ou n'ayant que deux petits traits bruns le long de la suture de la membrane. Abdomen en grande partie flave, les segments de la base seuls noirâtres au milieu. Long. 4 1/2 5.

Assez rare en France : Paris, Vosges, Provence. Moins rare en Corse.

2 (1) Lames rostrales généralement plus élevées en avant qu'en arrière où elles se terminent en s'abaissant graduellement et sans former de lobe libre prolongé en arrière.

3 (4) Elytres très-raccourcies, réduites à des moignons ayant à peine deux fois la longueur de l'écusson. (Chez les macroptères, inconnus en France, les deux nervures internes de la membrane ne sont pas réunies à la base par une nervure transverse).

2. N. Jacobeae. *Schill.* D'un jaunâtre obscur à ponctuation brune très-dense. Abdomen fortement dilaté surtout chez la ♀. Dessous du corps noirâtre ainsi que les cuisses; connexivum jaunâtre maculé de noir, ventre avec une tache jaunâtre au milieu. Antennes entièrement noires ou avec les articles deux et trois en grande partie ferrugineux. Écusson arrondi au sommet qui porte une très-courte carène blanchâtre. Élytres en forme de petites écailles triangulaires très-courtes. Long. 4-5.

Espèce alpestre : Hautes-Alpes, Mont-Genèvre, Mont-Cenis, Col-des-Ayes; Pyrénées, Gavarnie; Jura, les Rousses.

4 (3) Élytres complètes; les deux nervures internes de la membrane réunies à la base par une nervure transverse.

5 (10) Marge latérale de la corie droite à la base, puis arquée et un

Digitized by Google

peu élargie à partir du tiers de la longueur. Membrane dépassant l'extrémité de l'abdomen.

6 (9) Écusson sans longue carène, ou caréné seulement à l'extrême sommet. du Carène pronotum visible seulement en avant.

7 (8) Bec entièrement noir. Élytres grisâtres, opaques, non transparentes; les deux nervures de la corie ordinairement maculées de brun.

3. N. Thymi. *Wolff.* Ovale oblong, peu brillant, grisâtre ponctué de noir; dessous du corps noir, les orifices et des taches aux cotyles blanchâtres. Antennes noires, les articles deux et trois largement jaunâtres. Cuisses fortement ponctuées de noir. Écusson noirâtre, l'extrême sommet à peine blanchâtre. Bord apical de la corie avec une ligne noire complète ou décomposée en trois traits; les deux nervures de la corie ordinairement maculées de noir. Membrane transparente, souvent avec des nébulosités dans l'intervalle des nervure. Long. 4.

Toute la France, mais bien moins commun que le senecionis.

Obs. Le *N. Maculatus. Fieb.*, dont je n'ai pas de types, ne paraît qu'une variété plus noire de cette espèce dans laquelle le pronotum est d'un noir plus uniforme avec quatre taches discoïdales et les bords étroitement flavescents, le ventre presque entièrement noir ainsi que les cuisses.

8 (7) Bec en grande partie flave. Élytres d'un flave blanchâtre, transparentes, brillantes, les deux nervures de la corie ordinairement immaculées. Sommet de l'écusson plus largement flave.

4. N. Senecionis. *Schill.* Ovale oblong, un peu brillant, d'un flave blanchâtre, pontué de brun. Dessous du corps noirâtre, pattes, orifices, cotyles et une grande partie du ventre flavescents, cuisses légèrement ponctuées de noir. Antennes flaves, le quatrième article, le sommet du premier et la base des deuxième et troisième noirâtres. Écusson noir à la base, sa pointe carénée et blanchâtre. Élytres presque transparentes, d'un flave blanchâtre, deux ou trois traits bruns au bord postérieur le long de la suture de la membrane. Long. 4.

Commun dans toute la France.

Digitized by Google

Variet. (*Fuliginosus. Fieb.*?) Antennes entièrement flaves, cuisses à peine ponctuées de noir; tête et pronotum un peu plus rougeâtres; taille plus faible. Long. 3 1/2. France méridionale, Marseille, Cette. Le N. Fuliginosus, d'après la description de Fieber, doit avoir les cories ponctuées de brun à l'extrémité, ce qui n'existe pas dans mes exemplaires, mais les antennes sont bien entièrement flaves.

9 (6) Écusson avec une carène haute, lisse, flave, éburnée sur ses trois quarts postérieurs au moins. Carène du pronotum visible sur toute sa longueur. Taille plus grande

5. N. Helveticus. *H.-S.* (*Obsoletus Fib. ericae Boh.*) Oblong, allongé, plus grand et plus étroit que les précédents et élytres peu dilatées latéralement, surtout chez le mâle, ce qui lui donne la forme du suivant. D'un flave grisâtre, ponctué de noir, très-obsolètement pubescent. Antennes noirâtres avec des portions testacées. Cuisses densement ponctuées de noir. Élytres d'un flavescent grisâtre, non transparentes, non ponctuées de brun, le bord postérieur brun près de la suture de la membrane, les nervures de la corie en partie brunâtres. Membrane hyaline, les intervalles des nervures souvent légèrement enfumés. Long. 5-5 1/2.

Var. Brunneus Fieb. Cories d'un testacé plus roux, les nervures concolores; membrane avec une petite tache vague brune au milieu de son bord basilaire, contiguë au bord postérieur de la corie.

Assez rare : Vosges, Landes, Provins.

10 (5) Marge latérale de la corie droite sur toute sa longueur, non élargie ni arquée en arrière. Membrane atteignant, mais ne dépassant pas l'extrémité de l'abdomen. (*S.-G. Ortholomus Stål*).

6. N. Punctipennis. *H.-S.* (*Pubescens J. Sahlb.*) Oblong allongé, de mêmes taille et forme que le précédent, dont il diffère, outre les caractères déjà indiqués, par une pubescence plus forte, formée de poils courts, dressés, par la carène de l'écusson plus faible et occupant à peine le tiers postéireur. Antennes entiè-

Digitized by Google

rement noires ou avec les articles deux et trois jaunâtres au milieu. Cuisses à ponctuation noire confluente. Pronotum avec une carène fine sur toute sa longueur. Élytres grisâtres avec des taches brunes vagues sur la moitié postérieure, bord apical brun. Membrane ne dépassant pas l'abdomen, blanchâtre avec des traînées nébuleuses entre les nervures. Long. 5-5 $^1/_2$.

Peu commun : Landes, Cassis, Lyon, Langres, Alsace.

Trib. 2. CYMINI.

TABLEAU DES GENRES :

1 (4) Tête avec un sillon longitudinal de chaque côté. Lames rostrales courtes. Ecusson petit, plus court que la commissure du clavus. Pronotum caréné longitudinalement au milieu, tronqué à la base, bords latéraux arrondis. Corie à ponctuation forte, dense, non en ligne.

2 (3) Premier article des antennes n'atteignant pas le sommet de la tête; deuxième article égal au troisième ou presque égal. Angle antérieur du pronotum obtus.

CYMUS.

3 (2) Premier article des antennes dépassant le sommet de la tête; deuxième article à peine moitié du troisième. Angle antérieur du pronotum aigu, prolongé en avant.

CYMODEMA.

4 (1) Tête sans sillons de chaque côté. Lames rostrales longues. Ecusson grand, large, non caréné, plus long que la commissure du clavus. Pronotum non caréné au milieu, arrondi à la base, bords latéraux légèrement carénés. Corie à ponctuation rare et disposée en lignes. Corps à aspect velouté.

KLEIDOCERUS.

CYMUS. *Hah.*

1 (2) Ecusson avec une forte carène lisse blanchâtre. Deuxième article des antennes égal au troisième. Carène du pronotum presque entière.

1. C. GLANDICOLOR. *Hah.* Oblong, glabre, distinctement ponctué, flavescent, élytres un peu plus pâles avec une bande longitu-

Digitized by Google

dinale médiane brunâtre, vague, souvent indistincte. Dessous du corps brun foncé, marge de l'abdomen, pattes et antennes rousses. Long, 4 1/2.

Commun dans toute la France, dans les prairies marécageuses.

2 (1) Ecusson ponctué sur toute sa surface. Carène du pronotum visible en avant seulement.

3 (4) Deuxième article des antennes égal au troisième. Tête brunâtre; dos de l'abdomen brun.

2. C. Melanocephalus. *Fieb.* Oblong, glabre, plus fortement ponctué que le précédent. Tête plus courte, brune ainsi que l'écusson; pronotum roux; élytres flavescentes avec le sommet du clavus et de la corie brun. Long. 3 1/2.

Commun surtout dans la région méridionale et moyenne rare vers le nord.

4 (3) Deuxième article des antennes un peu plus court que le troisième. Tête d'un testacé pâle. Dos de l'abdomen jaunâtre.

3. C. Clavigulus. *Fall.* Oblong, glabre, distinctement ponctué, flavescent; les élytres plus pâles; dessous de la tête et de la poitrine bruns; sommet de la corie un peu rembruni. Long. 3 1/4.

Toute la France.

CYMODEMA. *Spin.*

1. C. Tabidum. *Spin.* Taille et aspect du Cymus glandicolor. — Oblong, glabre, distinctement ponctué, entièrement jaunâtre pâle, le dernier article des antennes et un peu le milieu de la poitrine bruns, la suture de la membrane et le sommet du clavus souvent brunâtres. Une carène médiane blanche, lisse sur le lobe antérieur d pronotum et sur l'écusson. Long. 4 1/2.

Rare : Fréjus, Collioure, Corse.

KLEIDOCERUS. *Westw.*

(Ischnorhynchus *Fieb.*)

1. K. Didymus. *Zett.* (*Resedæ Pz.*) Ovale, oblong, déprimé, d'un flavescent jaunâtre, assez fortement ponctué. Tête roussâtre ainsi

Digitized by Google

que le bord antérieur du pronotum et l'écusson moins la base. Antennes noires, les deuxième et troisième articles roux avec la base et l'extrémité noires. Une bande transverse noire sur le pronotum après le bord antérieur. Elytres d'un flavescent grisâtre, presque transparentes, deux petites taches noires ponctiformes sur le milieu de la corie et quatre autres sur le bord postérieur, une à l'angle externe, une à l'angle interne et les deux autres dans l'intervalle. Dessous du corps et abdomen en grande partie noirs, pattes rousses. Long. $5\,^1/_2$ avec la membrane.

Toute la France, commun.

2. K. Geminatus. *Fieb.* Ne diffère du précédent que par la taille très-notablement plus faible, ses antennes qui ont ordinairement le premier article jaunâtre, moins la base; la teinte générale est plus pâle, plus grise; le pronotum n'a de noir que les sillons en S. transversale; cependant on peut le considérer comme distinct en raison de son habitat bien défini sur les bruyères. Long. 4 (avec la membrane).

Fréjus, Hyères, Collioures, île d'Oléron, Corse, Versailles.

Trib. 3. BLISSINI.

1 (2) Cotyles antérieures fermées en arrière. Corps allongé, déprimé. Antennes plus longues que la tête et le thorax réunis. Dans la forme macroptère, bord apical de la corie droit; dans la forme brachyptère, hemielytres au moins trois fois plus longues que l'écusson.

Ischnodemus.

2 (1) Cotyles antérieures ouvertes en arrière. Antennes pas plus longues que la tête et le pronotum réunis. Dans la forme brachyptère, hemiélytres, un peu plus longues que l'écusson.

3 (4) Fémurs antérieurs mutiques. Corps allongé, déprimé.

Dimorphopterus.

4 (3) Une épine aux fémurs antérieurs. Corps plus oblong, moins déprimé. Dans la forme macroptère, non connue en France, le bord apical de la corie est sinué.

Blissus.

Digitized by Google

ISCHNODEMUS. *Fidb.*

(MICROPUS. *Spin.*)

1. I. SABULETI. *Fall.* (*Quadratus. Fieb. decurtatus H.-S.*) Allongé, parallèle, noir, opaque, bord postérieur du pronotum pâle surtout aux angles, pattes flaves avec le milieu des fémurs noir. Elytres flavescentes à nervures brunes, très-souvent écourtées. Cinquième segment ventral échancré mais non jusqu'à la base dans la femelle. Long. 4 $^1/_2$—6.

   Assez commun dans toute la France méridionale : Provence, Avignon, Béziers (sur les Cistes), Toulouse, Pyrénées. — Fieber l'indique sur l'arundo phragmites.

2. I. GENEI. *Spin.* (*Decurtatus. Fieb.*) Diffère du précédent par les caractères suivants : Antennes plus courtes, yeux plus petits, moins saillants, pronotum plus long, plus rétréci en avant, bande jaune du bord postérieur du pronotum plus égale, moins élargie aux épaules; abdomen plus long, connexivum roux et souvent le dos de l'abdomen de cette couleur. Corps plus allongé. — Cinquième segment ventral entièrement fendu chez la femelle. — Exemplaires macroptères et brachyptères. Long. 4-6.

   Plus rare que le précédent : Hyères, Agde, Toulouse, Lille.

DIMORPHOPTERUS. *Stal.*

1. D. SPINOLÆ. *Sign.* Allongé, noir, très-finement pubescent, tête et pronotum fortement ponctués, assez brillants. Bord postérieur du pronotum un peu plus roussâtre. Pattes et les trois premiers articles des antennes roux, les fémurs plus obscurs. Chez les exemplaires macroptères la membrane est un peu plus courte que l'abdomen, blanchâtre avec trois nervures simples, rousses, la corie est jaunâtre avec l'angle postérieur externe très-allongé, brun. Chez les brachyptères, les élytres sont réduites à de petites écailles brunes, coupées obliquement en dedans et un peu plus longues que l'écusson. Long. 4 $^1/_2$.

   Très-rare : Dunes de St.-Quentin, Paris, Strasbourg, île d'Oléron.

Digitized by Google

BLISSUS. *Klug.*

.Doriæ. *Ferrari.* Etroitement ovale, noir, peu brillant, à poils pâles, assez fortement ponctué; antennes, bec, orifices, taches sur les cotyles, pattes et bord postérieur du pronotum d'un testacé rougeâtre, dernier article des antennes noirâtre, élytres réduites à une petite écaille triangulaire d'un brun roux; abdomen un peu dilaté sur les côtés, son dos finement ruguleux en tra ers. Long. 2 1/2.

Très-rare : Hyères.

Trib. 4. HENESTARINI.

Lames rostrales hautes en avant et presque nulles en arrière, où le premier article du bec est bien à découvert.

HENESTARIS.

2 (1) Lames rostrales aussi hautes ou même plus hautes en arrière qu'en avant, dépassant même le bord antérieur du sternum. Corps plus court.

ENGISTUS.

HENESTARIS. *Spin.*

1. H. Laticeps. *Curtis.* (*Halophilus Burm.*) Oblong, flavescent plus ou moins brunâtre, ponctué de brun, à fine pubescence blanche. Tête avec les yeux plus large que le pronotum. Le bord interne des yeux, la ligne médiane de la tête et du pronotum et ses angles postérieurs non ponctués de brun. Un calus élevé, blanchâtre, de chaque côté de la base de l'écusson. Cories plus ou moins brunes au bord postérieur et à l'angle interne. Membrane complète, blanchâtre, plus ou moins veinée. Premier article des antennes et le dernier plus ou moins bruns. Long. 5-6.

France méridionale : Provence, Cette, Avignon, Landes. Très-rare plus au nord, trouvé cependant à Metz, par M. Bellevoye, et sur les côtes de Picardie, à Ault. (Jules Ray).

ENGISTUS. *Fieb.*

1. E. Boops. *Dufour.* (*Bruckii. Fieb.*) D'un blanc jaunâtre, glabre en dessus et couvert de gros points enfoncés presque ocellés. Yeux

Digitized by Google

pétiolés, débordant les angles antérieurs du pronotum, peu relevés, mais presque étendus horizontalement. Pronotum plus large que long, un peu plus large en arrière qu'en avant, bord postérieur coupé à peu près droit; un petit point noir de chaque côté sur le calus antérieur. Ecusson à peine visiblement caréné, de chaque côté de sa base un calus très-peu élevé. Elytres avec quelques petites taches brunes ponctiformes sur leur dernière moitié et sur la membrane, ces taches sont très-faibles et même peuvent disparaître. Connexivum avec une tache brune peu apparente sur chaque segment. Dessous du corps très-finement pubescent, le milieu de la poitrine brunâtre, cuisses légèrement ponctuées de brun. Bord postérieur des métapleures coupé droit. Long. 4.

Très-rare : Rognac, au bord de l'étang de Berre, au pied des Salsolacées, Cette (Lethierry), Pau (Mink, cité par Fieber).

Obs. On trouve à Madrid une espèce (*Commendatorius* Perez, inéd.), qui me paraît différer de la précédente par les caractères suivants : Plus large proportionnellement; yeux plus longuement pétiolés, relevés au-dessus du niveau du pronotum, de sorte que, vus depuis en avant, ils ne sont pas étendus horizontalement, mais forment entre eux un angle très-accusé; pronotum plus large, moins rétréci en avant, à calus antérieurs et angles postérieurs plus saillants, à bord postérieur presque anguleusement arrondi en arrière devant l'écusson; callosités de l'écusson plus fortes; bord postérieur des métapleures formant un angle très-évident et dirigé en arrière au niveau du tiers externe. Des deux exemplaires femelles que j'ai vus, l'un est d'un flave légèrement verdâtre tout-à-fait sans taches, l'autre au contraire présente des points et de petites taches très-nombreuses sur les cories, la membrane, les pattes et le dessous du corps. Long. 4.

M. Stal, en décrivant l'*E. exsanguis* de Biskra le distingue du *Bruckii* par des caractères qui sont en grande partie ceux qui m'ont permis de distinguer les deux espèces précédentes; je crois donc que son E. Bruckii est le commendatorius; et que son exsanguis n'est qu'une variété du Boops, distincte seulement par sa couleur plus jaune, l'absence de taches, les reliefs de l'écusson et du pronotum moins sensibles. Mais les insectes de ce genre sont si rares dans les collections qu'il est prudent d'attendre pour fixer les espèces et la synonymie.

Digitized by Google

Trib. 5. GEOCORINI.

GEOCORIS. *Fall.*

OPHTHALMICUS *Schill.*).

1 (1) Pronotum plus large que long, rarement carré, sans ligne médiane blanche.

2 (3) Pronotum unicolore, noir (fauve dans la variété). Deuxième article du bec un peu plus long que le troisième.

1. G. ERYTROCEPHALUS. *Lep.* Noir, tête et pattes rousses, quelquefois les cuisses brunes, pourtour des cotyles flave, ainsi que le bord antérieur du sternum, les orifices et l'extrémité de l'écusson. — Quelquefois le bord externe de la corie roussâtre. Long. 3 1/2 4.

France méridionale : Avignon, Montpellier, Cette, Toulouse, Pyrénées.

Variet. Entièrement d'un fauve roussâtre. Cette.

3 (2) Pronotum noir avec les bords en partie ou en entier flaves. Deuxième article du bec plus court que le troisième.

4 (5) Corie et clavus soudés, membrane rudimentaire.

2. G. GRYLLOÏDES. *Lin.* Noir, brillant, tous les bords du pronotum et des cories, sommet de l'écusson, cotyles, orifices, connexivum, devant de la tête et pattes d'un flave blanchâtre. Long. 4-5.

Rare : Nord, Dunkerque, Paris, Vosges.

5 (4) Corie et clavus bien distincts, membrane entière.

6 (7) Ponctuation du pronotum très-forte et très-espacée. Bord postérieur du pronotum ordinairement pâle ainsi que les angles postérieurs.

3. G. SICULUS. *Fieb.* D'un noir brun, brillant, élytre d'un flave pâle, devant de la tête, bords antérieur et postérieur du pronotum, ce dernier plus largement aux angles, pointe de l'écusson, pattes,

Digitized by Google

cotyles et devant du prosternum flaves; les cuisses ordinairement brunes chez les exemplaires du Nord, qui sont en général moins pâles. Espèce assez variable comme coloration. Long. 3 1/2 4.

Var. Mediterraneus. Les exemplaires de Corse (comme ceux de Gênes, etc.) ont généralement le bord postérieur du pronotum noir, excepté les angles, comme le semipunctatus.

Dunkerque, Avignon, Tarbes, Landes, Corse.

7 (6) Ponctuation du pronotum assez fine et très-serrée. Bord portérieur du pronotum ordinairement noir avec les angles et une tache médiane flaves. Taille plus faible.

4. G. Pallidipennis Costa (*Semipunctatus Fieb.*).Noir, élytres d'un flave blanchâtre, ainsi que le bord antérieur de la tête, trois petites taches au bord antérieur du pronotum, les angles postérieurs largement et une petite tache au milieu du bord postérieur, les cotyles, l'angle externe du metasternum, le connexivum et les genoux. Angle interne de la corie souvent un peu rembruni.— Les ♀ ont les pattes plus largement pâles et quelquefois le bord postérieur du pronotum aussi. Long. 3.

France méridionale : Avignon, Cette, Tarbes, Arcachon.

Obs. Le *semipunctatus. Fieb.* ne me paraît qu'une variété peu importante du *pallidipennis* Costa. Ce dernier doit avoir le bord postérieur du pronotum étroitement blanchâtre entre les angles et la tache médiane, et l'angle interne de la corie doit avoir une tache brunâtre un peu plus visible. J'ai vu un exemplaire de Tarbes qui répond à ce signalement et je possède un exemplaire de Naples, qui ne diffère en rien des semipunctatus du midi de la France.

Le *G. megacephalus Rossi,* qui se trouve dans le Valais et le Nord de l'Italie est voisin de cette espèce et en diffère par ses élytres plus brunes et son pronotum d'un noir plus brun.

Le *g. pygmaeus Fieb.*, qui se trouve à Gênes et en Espagne en est aussi très-voisin, il est plus large et a une grande tache brune à l'extrémité de la corie.

8 (1) Pronotum plus long que large, une ligne médiane pâle sur presque toute sa longueur.

Digitized by Google

9 (10) Elytres entièrement noires.

5. G. Ater. *Fab.* Noir brillant, bord antérieur du posternum, cotyles, hanches, genoux et tibias flaves; ligne médiane flave du pronotum un peu raccourcie en arrière. Membrane ordinairement très-raccourcie, mais souvent cependant complète et transparente. Long. 3 1/2.

Rare : Nord, Paris, Vosges, Gray, Lyon.

10 (9) Elytres noires et flaves.

11 (12) Elytres flaves avec le bord externe et le plus souvent aussi l'interne noirs. Membrane plus courte que l'abdomen.

6. G. Albipennis. *Fab.* Noir, brillant, bord antérieur du prosternum, cotyles, hanches et pattes flaves, fémurs postérieurs bruns Elytres de couleur assez variable, soit flaves avec la base du bord externe et la commissure brune, soit brunes avec une bande longitudinale flave plus ou moins large. Membrane un peu moins longue que l'abdomen. Long. 3 1/2. — N'est peut-être qu'une variété du *G. ater.*

Très-rare en France : Hyères.

12 (11) Elytres flaves avec l'extrémité plus ou moins noire le long de la suture de la membrane. Membrane plus longue que l'abdomen.

7. G. Lineola. *Ramb.* Noir, brillant; deux taches en avant de la tête, bord antérieur du prosternum, cotyles et pattes flaves, fémurs ordinairemenr bruns, surtout les antérieurs et quelquefois tous flaves; ligne flave du pronotum raccourcie en arrière. Cories blanchâtres avec la suture de la membrane brune, surtout à l'angle interne Un exemplaire avec tous les fémurs pâles. Long. 3.

Var. Distinctus. Fieb. La teinte brune de l'extrémité de la corie plus étendue, atteignant quelquefois le milieu; tête sans taches flaves; fémurs généralement tous brunes. Se trouve avec le type.

France méridionale : Avignon, Marseille, Corse.

Digitized by Google

Trib. 6. ARTHENEINI.

TABLEAU DES GENRES :

1 (2) Yeux petits; un sillon longitudinal superficiel sur le pronotum. Lames rostrales bien distinctes et égales sur tout le dessous de la tête; prosternum sillonné.

ARTHENEIS.

2 (1) Yeux grands; pronotum sans sillon longitudinal. Lames rostrales peu visibles et seulement en avant.

3 (4) Tête bisillonnée seulement en avant. Rostre long, atteignant l'extrémité du mesosternum. Prosternum non sillonné.

CHILACIS.

4 (3) Tête bisillonnée en avant et en arrière. Rostre court, atteignant l'extrémité du prosternum. Prosternum sillonné.

HOLCOCRANUM.

ARTHENEIS. *Spin.*

1. A. FOVEOLATA. *Spin.* D'un jaune paille pâle, opaque, fortement et densement ponctué; dernier article des antennes, base de l'écusson et une tache triangulaire à la base de chaque segment du connexivum, bruns; une tache brune au milieu du bord externe de la corie et quelques autres plus ou moins apparentes le long de la suture de la membrane. Ecusson avec deux carènes élevées, convergentes, formant un V. Long. 3.

France méridionale sur le Tamarix : Provence, Arles, Cette, Toulouse, Pyrénées, Corse.

CHILACIS. *Fieb.*

1. C. TYPHAE. *Perris.* Jaunâtre, brillant, glabre, avec une forte ponctuation brune; dessous de la tête et de la poitrine noirs; cotyles et angles postérieurs des segments pleuraux pâles; une tache brune vague à l'angle interne de la corie et une plus petite à l'angle externe; bords latéraux de l'écusson calleux, pâles et lisses, le milieu brun, ponctué de noir; des lignes brunes et pâles longitudinales sur la tête. Long. 4 1/2.

Très-rare, sur le Typha latifolia : Landes, Avignon, Lille.

Digitized by Google

HOLCOCRANUM. *Fieb*

1. H. Saturejae. *Kol.* D'un flave grisâtre, ponctué de noir, brillant glabre. Sillons de la tête bruns, ainsi que la poitrine et le ventre moins les bords; écusson noirâtre avec un trait flavescent de chaque côté. Bords du pronotum transparents, non ponctués de noir, son disque avec quatre très-faibles carènes effacées en arrière. Connexivum alternativement brun et flavescent. Cuisses plus ou moins rembrunies. Long. 3.

Espèce de la Russie méridionale dont je n'ai vu qu'un exemplaire de France, trouvé en mars 1877, par le frère Thelesphore, à Avignon, sur une tige d'Euphorbia Characias.

Trib. 7. HETEROGASTRINI.

TABLEAU DES GENRES :

1 (2) Fémurs antérieurs avec une épine en dessous. Pronotum non transverse, ses côtés seulement obsolètement marginés, sinués.

Heterogaster.

2 (1) Fémurs mutiques. Pronotum transverse, ses côtés avec une expansion marginale, non sinués. Corps plus court; yeux moins saillants.

Platyplax.

HETEROGASTER. *Schill.*

(phygadicus *Fieb.*).

1 (4) Cuisses, hanches et cotyles noires.

2 (3) Deuxième article des antennes noir. Tibias flaves au milieu.

1. H. Nepetæ. *Fieb.* (*rufescens H.-S.*). Noir, brillant, un peu pubescent, fortement ponctué, une petite tache sur le vertex flave, ainsi que le sommet de l'écusson, les élytres, des taches sur le connexivum, la base des deux derniers articles des antennes. Membrane transparente, blanche. Lobe postérieur du pronotum flave ponctué de noir. Une grande tache noire à l'extrémité des cories, dont elle n'atteint pas l'angle externe. Cette tache manque souvent (*var. bicolor Kol.*). Long. 7.

Rare : Digne, Briançon.

Digitized by Google

3 (2) Deuxième article des antennes rougeâtre. Tibias avec la base et l'extrémité et un petit anneau médian noirs.

2. H. Semicolon. *Fieb. (affinis H.S.)*. Noir, un peu pubescent, fortement ponctué; lobe postérieur du pronotum testacé, ponctué de noir, un point jaunâtre au milieu du bord antérieur. Une ligne flave sur l'écusson s'étendant du sommet jusqu'à près de la moitié de sa longueur. Elytres testacées avec le sommet bordé de brun; connexivum avec des taches de même couleur. Membrane transparente, légèrement jaunâtre avec deux petites taches brunes au milieu. Les exemplaires de Tarbes ont le deuxième article des antennes presque entièrement noir. Long. 7.

Rare : Yonne, Tarbes, Lamarche (Vosges).

4 (1) Base des cuisses, hanches et cotyles flaves ou testacées.

5 (6) Tibias avec trois anneaux noirs.

3. H. Urticæ. *Fab.* D'un noir légèrement bronzé, brillant, à longs poils, fortement ponctué. Lobe postérieur du pronotum avec une tache pâle médiane vague, se décomposant presque en deux lignes longitudinales. Extrême sommet de l'écusson flave, ainsi que des taches sur le connexivum, les trois derniers articles des antennes, le milieu du ventre et les élytres, ces dernières ponctuées de brun, avec quelques petites taches brunes. Membrane transparente, avec deux petites taches noirâtres au milieu. Long. 6 $^1/_2$—7.

Toute la France et la Corse, commun.

6 (5) Tibias avec la base noire et le sommet brun.

4. H. Artemisiae. *Schill.* Noir, à duvet cendré, fortement ponctué. Antennes en partie roussâtres, ainsi que le lobe postérieur du pronotum, le sommet de l'écusson, des taches au connexivum et les élytres; celles-ci avec une petite tache brune (quelquefois invisible) à l'angle postérieur interne. Membrane transparente, sans taches. Plus petit et plus étroit que les précédents. Long. 5-5 $^1/_2$.

Toute la France et la Corse.

Digitized by Google

PLATYPLAX. *Fieb.*

1. P. Salviae. *Schill.* Jaune pâle grisâtre, ponctué et tacheté de noir. Tête, écusson et poitrine noirs, une tache jaunâtre sur le vertex, deux traits sur l'écusson et son sommet jaunâtres. Lobe antérieur du pronotum plus densement ponctué de noir. Antennes noires avec le deuxième article et le sommet du premier jaunâtres. Membrane blanchâtre. Pattes ponctuées et maculées de noir, une grande tache noire sur chaque segment du connexivum. Bord des segment pectoraux et des cotyles flaves. Long. 6 $^1/_2$.

Toute la France et la Corse sur la Salvia pratensis.

Les exemplaires méridionaux sont ordinairement plus petits, la tache flave du vertex se prolonge et forme une ligne sur toute la tête, le connexivum plus étroit déborde les cories. Ile ne paraissent pas spécifiquement distincts.

Trib. 8. OXYCARENINI.

1 (2) Elytres très-convexes, de substance homogène, coriace, à ponctuation très-forte, ne présentant pas de distinction de corie, clavus et membrane. — Fémurs antérieurs inermes.

Anomaloptera.

2 (1) Elytres déprimées ou peu convexes; clavus et membrane bien distincts de la corie.

3 (8) Lames rostrales très-courtes, distinctes seulement à la partie antérieure de la tête. Fémurs antérieurs inermes, ou avec une seule épine très-distincte qui très-rarement est suivie d'une autre très-petite et à peine visible.

4 (7) Fémurs antérieurs inermes. Premier article du bec n'atteignant pas le milieu de la tête.

5 (6) Premier article des tarses postérieurs aussi long que les deux suivants réunis. Corps poilu. Premier article des antennes peu épais.

Camptotelus.

6 (5) Premier article des tarses postérieurs plus long que les deux suivants réunis. Corps glabre. Premier article des antennes épais.

Macropterna.

Digitized by Google

7 (4) Fémurs antérieurs avec une épine assez grande suivie quelquefois d'une autre très-obsolète.

MICROPLAX.

8 (3) Lames rostrales longues, élevées et également sur toute la longueur du dessous de la tête. Fémurs antérieurs armés de deux ou plusieurs fortes épines.

9 (10) Tubercules antennifères très-saillants et divergents en dehors. Clypeus, surtout chez le mâle, terminé par un prolongement lamelliforme dilaté, arrondi au sommet et rétréci à la base. Deuxième article du bec dépassant la base de la tête.

METOPOPLAX.

10 (9) Tubercules antennifères peu saillants et non dirigés en dehors. Clypeus non dilaté au sommet, mais régulièrement atténué de la base vers le sommet.

11 (12) Bec court, n'atteignant pas le milieu du mesosternum. Deuxième article n'atteignant que la base de la tête.

BRACHYPLAX.

12 (11) Bec long, atteignant les hanches postérieures, quelquefois même le deuxième segment abdominal. Deuxième article atteignant les hanches antérieures.

OXYCARENUS.

ANOMALOPTERA. *Perris.*

1. A. HELIANTHEMI. *Perris.* Ovalaire, très-convexe, noir, opaque, très-ponctué. Bord antérieur du pronotum largement gris-blanchâtre. Les articles deux et trois des antennes blancs. Elytres globuleuses, d'un gris-blanchâtre, fortement ponctuées de brun et parsemées de petites taches brunes, les nervures élevées, lisses, blanchâtres. Pattes blanchâtres, les fémurs noirs. Long. 2 1/4.

Landes, sur Helianthemum guttatum; Corse. Les exemplaires de Corse notablement plus petite (2 mill.) et de couleur plus obscure.

CAMPTOTELUS. *Fieb.*

1. C. LINEOLATUS. *Schill.* Allongé, noirâtre, opaque, densement ponctué, à pubescence assez forte; deuxième article des antennes ferrugineux, le premier n'atteignant pas le sommet de la tête. Pronotum rétréci en avant, bord antérieur et lobe posterieur passant au ferrugineux. Elytres d'un gris flavescent, les nervures

Digitized by Google

fortes, brunes, une étroite bordure brune au bord postérienr de la corie; clavus imponctué; membrane très-grande, transparente, grise, avec cinq fortes nervures brunes, les deux externes souvent réunies par une petite nervure transverse. Sutures pleurales, orifices, hanches et pattes flaves; cuisses noires ainsi que la base et le sommet des tibias. Long. 3-3 $^1/_2$.

Très-rare : Prades (Signoret), doit se rencontrer en Provence, parce qu'il se trouve à Gênes à la racine de l'Eryngium campestre (Docteur Ferrari).

Obs. Le C. Cortalis. *H.S.*, qui se trouve en Allemagne, diffère par sa taille plus petite, le prolongement céphalique moins long, non dilaté en avant, le premier article des antennes atteignant le sommet de la tête, les nervures de la corie plus fortes, la membrane plus courte, plus étroite, le pronotum noir, le troisième articles des antenne jaunâtre comme le deuxième.

MACROPTERNA. *Fieb.*

1 (4) Pronotum entièrement noir.

2 (3) Ecusson entièrement noir. Pronotum fortement ponctué, opaque.

1. M. Convexa. *Fieb.* Noir, ovalaire, attenué en avant, fortement ponctué, opaque, glabre; deuxième article des antennes, genoux, tibias et tarses flaves. Elytres blanchâtres, leur base très-étroitement noire, une large bande apicale noire occupant toute leur moitié postérieure. Membrane très-grande, noire, une très-étroite ligne blanche à la base, ainsi que un arc à l'extrémité et une large bande transverse vers le milieu raccourcie au côté interne. Long. 2 $^1/_4$.

Variet. Les articles deux et trois des antennes flaves. Membrane blanche avec un arc brun subbasilaire. Fréjus.

Rare : Corse, Fréjus, Cette, Arcachon.

3 (2) Ecusson blanchâtre au sommet. Lobe antérieur du pronotum lisse, brillant, très-convexe avec un sillon longitudinal.

2. M. Marginalis. *Fieb.* Même forme que le précédent, excepté le pronotum; antennes flaves, la base du premier article et le quatrième bruns. Elytres blanchâtres, le bord externe et une partie

Digitized by Google

du bord apical noirâtres, une tache blanche sur ce bord entre l'angle interne et l'angle externe. Membrane d'un jaune blanchâtre, une tache brune allongée à la base près de l'angle de la corie et une tache d'un brun jaunâtre à l'extrémité. Long. 2 1/4.

Trouvée à Toulouse par J. Duval et communiquée à Fieber, par M. Signoret.

4 (1) Pronotum avec une ligne longitudinale flavescente, visible surtout en arrière.

3. M. BICOLOR. *Scott.* 1872. Noir, opaque, ovalaire, peu atténué en avant; tête noire, fortement ponctuée, rugueuse; antennes jaunâtres, le premier et le dernier articles bruns. Pronotum peu convexe, peu rétréci en avant, à ponctuation forte et dense, d'un noir brun, un peu ferrugineux sur le lobe postérieur, une ligne longitudinale blanchâtre médiane sur le lobe postérieur, les angles postérieurs testacés. Ecusson noir. Elytres blanchâtres, une tache brune triangulaire occupant l'angle et le bord postérieurs. Membrane grande, noirâtre, le bord postérieur arqué blanc ainsi que une bande transverse avant le milieu et ne s'étendant que du bord externe jusqu'à moitié de la largeur; pattes flaves, les fémurs noirs, l'extrémité des antennes flaves. Long. 2 1/2.

Corse, très-rare.

MICROPLAX. *Fieb.*

1. M. INTERRUPTA. *Fieb.* Membrane blanchâtre, les nervures brunes. Elytres blanchâtres, nervures fortes, brunes, clavus à points concolores. Noir, opaque, allongé, à longs poils sur la tête et le pronotum; deuxième article des antennes, tibias, tarses et orifices jaunâtres. Tête et pronotum à ponctuation forte, serrée, rugueuse, le bord postérieur du pronotum souvent un peu ferrugineux. Long. 3.

France méridionale, rare : Hyères, Nice, Corse.

2. M. ALBOFASCIATA. *Costa* (*dimidiata Fieb.*). Membrane blanchâtre, les nervures brunes et dans les intervalles entre chaque nervure une série de taches brunes arrondies. Elytres blanchâtres, avec les nervures, la base et la moitié apicale brunes, le clavus brun à sa moitié basilaire et au sommet. Noir, opaque, allongé, mais

Digitized by Google

un peu élargi en arrière, tête et pronotum à long poils, à ponctuation forte, rugueuse, deuxième article des antennes, tibias, tarses et orifices jaunâtres. Long. 3.

Paris, Lyon, Charente-Inférieure, Montauban, Tarbes, Marseille, etc.

BRACHYPLAX. *Fieb.*

1. B. Palliata *Costa* (*albida Fieb. tenuis Mls. R.*). Allongé, linéaire, un peu élargi en arrière, poilu; tête, pronotum et écusson à ponctuation forte et serrée. Elytres très-allongées, corie et clavus d'un blanc flavescent, membrane transparente, blanchâtre. Antennes entièrement noires; orifices, hanches, genoux, tibias et tarses jaunâtres. Long. 3 1/4.

France méridionale : Avignon, Aix, Corse.

2. B. Linearis. *Scott.* 1872. N'ayant pas vu cet insecte, je suis obligé de donner la traduction de la description de l'auteur :

Etroit, tête et pronotum d'un jaune brun, à ponctuation forte et serrée. — Tête d'un brun jaune ou d'un brun rougeâtre, quelquefois brun en travers du lobe central; antennes noires, épaisses, le premier article d'un jaune rouge. Pronotum d'un jaune brun, plus ou moins d'un brun foncé sur les côtés, le tiers postérieur d'un blanc-gris. Ecusson noir, ridé transversalement. Elytres d'un blanc-gris : clavus ponctué à la base en une ligne aussi loin que le sommet de l'écusson, près de la suture un rang distinct de points; corie légèrement rétrécie à peu près au niveau du milieu du clavus et avec une rangée de points fins près le bord antérieur. Membrane très-longue et d'un foncé très-pâle. Pattes jaunes, cuisses antérieures très-épaisses, avec trois dents au sommet, noires et diminuant de taille graduellement, tibias d'un jaune pâle, troisième article des tarses légèrement noirâtre au sommet. Long 1 1/3. lig. — Ressemble beaucoup à l'*Oxycarenus pallens*, mais il est beaucoup plus lineaire et n'a pas la même stature. — Corse.

OXYCARENUS. *Fieb*

(Stenogaster. *Hah.*)

1 (8) Premier article des antennes ne dépassant pas le sommet de la tête. Clavus avec deux séries de points régulières. (*S G. Oxycarenus Fieb.*)

Digitized by Google

2 (7) Membrane blanche, hyaline, sans taches.

3 (6) Pronotum noir.

4 (5) Antennes entièrement noires. Cories d'un rouge obscur.

1. O LAVATERÆ. *Fab.* Ovalaire, noir, opaque, fortement ponctue et finement poilu. Cories d'un rouge sombre, l'angle apical externe, le bord postérieur et l'extrémité des deux nervures internes noirs; clavus brun; base du ventre d'un beau rouge; pattes noires, cotyles, orifices et un anneau aux tibias flavescents. Long. 5-6, avec la membrane qui dépasse de beaucoup l'abdomen.

France méridionale : Cette, Toulouse, Tarbes, Landes, Corse.

5 (4) Deuxième article des antennes roux. Cories blanchâtres, un peu transparentes.

2. HYALINIPENNIS. *Costa* (*leucopterus Fieb.*) De même forme et aspect que le précédent, mais un peu plus étroit, pubescence plus blanche et plus abondante sur la tête et le pronotum. Cories et clavus blanchâtres, presque transparents, le sommet seul de l'angle postérieur externe de la corie noire. Ventre noir; cotyles, orifices, hanches et un anneau aux tibias flavescents. Ordinairement le bord postérieur du pronotum un peu jaunâtre. Long. 4 $^1/_2$—5.

Très-rare en France : Hyères, Corse.

6 (3) Pronotum flavescent avec une bande transverse noire ou jaunâtre.

3. O. PALLENS. *H.-S.* (*collaris Mls. R.*) Oblong, glabre, d'un jaunâtre blanc; antennes, bec, tête, base de l'écusson et poitrine noirs, une bande transverse noire un peu après le bord antérieur du pronotum. Base de l'abdomen et un large anneau aux cuisses noirs. Long. 3-4 $^1/_2$.

Variet. Très-souvent, le plus souvent même, les parties indiquées comme noires dans le type, sont d'un jaune roux plus ou moins foncé; les antennes sont alors jaunâtres avec le dernier article brun, ou brunes avec le deuxième article jaunâtre.

France méridionale : Embrun, Beziers, Avignon, Nice, St.-Antonin, Tarbes, etc., assez commun.

Digitized by Google

7 (2) Membrane noire avec une grande tache blanche à la base près de l'angle de la corie.

4. O. Modestus. *Fall.* Ovalaire, atténué en avant, déprimé, glabre, d'un ferrugineux obscur, écusson et dessous du corps noirs ; deuxième article des antennes et tibias plus pâles. Base de la corie et du clavus blanchâtre. Taches près des hanches, orifices et bords des segments pleuraux flaves. Long. 3 1/2—4.

Assez rare : Paris, Rhône, Murat (sur l'aulne), Nice, Tarbes.

8 (1) Premier article des antennes, dépassant très-notablement le sommet de la tête. Clavus à ponctuation irrégulière. (*S.-G. Macroplax Fieb.*).

9 (10) Membrane petite, blanche avec les nervures brunes et des taches dans les intervalles. Corie blanche avec les nervures brunes, sans bande transverse.

5. O. Preyssleri. *Fieb.* (*fuscovenosus Dahlb.*). Oblong, noir, fortement ponctué, à pubescence cendrée assez courte et épaisse. Deuxième article des antennes jaunâtre, moins la base et l'extrémité; bord postérieur du pronotum entièrement roussâtre. Taches près des hanches, orifices, tibias et tarses d'un jaunâtre pâle. Long. 3-4.

Paris, Provins, Yonne, Alsace, Rouen, Lyon, St.-Antonin, Hautes-Alpes et Hautes-Pyrénées.

10 (9) Membrane grande, noire, une grande tache blanche au milieu du bord externe. Cories blanches avec les nervures brunes et une large bande transverse, brune, au milieu de leur longueur, souvent plus ou moins oblitérée en dehors et en dedans.

6. O. Helferi. *Fieb.* (*fasciatus H.-S.*). Oblong, noir, fortement ponctué, à pubescence cendrée, courte et peu épaisse. Deuxième article des antennes jaunâtre, excepté la base et l'extrémité. Bords antérieur et postérieur du pronotum largement d'un roux obscur. Taches près des hanches, orifices, tibias et tarses flaves. Long. 3 1/2—4 1/2.

France méridionale : Fontainebleau, Avignon, Vernet, Tarbes, Landes, Toulouse, Beziers, Corse. Commun.

Digitized by Google

Trib. 9. PACHYMERINI.

TABLEAU DES DIVISI S.

1 (2) Pronotum avec un étranglement apr le milieu et un bourrelet antérieur en forme de cou, ses côtés arrondis, obtus, non carénés.

1. PLOCIOMERARIA.

2 (1) Pronotum simplement déprimé en travers; pas de bourrelet en forme de cou au bord antérieur; bords latéraux carénés ou munis d'une expansion lamellaire.

3 (6) Pronotum avec une expansion lamellaire égale et régulière sur toute l'étendue de ses bords latéraux, qui sont régulièrement arrondis et très-rarement un peu sinués.

4 (5) Antennes nues ou rarement brièvement pubescentes. Expansions latérales du pronotum et de la corie non ou rarement ponctuées; disque antérieur du pronotum le plus souvent lisse ou faiblement ponctué, rarement à ponctuation dense et forte.

3. BEOSARIA.

5 (4) Antennes à soies ou poils rigides à la base. Expansions latérales du pronotum et de la corie ponctuées. Corps ordinairement testacé en dessus. Suture entre les joues et le clypéus sillonnée.

4. GONIANOTARIA.

6 (3) Pronotum avec ses bords latéraux simplement carénés, sans expant sion lamellaire, ou muni d'une faible expansion au niveau seulemende la sinuosité latérale.

7 (8) Tache opaque postérieure des bords du quatrième segment ventral très-éloignée de la tache antérieure et rapprochée du bord postérieur du segment (comme dans les trois groupes précédents). Pronotum dans le plus grand nombre des genres, à bords latéraux simplement carénés, non ou peu sinuées, moins rétréci en avant que dans le groupe suivant.

2. RHYPAROCHROMARIA.

8 (7) Tache opaque postérieure des bords du quatrième segment ventral très-éloignée du bord postérieur et rapprochée de la tache anté-

Digitized by Google

rieure (1). Pronotum très-rétréci d'arrière en avant et ordinairement sinué latéralement.

5. DRYMARIA.

DIV 1. PLOCIOMERARIA.

TABLEAU DES GENRES.

1. Pronotum très-allongé, beaucoup plus long que large en arrière. Bourrelet antérieur large.

PAROMIUS.

2 Pronotum aussi long que large en arrière. Bourrelet du cou étroit.

PLOCIOMERUS.

PAROMIUS. *Fieb.*

1 P. LEPTOPOÏDES. *Baer.* Noir, antennes à longues soies dressées, testacées avec la base du premier article et l'extrémité du dernier bruns. Pattes testacées, un large anneau brun aux cuisses antérieures et un plus obsolète aux postérieures; cuisses antérieures très-renflées, une forte dent vers le milieu et un groupe de quatre ou cinq vers l'extrémité; tibias antérieurs avec un éperon vers le milieu chez le mâle. Cories testacées avec des lignes de points bruns et des taches brunes confluentes surtout vers l'extrémité. Angles huméraux du pronotum étroitement jaunâtres. Membrane noirâtre, nervures plus pâles. Long. 7.

France méridionale, rare : Hyères, Avignon, Toulouse, Tarbes, Corse.

2. P. GRACILIS. *Ramb.* (*nabiformis Costa*). Testacé, sans longues soies, revêtu d'un duvet cendré très-court, surtout sur la tête et le devant du pronotum qui sont bruns ainsi que le dessous du corps. Ecusson brun-rougeâtre. Extrémité de la corie avec quelques points et une petite tache brune. Pronotum plus déprimé que dans l'espèce précédente. Membrane jaunâtre, les nervures plus pâles. Long. 7.

(1) Le genre *Ischnocoris* d'après ce caractère doit faire partie des *Drymaria*, mais je préfère le ranger dans les *Rhyparochromaria*, parce qu'il en a le facies, la forme du pronotum et qu'on ne peut l'éloigner du genre *Macrodema*.

Digitized by Google

Provence, très-rare : Hyères, Fréjus, Collioure. Ressemble beaucoup au *Nabis ferus*.

PLOCIOMERUS *Sag. Fieb.*

1 (6) Fémurs antérieurs avec un groupe d'épines vers l'extrémité, inermes vers le milieu.

2 (5) Dessus du corps plus ou moins poilu. Lobe antérieur du pronotum plus long que le postérieur.

3 (4) Ecusson noir. Cories noirâtres avec le bord externe interrompu blanchâtre et des linéoles blanchâtres. Deuxième et troisième segments ventraux avec une bande dénudée, très-finiment striguleuse en travers, de chaque côté du disque. Membrane un peu raccourcie.

1. P. Sylvestris. *Lin.* Noir à duvet cendré et avec des poils hérissés assez peu nombreux et peu longs. Antennes longues, les deux derniers articles noirs et plus épais, le deuxième et l'extrémité du premier flaves. Lobe postérieur du pronotum avec quatre traits d'un roux-brun très-peu apparents. Cuisses antérieures et tibias postérieurs bruns, ainsi que l'extrémité des cuisses intermédiaires et postérieures ; le reste des pattes un peu plus pâle. Cotyles et bord postérieur des métapleures jaunâtres. Tibias antérieurs droits et inermes chez le mâle. Long. 5 $^1/_2$.

Espèce alpine : Hautes-Alpes, Col des Ayes, près Briançon, Mont-Cenis, Lagrave.

4 (3) Ecusson brun avec deux taches rousses. Cories flaves avec des lignes de points bruns et quelques petites taches brunes. Tibias antérieurs du mâle courbes et armés d'un fort éperon vers le tiers apical.

2. P. Calcaratus. *Put.* Varié de brun et de flave, couvert de longues soies hérissées. Antennes grêles, d'égale épaisseur, le dernier article rembruni. Tête noirâtre. Pronotum roux avec des taches flaves sur le lobe postérieur. Cories flaves avec des points bruns plus ou moins en séries et quatre ou cinq petites taches brunes. Membrane enfumée avec les nervures blanches. Abdomen noirâtre. Pattes très-velues, un anneau brun vers le milieu des cuisses et un autre très-petit, à peine apparent près des genoux. Long. 5 $^1/_2$.

Digitized by Google

Un seul exemplaire trouvé à Apt (Vaucluse), par M. Abeille de Perrin. — Espèce commune en Algérie, surtout à Biskra, se trouve aussi en Egypte.

5 (2) Dessus du corps non poilu. Lobe antérieur du pronotum égal au postérieur.

3. P. Fracticollis. *Schill.* Tête, pronotum et dessous du corps noirs; bord antérieur du pronotum jaunâtre, lobe postérieur varié de jaunâtre et de roux et ponctué de brun. Antennes roussâtres, le premier et le dernier articles ordinairement bruns. Cories jaunâtres à points et linéoles bruns. Pattes rousses avec un faible anneau brun aux fémurs postérieurs et quelquefois à tous. Tibias antérieurs droits même chez le mâle. Long. 5-5 1/2.

Peu commun : Nord, Yonne, Aube, Alsace.

6 (1) Fémurs antérieurs avec une forte épine vers le milieu et un groupe d'autres près de l'extrémité. Dessus du corps poilu.

4. P. Luridus. *Hahn.* Tête, pronotum, écusson et dessous du corps noirâtre, quelquefois le lobe postérieur du pronotum un peu roussâtre. Elytres d'un roux-jaunâtre, plus foncées que dans les deux espèces précédentes et à ponctuation brune bien moins apparente. Antennes brunes, le troisième et le quatrième article roux moins l'extrémité. Pattes rougeâtres, les tibias et l'extrémité des fémurs ordinairement bruns. Bords latéraux du ventre roux. Tibias antérieurs courbés à la base chez le mâle, presque droits chez la femelle. Long. 5-5 1/2.

Assez rare en France : Vosges, Nord, Finistère.

Div. 2. RHYPAROCHROMARIA.

TABLEAU DES GENRES :

1 (6) La carène latérale du pronotum n'est indiquée que par une faible strie, visible seulement en regardant l'insecte de côté. Cuisses antérieures très-renflées, dentées.

Digitized by Google

2 (3) Tête et pronotum plus longs que larges. Tubercules antennifères très-prolongés en avant, antennes insérées bien en avant des yeux.

PRODERUS.

3 (2) Tête et pronotum aussi longs ou moins longs que larges. Tubercules antennifères peu éloignés des yeux.

4 (5) Pronotum aussi long que large en arrière.

ICUS.

5 (4) Pronotum moins long que large en arrière ; fémurs antérieurs moins renflés.

TROPISTETHUS.

6 (1) Carène latérale du pronotum saillante et formant un rebord bien visible en dessus.

7 (8) Pronotum très-profondément échancré en avant, souvent plus large en avant qu'en arrière. Tête petite. Fémurs antérieurs renflés, dentés.

PLINTHISUS (S. STR.).

8 (7) Pronotum coupé droit, ou presque droit au bord antérieur.

9 (26) Pronotum peu rétréci d'arrière en avant, angles antérieurs subitement rétrécis, côtés presque parallèles. Tête moins large ou quelquefois aussi large que l'avant du pronotum ; yeux petits. Cuisses antérieures dentées ou mutiques.

10 (23) Cuisses antérieures inermes ou armées d'une seule épine.

11 (16) Cuisses antérieures avec une dent.

12 (15) Pronotum carré ou transverse. Yeux touchant les angles antérieurs du pronotum.

13 (14) Pronotum carré ; taille très-petite. Insectes ordinairement brachyptères ; troisième suture ventrale droite.

PLINTHISOMUS.

14 (13) Pronotum transverse. Taille plus grande. Insectes macroptères. Troisième suture ventrale courbe et sinuée.

LAMPRODEMA.

15 (12) Pronotum beaucoup plus long que large. Yeux ne touchant pas les angles antérieurs du pronotum. Corps allongé, parallèle.

PTEROTMETUS.

16 (11) Cuisses antérieures mutiques.

17 (18) Yeux proéminents, ne touchant pas les angles antérieurs du pronotum.

MACRODEMA.

Digitized by Google

18 (17) Yeux peu proéminents, touchant les angles antérieurs du pronotum.

19 (22) Corps velouté ou pubescent en dessus. Dépression transverse du pronotum bien apparente.

20 (21) Côté du quatrième segment ventral avec deux taches opaques, la postérieure très-rapprochée de l'antérieure et éloignée du bord postérieur. (Comme dans les *Drymaria*).

ISCHNOCORIS.

21 (20) Tache opaque postérieure très-éloignée de l'antérieure et rapprochée du bord postérieur. Corps plus large, plus poilu.

PIONOSOMUS.

22 (19) Corps lisse au-dessus; dépression transverse du pronotum à peine apparente.

AOPLOSCELIS.

23 (10) Cuisses antérieures armées en dessous sur toute leur moitié apicale de nombreuses dents au milieu des quelles on en remarque une plus grande.

24 (25) Tête courte, presque transverse; yeux touchant les angles antérieurs de pronotum.

RHYPAROCHROMUS.

25 (24) Tête plus longue que large; yeux un peu éloignés des angles antérieurs du pronotum. Corps plus étroit, plus déprimé que dans le genre précédent.

PIEZOSCELIS.

26 (9) Pronotum trapézoïdal, graduellement rétréci d'arrière en avant jusqu'aux angles antérieurs qui ne sont pas subitement arrondis. Tête plus large que l'avant du pronotum; yeux assez grands. Cuisses antérieures dentées ou mutiques.

27 (32) Cuisses antérieures mutiques. Côtés du pronotum peu fortement marginés.

28 (29) Lobe antérieur du pronotum en grande partie imponctué, ainsi que deux bandes longitudinales sur les cories, l'une externe, l'autre médiane. Premier article des antennes dépassant de beaucoup le sommet de la tête.

LASIOSOMUS.

29 (28) Pronotum et cories entièrement et fortement ponctués.

30 (31) Premier article des antennes ne dépassant pas ou à peine l'extrémité de la tête. Clavus à trois séries de points.

ACOMPUS.

Digitized by Google

31 (30) Premier article des antennes dépassant notablement l'extrémité de la tête. Clavus à quatre séries de points.

STYGNUS.

32 (27) Cuisses antérieures dentées. Côtés du pronotum plus distinctement marginés.

33 (34) Corps, antennes et pattes à longues soies rigides. Tête un peu allongée. Tubercules antennifères assez éloignés des yeux.

LASIOCORIS.

34 (33) Corps sans longues soies. Tête moins allongée, tubercules antennifères moins éloignés des yeux, ceux-ci plus grands. (Côtés du pronotum devenant déja un peu lamellaires comme dans les *Beosaria*, mais seulement au milieu au niveau du sinus latéral).

PERITRECHUS.

PRODERUS. *Am.*

1. P. SUBERYTHROPUS *Costa.* (*Flavipes. Luc.*). Très-allongé, d'un noir un peu brun, glabre, pattes, hanches et bec d'un beau jaune, clypeus rougeâtre, antennes fauves, le troisième article brun. Pronotum très-allongé, ponctué sur son dernier tiers, ainsi que l'écusson et les élytres, celles-ci ponctuées un peu en lignes. Membrane noirâtre. Long. 6 $^1/_2$—7.

France méridionale, rare : Avignon, Prades, Toulouse, Corse.

ICUS. *Fieb.*

1. I. ANGULARIS. *Fieb.* Allongé, noir, opaque, trois petites taches jaunâtres au bord postérieur du pronotum : une au milieu et une de chaque côté sur l'angle postérieur, ces trois taches réunies par une fine bordure au bord même. Base du pronotum et écusson assez fortement ponctués. Elytres d'un gris-jaunâtre à points bruns en séries, le bord apical brun ainsi qu'une tache à l'angle interne ; membrane noirâtre, les nervures et une tache blanchâtres à l'angle de la base. Base des cuisses, tibias et les deux premiers articles des antennes plus ou moins flavescents. Long. 4-4 $^1/_2$.

Avignon un exemplaire (M. Nicolas) ; se rencontrera probablement en Provence, parce qu'on le trouve à Gênes. Les exemplaires de Corse constituent une variété :

Var. Corsicus. Put. Pattes et antennes entièrement noires ; taches du pronotum non reliées par une bordure au bord postérieur,

Digitized by Google

sur les élytres la couleur noire envahit la moitié apicale, la moitié basilaire au contraire est d'une teinte plus blanche et moins roussâtre, comme dans la modification analogue de l'*Ischnocoris hemipterus*.

Les exemplaires de Hongrie (*var. hungaricus Horw.*) ont, au contraire, les pattes entièrement rousses.

TROPISTETHUS. *Fieb.*

1. T. Holosericeus. *Scholz.* (*Sabuleti. Hah. nec Fall.*). Allongé, noir, opaque, très finement pubescent, velouté. Pointe de l'écusson, bec, cotyles et pattes jaunâtres, cuisses brunes. Elytres ochracées, ponctuées de brun, leur bord apical brun ainsi que une tache à l'angle interne. Membrane complète; d'un blanc jaunâtre. Long. 2 $^1/_2$.

Toute la France : Corse, souvent dans les fourmilières.

Les exemplaires de Corse ont souvent les cories bien plus pâles, blanchâtres avec une tache brune bien nette à l'angle interne.

PLINTHISUS. *Westw.*

1 (4) S.-G. Plinthisomus. *Fieb.* Pronotum subcarré, à ponctuation égale, bord antérieur droit. Fémurs antérieurs unidentés. Tibias antérieurs droits, taille très-petite.

2 (3) Brunâtre. Elytres coupées obliquement en arrière, laissant à découvert le dernier segment et la moitié de l'avant dernier.

1. P. Pusillus. *Scholtz.* D'un noir de poix brillant, fortement ponctué, à pubescence très-fine, jaunâtre, la base des antennes, le bec et les pattes d'un testacé ferrugineux. Long. 1 $^3/_4$— 2.

Très-rare : Dunkerque, Paris, Bitsche.

La forme *macroptère* (*latus Reut.*) est extrêmement rare et n'a pas encore été trouvée en France, elle est plus grande, 2 $^1/_2$ m.

3 (2) Jaune ferrugineux. Elytres coupées droit en arrière, laissant à découvert les trois derniers segments.

2. P. Minutissimus. *Fieb.* Brillant, glabre, écusson et abdomen

Digitized by Google

rembrunis, antennes brunâtres, plus claires à la base et au sommet. Long. 1 1/4—1 1/3. Le plus petit des *Lygéides* de France.

Rare : dans les nids des Formica rufa et congerens. Provence, Lyon, Fontainebleau, Montpellier.

La forme *macroptère* dont je ne connais qu'un exemplaire de Bône est un peu plus ovalaire, la corie un peu obscure au bord apical et le long du clavus, la membrane flavescente légèrement obscure au milieu.

4 (1) S G. PLINTHISUS. *Westw.* Pronotum plus long que large, lisse ou à peu près en avant, fortement ponctué sur le dernier tiers, bord antérieur échancré. Fémurs antérieurs bidentés. Tibias antérieurs arqués. Taille plus grande.

5 (6) Elytres avec ou sans membrane ; dans ce dernier cas elle forme cependant une étroite bordure qui ne laisse que les deux derniers segments abdominaux à découvert. Fémurs antérieurs armés seulement de deux dents égales. Dessus du corps glabre (1).

3. P. BREVIPENNIS. *Latr.* Noir de poix, brillant, glabre ; base des antennes et des fémurs, genoux, tibias et tarses plus pâles. Tête et lobe antérieur du pronotum finement rugueux, ponctués, clavus et corie irrégulièrement ponctués, disque de la corie à ponctuation plus fine et plus espacée. Long. 2 3/4—3 1/3.

Forme macroptère. (Bidentulus H.-S.). Pronotum trapezoïdal, élytres d'un ferrugineux obscur, plus clair sur le disque et le long du clavus, membrane flavescente.

Forme brachyptère. (Brevipennis Latr.). Pronotum un peu ou à peine rétréci en arrière, élytres obliquement tronquées en arrière, membrane rudimentaire, grisâtre.

Toute la France et la Corse. Assez commun.

6 (5) Elytres toujours sans membrane même rudimentaire, de sorte que

(1) Le *P. Flavipes. Fieb.* qui appartient à ce groupe et se trouve en Italie et en Sicile, se rencontrera peut-être en Provence. Il diffère du P. Brevipennis par sa surface légèrement pubescente, sa taille plus faible (2 1/2 — 2 3/4) ses élytres et ses pattes plus claires, les cories à ponctuation égale, le pronotum à peine plus long que large, aussi large en arrière qu'en avant.

Digitized by Google

les trois derniers segments abdominaux restent à découvert. Fémurs antérieurs avec plusieurs petites dents entre les deux grandes.

7 (8) Dessus glabre, brillant.

4. P. Putoni. *Horwath.* Oblong, noir, brillant, glabre, pronotum à peine ou sensiblement (*Var. Coarctatus. How.*) rétréci en arrière, son lobe antérieur lisse ainsi que la tête; élytres distinctement ponctuées, coupées droit en arrière, membrane nulle; antennes et élytres d'un noir de poix, bec, genoux, tibias et tarses d'un flave ferrugineux. Long. $2\,^3/_4$—3.

Beziers. Commun en Algérie dans toute la province de Constantine.

8 (7) Dessus pubescent.

9 (10) Elytres coupées droit en arrière, l'angle externe droit ou obtus.

5t P. Convexus. *Fieb.* Oblong, noir de poix, à pubescence dorée tres-courte, mais distincte; bec, genoux, tibias et tarses plus pâles. Pronotum convexe, graduellement rétréci en arrière, bords latéraux distinctement arrondis en avant; élytres fortement ponctuées, membrane nulle. Long. $3\,^1/_3$—$3\,^2/_3$.

Corse. Doit se trouver probablement dans la Provence puisqu'on le trouve à Gênes.

10 (9) Elytres coupées obliquement en arrière de sorte qu'elles forment un angle à leur bord postérieur et que l'angle externe est aigu.

6. P. Longicollis. *Fieb.* Oblong, noir de poix, à pubescence dorée bien plus faible que chez le précédent, brillant, ponctulé, bec, bord externe de la corie, genoux, tibias et tarses plus pâles. Pronotum convexe, graduellement rétréci en arrière, bords latéraux distinctement arrondis en avant, angles antérieurs non proéminents. Elytres assez fortement ponctuées. Membrane nulle. Long. 3-$3\,^1/_2$.

France méridionale : Hyères, Beziers, Prades.

LAMPRODEMA. *Fieb.*

1. L. Maurum. *Fieb.* Ovale, noir, brillant, glabre, tête, pronotum

Digitized by Google

et écusson très-légèrement bronzés; angles postérieurs et bord postérieur du pronotum, bord scutellaire des cories, base des antennes, tibias et tarses d'un roux ferrugineux plus ou moins foncé; membrane ordinairement entière, blanchâtre avec le milieu obscur. Long. 4-4 1/2.

Assez rare : Nord, Paris, Avignon, Toulouse.

PTERTOMETUS. *Am.-Serv.*

1. P. Staphylinoïdes. *Burm.* Corps allongé, parallèle, noir brillant, glabre, cories d'un jaunâtre ochracé, velouté, ordinairement très-courtes et avec une membrane rudimentaire blanchâtre, très-rarement avec la membrane complète blanchâtre avec le milieu enfumé. Long. 5-5 1/2.

Toute la France, assez rare : Nord, Paris, Vosges, Lyon, Toulouse, Landes, Pyrénées.

Obs. Le *P. Dimidiatus. Fieb.* d'Espagne et d'Algérie est un peu plus étroit et la moitié postérieure de la corie est noire.

MACRODEMA. *Fieb.*

1. M. Micropterum. *Curt.* Corps allongé, noir, brillant, glabre. Tête et pronotum d'un noir bleuâtre, ponctués, bord postérieur du pronotum mat, velouté, jaunâtre. Ecusson entièrement noir. Cories veloutées, jaunâtres, à lignes de points noirs, une tache brune au bord externe un peu avant l'extrémité, le plus souvent très-courtes et laissant à découvert cinq segments de l'abdomen. Deuxième article des antennes ferrugineux moins la base et l'extrémité, hanches et pattes ferrugineuses avec les cuisses largement brunes. Long. 3.

La forme macroptère (*Subaeneum H.-S.*) qui est extrêmement rare (je n'en ai vu que deux exemplaires des Vosges), a la corie et la membrane complètes, celle-ci blanchâtre avec le disque noirâtre, le bord externe de la corie est brun depuis le dernier tiers jusqu'au sommet.

Une grande partie de la France : Nord, Paris, Rouen, Vosges, Tarbes.

Digitized by Google

ISCHNOCORIS. *Fieb.*

1 (2) Tête, pronotum et écusson à ponctuation très-fine, à peine visible. Bord antérieur du pronotum noir comme le disque et l'arête linéaire du bord externe.

1. I. Hemipterus. *Schill.* Allongé, noir, pronotum presque carré (*forma brachyptera*) ou un peu rétréci en avant (*f. macropt.*), son tiers postérieur jaunâtre ponctué de noir. Extrémité de l'écusson jaunâtre, cories jaunâtres à lignes de points bruns, ainsi que l'angle apical externe, tantôt courtes sans membrane, tantôt longues avec une membrane bleuâtre veinée de brun. Antennes noires, le sommet du premier article des antennes et le deuxième en entier jaunâtres ainsi que les pattes; fémurs bruns. Long. $2\,^1/_2$—$2\,^3/_4$.

Var. Nigricans. Put. Couleur noire plus développée sur les pattes, les antennes et les cories et les parties jaunâtres des cories devenant plus blanchâtres. — Corse.

Assez rare : Nord, Vosges, St-Girons, Tarbes.

2 (1) Tête, pronotum et écusson à ponctuation forte, bien visible. Bord antérieur du pronotum jaunâtre au milieu, ainsi que l'arête linéaire du bord externe.

2. I. Punctulatus. *Fieb.* Allongé, noir; pronotum un peu plus court et plus large que chez le précédent; son tiers postérieur jaunâtre ponctué de noir, sommet de l'écusson jaunâtre. Cories jaunâtres ponctuées de brun, angle apical externe brun, membrane blanchâtre (toujours complète à ma connaissance). Antennes noires, les deux premiers articles plus ou moins jaunâtres au sommet. Pattes flaves en entier (*flavipes. Sign.*) ou avec les cuisses brunes au milieu. Long. $2\,^1/_2$—$2\,^3/_4$,

Provence, Montpellier, Toulouse, Metz, Corse.

PIONOSOMUS. *Fieb*

1. P. Varius. *Wolff.* Ovale, noir, hérissé de long poils; deux taches jaunâtres et ponctuées de brun au milieu du bord postérieur du pronotum. Elytres flavescentes à lignes de points bruns,

Digitized by Google

une tache brune au milieu du bord externe et prolongée en travers vers l'intérieur et une à l'angle apical externe ; membrane tantôt complète, tantôt un peu raccourcie, blanche avec le centre et des veines noirâtres. Antennes noires, les articles deux et trois en partie jaunâtres ainsi que les pattes, fémurs noirs. Long. 2 1/2 — 3.

Dunkerque, Paris, Landes.

AOPLOSCELIS. *Fieb.*

1. A. Bivirgatus. *Costa* (*bilineatus. Fieb.*). Allongé, d'un noir très-brillant, à reflet un peu verdâtre, glabre, fortement ponctué. Une bande longitudinale d'un blanc jaunâtre au bord externe du clavus, cette bande avec une ligne de gros points enfoncés et espacés, deux autres lignes à points plus fins et plus serrés sur la partie interne qui est noire. Cories à ponctuation éparse. Antennes et pattes noires. Long. 3.

Corse. Rochaute près Béziers (M. Mayet).

RHYPAROCHROMUS. *Curtis.*

(Megalonotus. *Fieb.*)

1 (4) Pattes entièrement jaunâtres.

2 (3) Pubescence rare et courte.

1. R. Antennatus. *Schill.* Ovale, oblong, un peu brillant, noir, à pubescence fine et courte, fortement ponctué ; moitié supérieure du premier article des antennes et le deuxième en entier d'un flave testacé ainsi que les pattes. Elytres d'un testacé obscur, opaques, ordinairement brunâtres vers l'extrémité. Membrane rudimentaire, brunâtre. Long. 4 2/3.

Assez rare : Nord, Paris, Vosges, Grande-Chartreuse, Tarbes.

8 (2) Pubescence longue et forte.

2. R. Hirsutus. *Fieb.* Très-semblable au précédent, mais plus opaque, hérissé de longues soies surtout sur le pronotum et les pattes. Le premier et le deuxième article des antennes entièrement testacés. Long. 4 2/3.

Digitized by Google

Ordinairement brachyptère ; cependant je possède du Caucase des exemplaires à membrane complète brune avec l'angle de la base pâle ; ils sont aussi un peu plus grands.

Très-rare en France : Vosges.

(4) Pattes avec une ou plusieurs paires de cuisses brunes.

5 (8) Pronotum et élytres glabres, brillants sans longues soies, ni pubescence courte.

6 (7) Cories jaunâtres avec l'extrémité brune. Pattes d'un jaunâtre pâle avec les fémurs antérieurs noirs.

3. R. Prætextatus. *H-S.* Noir, glabre, brillant, sommet du premier et du deuxième article des antennes et élytres d'un flave testacé, une large bande apicale brune à la corie, membrane complète, membrane noirâtre avec la base blanchâtre. Long. $4\,^1/_2$—5.

Une grande partie de la France : Nord, Paris, Landes, Pyrénées, Corse.

7 (6) Cories entièrement noires. Pattes d'un roux foncé, tous les fémurs ou quelquefois seulement les antérieurs noirs.

4. R. Punctigollis. *Luc.* (*Niger Fieb.*). Noir, glabre, brillant, presque parallèle, très-fortement ponctué. Pattes d'un roux foncé, les fémurs bruns, les postérieurs quelquefois roux, les antérieurs très-fortement renflés, presque globuleux, finement dentés sur toute leur arête inférieure. Membrane complète ou presque complète, noirâtre, une tache blanche à la base et une au sommet. Long. $4\,^3/_4$.

Corse.

8 (5) Pronotum et élytres à longues soies ou couverts d'une pubescence courte, veloutée.

9 (10) Pronotum brillant, sans pubescence courte, mais à soies très-longues et nombreuses.

5. R. Nitidigollis. *Put.* Noir, pronotum très-brillant, hérissé de longues soies noires; écusson et élytres opaques, veloutés et

Digitized by Google

hispides. Une petite tache ferrugineuse obsolète sur les angles postérieurs du pronotum. Cories colorées comme dans le *R. Sabulicola*, d'un ferrugineux jaunâtre avec une tache brune rhomboïdale irrégulière qui occupe le milieu jusqu'à l'angle postérieur interne. Membrane complète brune avec une tache pâle à la base et une autre au sommet. Antennes noires, hispides, le deuxième article et le sommet du premier roux. Pattes hispides, rousses, les fémurs antérieurs noirs, une tache brune ou anneau incomplet près de l'extrémité des quatre postérieurs. Long. 4 $^3/_4$.

Corse, très-rare.

10 (9) Pronotum opaque, à pubescence courte, veloutée, avec ou sans mélange de longues soies.

11 (12) Tibias et antennes noirs. Pronotum sans longues soies.

6. R. Dilatatus. *H.-S.* (*Obscurus. Muls. R.*). Noir, opaque, à pubescence extrèmement fine et courte. Pronotum plus déprimé que chez les autres espèces, à ponctuation forte et serrée. Elytres d'un noir brunâtre, à peine d'un ferrugineux obscur sur les nervures de la base et du clavus; membrane complète, noirâtre avec une tache pâle à la base; genoux et tarses très-légèrement ferrugineux. Long. 5-5 $^1/_2$.

Une grande partie de la France, assez rare : Nord, Paris, Chartres, Vosges, Le Lioran, Tarbes, Corse.

12 (11) Tibias et deuxième article des antennes roux. Pronotum avec de longues soies.

13 (14) Tibias noirs au sommet.

7. R. Chiragra. *Fab.* Noir, opaque, à pubescence courte, grise et à longs poils noirs. Elytres jaunâtres ponctuées de brun; membrane complète ou peu raccourcie, brune avec la base et quelques veines jaunâtres. Fémurs postérieurs roux jusqu'au delà du milieu. Long. 5.

Var. Nigricornis. Dgl. Sc. Deuxième article des antennes noir. J'en possède un exemplaire de Bône.

Toute la France : commun.

Digitized by Google

(13) Tibias entièrement d'un roux testacé.

8. R. Sabulicola. *Thoms.* Cette espèce, qui n'est peut-être qu'une race du précédent, n'en diffère que par la taille plus faible, les tibias entièrement roux, les fémurs postérieurs noirs sur une plus grande étendue, le pronotum moins fortement ponctué en arrière, la membrane plus largement jaunâtre. Long. 4 1/2.

Nord, Vosges, Tarbes, Dax, Corse, etc.

PIEZOSCELIS. *Fieb.*

1. P. Staphylinus. *Ramb.* (*Antennata. Sign.*). Allongé, étroit, parallèle, noir, brillant, glabre sur la tête, le pronotum et le dos de l'abdomen, à pubescence très-fine et très-courte sur le reste du corps. Pronotum plus long que large, lobe antérieur convexe à ponctuation éparse, mais avec deux lignes de points longitudinales sur le milieu du disque, lobe postérieur très-court, à ponctuation très-forte. Cories d'un brun foncé, très-courtes, laissant à découvert cinq segments de l'abdomen, très-rarement entières avec la membrane noire excepté la base qui est blanche; clavus jaunâtre à ponctuation très-forte et en lignes régulières ainsi que les cories. Deuxième article des antennes roux excepté le sommet. Bec, pattes et hanches roussâtres, les fémurs antérieurs très-renflés, globuleux, noirs, les antérieurs bruns Long. 4 1/2.

Provence, Avignon, Toulouse, St.-Antonin. Un exemplaire macroptère de Corse.

Le *Megalonotus angustatus* Fieb. ne paraît pas différer de cette espèce, autant qu'on peut en juger par le type entièrement mutilé que je possède.

LASIOSOMUS. *Fieb.*

1. L. Enervis. *H.-S.* Ovale, oblong, brillant, hérissé de poils assez longs. Pattes, hanches, bec et les trois premiers articles des antennes flaves. Tête noire, rougeâtre en avant. Pronotum trapezoidal, noir, le bourrelet du bord antérieur, les angles humeraux et une grande partie du bord postérieur d'un jaunâtre flavescent, lobe antérieur presque lisse. Elytres d'un flave obscur, clavus avec quatre stries de forts points, cories avec deux lignes de gros

Digitized by Google

points à la base et quelques uns irréguliers à l'extrémité, le reste lisse. Membrame complète, flavescente. Dessous du corps noirâtre, excepté le bord postérieur des segments pleuraux. Long. 4.

Rare : Nord, Rouen, Vosges, Alsace, Metz,

ACOMPUS. *Fieb.*

1. A. Rufipes. *Wolff.* Ovale, oblong, noir, peu brillant, à peine pubescent, fortement ponctué. Articles deux et trois des antennes et pattes d'un flave testacé, ordinairement les fémurs antérienrs et quelquefois les postérieurs bruns. Elytres jaunâtres, ponctuées de brun, une grande tache brune à l'angle postérieur de la corie et quelquefois une autre à l'angle externe. Membrane tantôt très-raccourcie, tantôt complète, blanchâtre, irrégulièrement maculée de noirâtre. Long. 4.

Toute la France : assez commun.

STYGNUS. *Fieb.*

1 (2) Insecte noir ou brun-noir très-foncé, base du pronotum concolore. Membrane ordinairement incomplète.

1. S. Rusticus. *Fall.* Noir, opaque, à ponctuation forte et serrée, couvert d'une pubescence cendrée très-courte. Antennes et pattes d'un roux foncé, le dernier article et les fémurs noirâtres. Elytres raccourcies, membrane rudimentaire blanchâtre. On trouve très-rarement en Angleterre et en Finlande des exemplaires à corie et membrane complètes (S. incanus Fieb.); ces exemplaires ont le bord de la corie un peu roussâtre. Long. 3 1/2—4.

Assez rare : Nord, Paris, Vosges, Tarbes, Nice, Corse.

2 (1) Insectes moins sombres; base du pronotum ferrugineuse moins foncée que le lobe antérieur. Membrane toujours complète.

3 (4) Antennes et pattes brunes. Pubescence très-courte et serree.

2. S. Arenarius. *Hah.* Noir brunâtre, opaque, très-ponctué, à pubescence grisâtre, très-courte, assez serrée; deuxième et troisième articles des antennes, tibias et tarses roussâtres; quatrième

Digitized by Google

article des antennes à peine plus long que le troisième; base du pronotum et élytres d'un roussâtre foncé. Long. 2 1/2—3.

Commun dans toute la France et la Corse.

Obs. On trouve en Scandinavie le *S. Pygmæus Sahl*, qui se rencontrera peut-être en France. Il diffère du précédent par sa taille plus faible de moitié, le quatrième article des antennes plus long d'un tiers que le troisième, ses antennes et pattes moins foncées, son corps moins opaque, la pubescence plus longue, mais moins que dans le sabulosus.

4 (3) Antennes et pattes d'un flave pâle. Pubescence longue.

3. S. Pedestris. *Fall. Zett.* (*Sabulosus Schill.*). Noirâtre un peu brillant, à poils pâles assez longs; antennes et pattes d'un flave pâle; quatrième article des antennes noir, à peine plus long que le troisième. Base du pronotum et élytres d'un testacé obscur. Long. 3.

Commun dans toute la France et la Corse.

LASIOCORIS. *Fieb.*

1. L. Anomalus. *Kol.* (*Villosus Mls. R.*). Ovale, allongé, noir, hérissé de longues soies noires. Tête d'un noir légèrement bronzé avec une pubescence courte cendrée; antennes épaisses densément et longuement poilues, le deuxième article, excepté le sommet et base du troisième roux. Bourrelet des bords antérieurs et latéraux du pronotum roux, ainsi que le lobe postérieur; ce dernier ponctué de noir, les angles postérieurs avec un calus lisse d'un noir bronzé brillant. Elytres rousses (quelquefois un peu blanchâtres), ponctuées de noir et avec une grande tache noire irrégulièrement arrondie sur le disque au niveau de l'angle interne. membrane d'un beau noir avec le bord arqué blanc. Sommet de l'écusson, tibias et tarses antérieurs et une tache au bord externe des cotyles roux. Long. 7-7 1/2.

France méridionale, assez rare : Provence, Marseille, Avignon, Lyon, Dijon, Tarbes, Corse.

PERITRECHUS. *Fieb.*

1 (9) Fémurs antérieurs bidentés; antennes poilues.

2 (8) Antennes entièrement noires.

Digitized by Google

3 (7) Fémurs presque entièrement noirs. Antennes grêles ou épaisses, mais non sensiblement renflées en massue.

4 (5.6) Antennes épaisses, Yeux très-saillants. Pronotum étroit en arrière. Tibias postérieurs noirs. Tête fortement ponctuée.

1. P. Geniculatus. *Hah.* (*Puncticeps Thoms.*). Oblong, noir à pubescence grise très-courte. Antennes fortes, robustes, les articles plus épais vers le sommet qu'à la base. Pronotum peu élargi en arrière, son lobe postérieur et les élytres d'un flave grisâtre pâle, ponctués de noir, l'angle postérieur externe des cories noir; membrane blanchâtre variée de brun. Ecusson noir, son sommet avec une tache flave en forme de V. Bec, hanches, sommet extrême des fémurs, tibias antérieurs en entier, le sommet des postérieurs et le premier article des tarses d'un flave testacé. Long. 5-5 $^1/_2$.
Nord, Vosges, Paris, Murat, etc.

5 (4.6) Antennes grêles, yeux très-saillants. Pronotum assez étroit en arrière. Tous les tibias et tarses testacés. Tête fortement ponctuée.

2 P. Gracilicornis. *Put.* Petites nouv. ent. 1877. 117. Cette espèce ressemble extrêmement à la precédente et en diffère par tous ses tibias et ses tarses testacés, ses antennes beaucoup plus grêles, à articles cylindriques, pas plus épais au sommet qu'à la base, Le pronotum est un peu moins allongé et un peu moins étroit en arrière que dans le *Geniculatus*, mais bien plus que dans le *Nubilus*. Long: 5-5 $^1/_2$.
Rouen, Yonne, Tarbes, Ile d'Oléron, Corse.

6 (4 5) Antennes grêles, yeux peu saillants. Pronotum fortement élargi en arrière. Tête finement ponctuée. Tibias postérieurs en tout ou en grande partie noirs.

3. P. Nubilus. *Fall.* La disposition des couleurs est la même que celle décrite plus haut pour le *geniculatus*; le *nubilus* en diffère par ses antennes grêles (comme dans le *gracilicornis*), ses yeux plus petits, bien moins saillants, sa tête à ponctuation fine et serrée, le pronotum beaucoup plus élargi postérieurement et moins allongé. La couleur des pattes est la même. La membrane est souvent marquée de taches noirâtres plus foncées et moins vagues. Long. 5-5 $^1/_4$.

Digitized by Google

Presque toute la France, surtout septentrionale et moyenne : Nord, Paris, Vosges, Ile d'Oléron, Corse.

7 (3) Fémurs très-largement testacés sur leur moitié basilaire. Antennes graduellement renflées en massue.

4. P. Angusticollis. *Sahlb.* Cuisses d'un jaune rougeâtre, sommet des cuisses intermédiaires et postérieures largement noir. Tibias postérieurs noirâtres, leur sommet jaunâtre. Sommet de l'écusson d'un blanc jaunâtre, ponctué de noir. Antennes noires très-épaisses. Membrane noirâtre, les nervures largement bordées de blanc et une grande tache blanche à la base entre les deuxième et troisième nervures. Bec jaune à poils jaunes. Cuisses antérieures largement noires à l'extrémité (♂) ou presque entièrement noires (♀). Long. 4. (D'apres Fieber).

Cette espèce, que je ne possède pas, est extrêmement rare ; il ne m'en a été signalé que trois exemplaires, l'un du Nord, un autre de Strasbourg, le troisième de La Teste.

8 (2) Antennes rousses au moins sur les deuxième et troisième articles.

5. P. Meridionalis. *Put.* Petites nouv. ent. 1877. 117. Extrêmement voisin du *P. Nubilus ;* il a comme lui le pronotum large en arrière, les yeux petits et peu saillants, les antennes grèles. Il en diffère par sa taille un peu plus courte, sa forme plus étroite et plus convexe, les articles deux et trois des antennes et quelquefois aussi le premier roux ; la tête a la ponctuation beaucoup plus fine et plus espacée, presque nulle ; tous les tibias et tarses, les hanches et les fémurs fauves, ceux-ci le plus souvent avec un anneau brun au milieu, assez souvent cependant entièrement roux, les élytres sont plus pâles à ponctuation brune bien moins visible. Long. 4 3/4—5.

France méridionale : Beziers, Cette, Collioure, Corse.

6 (1) Fémurs antérieurs très obsolètement unidentés. Antennes non poilues, leur deuxième article largement roux à la base.

6. P. Luniger, *Schill.* Oblong, noir, à pubescence grise très-courte. Antennes grèles, bec noir. Lobe postérieur du pronotum d'un

Digitized by Google

flave grisâtre ponctué de noir. Sommet de l'écusson flave. Elytres d'un flave grisâtre à lignes de points noirs, deux petites taches noires, le long du bord postérieur ainsi que l'angle externe. Membrane d'un beau noir, une tache blanche arrondie à l'extrémité, une autre arquée à la base, nervures fines, blanches. Pattes noires, les genoux et tibias antérieurs roux. Long. 4 1/2.

Toute la France et la Corse; assez commun.

Div. 3. BEOSARIA.

TABLEAU DES GENRES.

1 (4) Tête courte, plus ou moins transverse. Antennes un peu poilues, insérées peu en avant des yeux, premier article dépassant peu ou pas le sommet de la tête. Pronotum transverse, ses côtés munis d'une marge lamellaire étroite, le plus souvent linéaire. Premier article des tarses postérieurs non distinctement du double plus long que les deux suivants réunis.

2 (3) Fémurs antérieurs grèles, à peine plus épais que les postérieurs, une très-petite dent peu apparente. Yeux débordant fortement les angles antérieurs du pronotum.

HYALOCHILUS.

3 (2) Fémurs antérieurs très-renflés, avec une forte dent (excepté *Anorus*) et plusieurs autres petites. Yeux ne débordant pas ou à peine les angles antérieurs du pronotum.

TRAPEZONOTUS.

4 (1) Tête aussi large que longue. Antennes nues ou presque nues, insérées assez loin en avant des yeux; premier article dépassant notablement le sommet de la tête. Pronotum plus long que dans le groupe précédent, sa marge lamellaire plus large. Premier article des tarses postérieurs distinctement du double plus long que les deux précédents réunis.

5 (8) Tête plus étroite ou pas plus large que le devant du pronotum. Yeux petits et peu saillants. Bord antérieur du pronotum échancré, les latéraux arqués. Premier article des antennes ne dépassant le sommet de la tête que de un quart ou à peine de un tiers de sa longueur.

Digitized by Google

6 (7) Deuxième et troisième articles du bec presque égaux. Corps entièrement noir, plus large. Tibias plus densement garni de fortes soies ou épines. Trochanters antérieurs avec deux épines coniques terminées par des soies.

MICROTOMA.

7 (6) Deuxième article du bec plus long que le troisième. Corps plus étroit. Tibias à soies plus fines, moins nombreuses et moins rigides.

PACHYMERUS.

8 (5) Tête plus large que le devant du pronotum; yeux grands et saillants; bord antérieur du pronotum coupé droit, les latéraux non arqués; premier article des antennes dépassant le sommet de la tête de la moitié au moins de sa longueur; pattes plus longues.

BEOSUS.

HYALOCHILUS. *Fieb.*

1. H. OVATULUS. *Costa.* (*Cordiger Fieb.*). Pâle, flavescent grisâtre, ponctué de brun en dessus. Tête, partie antérieure du pronotum moins l'extrême bord, et écusson noirs, ce dernier largement jaunâtre à l'extrémité. Membrane transparente. Poitrine et base de l'abdomen plus ou moins noirs. Ressemble un peu en petit au *Platyplax salviæ*. Long. $3\,^1/_2$.

Nice; Corse.

TRAPEZONOTUS. *Fieb.*

1 (2) Cotés du pronotum ciliés. Ecusson avec deux taches jaunes.

1. T. NEBULOSUS. *Fall.* Noir, poilu sur la tête et le pronotum; un étroit bord latéral jaunâtre au pronotum, son lobe postérieur flavescent, densement ponctué de noir. Elytres flavescentes, densement ponctuées et maculées de noir Membrane complète, brune, veinée et maculée de blanchâtre. Antennes et pattes noires, quelquefois les articles deux et trois des antennes roussâtres. Long. $4\,^1/_2$—5.

Extrêmement rare en France : Gray (M. André).

2 (1) Côtés du pronotum non ciliés. Ecusson entièrement noir.

3 (6) Articles deux et trois des antennes noirs. Premier article des tarses postérieurs aussi long que les deux derniers réunis.

Digitized by Google

4 (5) Taille 4 $^1/_2$.— ♂ Portion apicale des fémurs postérieurs, tibias postérieurs et tarses noirs, tibias intermédiaires quelquefois noirs vers le sommet; premier article des antennes jaune. — ♀ Cuisses, tibias et tarses noirs.

2. T. Agrestis. *Fall.* Noir, un bord latéral jaunâtre étroit au pronotum, lobe postérieur flavescent, densement ponctué de noir. Elytres flavescentes, ponctuées et maculées de noir, surtout vers l'angle interne de la corie où les macules sont confluentes et forment une tache rhomboïdale. Membrane brune, veinée de blanchâtre, tantôt entière, tantôt écourtée (surtout chez les exemplaires alpestres). Premier article des antennes jaune chez le mâle. Long. 4-5.

Toute la France : commun.

Dans les exemplaires alpestres, des Alpes et des Pyrénées, dans une variété de la Corse, la membrane est toujours plus courte que l'abdomen, les cories sont plus obscures surtout en arrière et les parties flaves sont plus pâles et plus tranchées.

5 (4) Taille 5-5 $^1/_2$. — ♂ Rostres et pattes flaves, un anneau subapical aux fémurs pestérieurs et extrémité des tarses noirs, quelquefois aussi une tache noirâtre après le milieu des fémurs antérieurs. — ♀ bec et pattes noires, tibias et tarses flaves, tibias postérieurs le plus souvent rembrunis vers la base.

3. T. Dispar. *Stâl.* Cette espèce, très-voisine de la précédente, en diffère, outre les caractères sus-indiqués par la tache rhomboïdale de la corie plus grande et mieux limitée, la teinte générale plus claire. La membrane est toujours entière (à ma connaissance).— ♂ Premier article des antennes jaune. Long. 5-5 $^1/_2$.

Presque toute la France : Nord, Paris, Orléans, Vosges, Charente.

6 (3) Article deux et trois des antennes jaunâtres. Premier article des tarses postérieurs beaucoup plus long que les deux derniers réunis.

4. T. Ullrichii. *Fieb.* Même disposition de couleurs que les deux précédents, mais plus grand, cories plus pâles, tache rhomboï-

Digitized by Google

dale plus faible, membrane blanche sans taches. — ♂ Premier article des antennes et pattes fauves, un anneau brun subapical aux fémurs postérieurs. — ♀ Premier article des antennes noir, tous les fémurs plus ou moins largement noirs. Long. 5 1/2 —6.

Toute la France : Lille, Rouen, Versailles, Yonne, Metz, Gray, Tarbes, Dax, Fréjus, Corse.

Obs. Le *T. Anorus. Flor*, d'Allemagne, non encore indiqué de France, a les pattes et les antennes noires, la membrane fortement écourtée; il se distingue de toutes les espèces par ses fémurs antérieurs mutiques.

MICROTOMA. *Lap.*

1. M. Carbonaria. *Rossi* (*Echii Panz.*). D'un beau noir velouté, opaque, membrane entière, de même couleur. Pronotum déprimé, ses côtés explanés, légèrement relevés. Long. 8.

Presque toute la France, le Nord excepté; souvent sur les Echium.

Obs. Le *M. Leucoderma. Fieb.*, d'Italie et d'Espagne, se rencontrera peut-être dans l'extrême midi de la France, il diffère de l'espèce précédente par sa forme plus étroite, la dépression transverse du pronotum plus forte, la membrane blanche.

PACHYMERUS. *Lep. Serv.*

(RHYPAROCHROMUS. *Fieb.*).

1 (2) Insectes noirs avec une tache rhomboïdale rousse sur la membrane.

1 P. Rolandri. *Lin.* Noir, opaque; clavus à ponctuation confuse. Une épine aux fémurs antérieurs. Long. 7.

Toute la France et la Corse; assez commun.

2 (1) Insectes noirs et flaves.

3 (6) Ecusson avec deux bandes flaves.

4 (5) Une tache rhomboïdale noire sur l'angle interne de la corie.

2. P. Lyncbus. *Fab.* Noir; expansion lamellaire du pronotum largement flave, non ponctuée de noir; bord antérieur très-étroite

Digitized by Google

ment flave ; lobe postérieur et cories flaves ponctués de noir ; une petite tache blanche au bord postérieur de la corie contiguë au bord externe de la tache rhomboïdale noire ; cotyles blanchâtres ainsi que une petite tache au bord externe des pro et metastethium. Membrane enfumée avec la base des nervures et quelques petites taches vagues plus pâles. Long. 7-8.

Une grande partie de la France, souvent sur les Echium : Nord, Paris, Vosges, Isère, Pyrénées, Corse.

5 (4) Pas de tache rhomboïdale noire sur l'angle interne de la corie.

3. P. Adspersus. *Mls. R.* Plus petit et surtout plus étroit que le précédent, en diffère, en outre du caractère sus-indiqué, par les tibias roux ainsi que la base du deuxième article des antennes. Long. 6 1/2.

Cette espèce, qui est très-rare, a cependant un habitat très-étendu : Nord, Lille, Elbeuf, Ain, Saône-et-Loire, Pyrénées.

6 (3) Ecusson entièrement noir.

7 (20) Fémurs postérieurs inermes, les antérieurs avec une grande dent et plusieurs très-petites.

8 (13) Lobe antérieur du pronotum entièrement noir sur les côtés comme sur le disque, ou bien (*pini*) la ligne marginale seule très-étroitement flave.

9 (10) Ligne maginale de l'expansion latérale du pronotum très-étroitement flave. Bord externe de la corie (côte) concolore, flave.

4. P. Pini. *Lin.* Noir, opaque, un peu bronzé en dessous. Lobe postérieur du pronotum flavescent à ponctuation noire confluente. Elytres flavescentes, ponctuées de noir avec le bord interne du clavus noir ainsi que une tache rhomboïdale à l'angle interne de la corie. Membrane noire avec de petites taches blanchâtres à l'extrémité. Base des tibias antérieurs, une tache au bord externe des cotyles et bord postérieur des pro — et metastethium roux. Long. 7 1/2.

Très-commun dans toute la France : sols arides et chauds.

Digitized by Google

10 (9) Expansion marginale du lobe antérieur du pronotum noire, sans ligne externe pâle.

11 (12) Membrane noire très-finement bordée de blanc. Portion postérieure flave du pronotum coupée droit en avant.

5 P. Phœnicurus. *Rossi*. Très voisin du précédent, en diffère, outre les caractères sus-indiqués, par le bord externe même de la corie (côte) qui est noir, les tibias antérieurs entièrement noirs, la membrane sans taches. Varie du flave grisâtre au rougeâtre. Long. 7 1/2.

Paraît affectionner les pays de montagnes : Vosges, Alpes, Pyrénées; plus rare dans les plaines : Lille, Beaune.

12 (11) Membrane avec une tache apicale blanche. Portion postérieure flave du pronotum coupée en arc et plus avancée sur les côtés qu'au milieu.

6 P. Vulgaris. *Schill*. Noir, lobe postérieur du pronotum, cories, cotyles et bord postérieur des pro — et metastethium d'un jaune blanchâtre, lobe postérieur et cories ponctués de noir, une ligne noire sur le bord scutellaire du clavus, une grande tache noire à l'angle interne de la corie et en dehors de celle-ci une tache subapicale blanchâtre; base du deuxième article des antennes, genoux, hanches et tibias et tarses antérieurs et intermédiaires roux, les tibias et tarses noirs au sommet. Long. 7-8.

Toute la France, sans être commun. Corse.

13 (8) Lobe antérieur du pronotum latéralement flave sur toute la largeur de l'expansion membraneuse.

14 (15) Une tache triangulaire d'un blanc pur à l'angle postérieur externe de la corie. Membrane noire avec une petite tache apicale blanche.

7 P. Tristis. *Fieb*. Noir, pronotum avec les côtés et le lobe postérieur flavescents, ponctués de noir, le bord antérieur très-étroitement flavescent, les angles postérieurs avec une tache noire. Cories flavescentes avec des lignes longitudinales et une grande tache à l'angle interne noires ainsi que le bord interne du clavus. Tarses antérieurs, genoux et extrême sommet des deux premiers

Digitized by Google

articles des antennes roux. Cotyles et bords postérieurs des trois segments pleuraux blanchâtres. Long. 6.

Aude, Corse.

15 (14) Pas de tache blanche à l'angle postérieur externe de la corie. Membrane grisâtre ou blanchâtre ou avec une très-grande tache noire qui occupe tout son disque.

16 (19) Lobe postérieur du pronotum entièrement flave.

17 (18) Membrane avec une grande tache noire qui occupe tout son disque. Une grande tache brune rhomboïdale à l'angle interne de la corie.

8 P. Saturnius. *Rossi*. Noir, glabre, large expansion latérale et lobe postérieur du pronotum d'un flavescent pâle. Cories flaves, pâles, ponctuées de brun. Antennes entièrement jaunâtres, ou avec la base du premier article noire; tibias, tarses, bord postérieur des segments pleuraux et taches près des cotyles jaunâtres. Long. 7.

Provinces méridionales de la France et Corse.

18 (17) Membrane sans tache discoïdale. Tache de l'angle interne de la corie petite, allongée.

9 P. Quadratus. *Fab.* Ne diffère du précédent, outre les caractères sus-indiqués, que par sa taille plus faible, ses antennes presque toujours noires, sa membrane blanchâtre à nervures brunes. Long. 5 $^1/_2$.

Presque toute la France, assez commun : Nord, Paris, Vosges, Drome, Pyrénées.

19 (16) Lobe postérieur du pronotum blanchâtre en avant et noir en arrière.

10. P. Douglasi. *Fieb.* d'un beau noir pur velouté, expansion latérale du pronotum d'un blanc à peine jaunâtre, quelquefois rosé, ainsi que une bande transverse (droite en avant, anguleuse en arrière) en avant du bord postérieur, celui-ci noir sur une aussi grande largeur que la bande blanche, bord antérieur du pronotum avec

Digitized by Google

trois petits points blancs. Elytres avec les trois quarts basilaires du bord externe, le clavus moins le bord scutellaire et quelques lignes dans l'intervalle d'un blanc presque pur ou rosé. Membrane noire avec une large bordure blanche tout autour. Genoux très-étroitement jaunâtres. Long. 4 $^1/_2$.

Corse.

20 (7) Fémurs postérieurs avec une dent près du sommet, les antérieurs avec plusieurs dents. (Lobe antérieur du pronotum noir sans marge pâle).

21 (22) Deuxième et troisième articles des antennes roux, base du quatrième blanche.

11 P. Pineti. *H.-S.* Noir, une large hande jaunâtre ponctuée de brun, occupe tout le lobe postérieur du pronotum, moins les angles postérieurs, et remonte anguleusement le long des côtés jusqu'à la moitié de leur longueur. Elytres jaunâtres excepté le bord scutellaire du clavus et une grande tache noire à l'angle postérieur interne. Membrane noire avec une tache blanche, ronde à l'extrémité; tibias et tarses roux. Bord postérieur des segments pleuraux et taches au côté externe des cotyles blancs. Long. 7 $^1/_2$.

22 (21) Deuxième article des antennes roux (ou noir dans la variété), les troisième et quatrième noirs. Antennes plus épaisses.

12. P. Pedestris. *Pz.* (*Caffer Thunb ? ?*). Noir, une large band roussâtre ponctuée de brun, occupe tout le lobe postérieur du pronotum moins les angles postérieurs et remonte anguleusement le long des côtés jusqu'à la moitié de leur longueur. Elytres d'un roux jaunâtre avec quelques linéoles vagues, blanchâtres à la base et dans le clavus et une tache blanche à l'angle postérieur externe, cette dernière limitée en avant par une tache brune. Pattes rousses; les fémurs antérieurs et postérieurs avec un anneau brun près du sommet. Bord postérieur des segments pleuraux blanchâtres ainsi que le côté externe des cotyles. Membrane noire; le sommet blanc. Long. 6.

Toute la France.

Digitized by Google

Variet. Funerea Put. On trouve en Provence, en Corse et sur tout le littoral de la Méditerranée une variété très-remarquable dans laquelle toutes les parties rousses sont devenues noires, il en résulte que l'insecte est noir avec un dessin blanc; la bande blanche du pronotum est devenue plus étroite et laisse une bordure noire le long du bord postérieur; les pattes et antennes sont entièrement noires, les élytres sont noires avec grande tache apicale blanche, une ligne dans le clavus et quelques autres moins nettes à la base de la corie de même couleur. On trouve tous les passages entre ces deux formes si tranchées.

BEOSUS *Am. Serv.*

(ISCHNOTARSUS *Fieb*).

1 (2) Lobe postérieur du pronotum et élytres d'un blanc jaunâtre ponctués de brun.

1. B. LUSCUS *Fab.* (*Quadratus Pz. Am.*) Allongé, noir, les trois premiers articles des antennes flaves (le premier plus ou moins noir chez la ♀). Bords antérieur et latéraux du pronotum, deux traits sur l'écusson et son sommet et pattes flaves; les fémurs plus ou moins largement noirs près du sommet. Angles postérieurs du pronotum noirs. Elytres avec le bord apical noir ainsi qu'une assez grande tache à l'angle interne. Membrane brune, les nervures et une tache apicale blanches. Long. 7.

Var. Sphragidimium. Am. Chez les exemplaires méridionaux la coloration noire prend plus de développement sur les élytres, la membrane et les fémurs.

Toute la France et la Corse.

(1) Lobe postérieur du pronotum et élytres d'un fauve rouge, bord externe de ces dernières et une grande tache subapicale blancs.

2. B. ERYTHROPTERUS. *Brullé* (*Pulcher H.-S.*). Allongé, noir, les trois premiers articles des antennes rougeâtres, le premier article souvent en partie noir. Bords latéraux du pronotum blanchâtres. Deux traits sur l'écusson et son sommet roux ainsi que les pattes, les fémurs avec un anneau brun près du sommet, moins fort et souvent nul aux intermédiaires. Angles postérieurs du pronotum

Digitized by Google

noirs. Elytres à ponctuation presque concolore, le bord apical et une grande tache transverse noirs, cette dernière située avant la tache blanche. Membrane noirâtre, une tache apicale blanche. Pronotum plus convexe en avant que chez le précédent. Long. 7.

France méridionale : Provence, Marseille, Toulouse, Corse.

Div. 4. GONIANOTARIA.

1 (4) Tête courte, transverse. Pronotum transverse; écusson aussi long que lui.

2 (3) Pronotum échancré en avant. Espace entre les antennes et les yeux court, tubercules antennifères obtus, non saillants.

EMBLETHIS.

3 (2) Pronotum coupé droit en avant. Espace entre les antennes et les yeux long. Tubercules antennifères tronqués au sommet, leur angle externe proéminent.

GONIANOTUS.

4 (1) Tête plus longue que large. Pronotum plus long que large ou à peine aussi large que long. Ecusson plus court que le pronotum. Antennes assez éloignées des yeux. Ceux-ci ne touchant pas les angles antérieurs du pronotum.

5 (6) Premier article des antennes dépassant la tête de moitié. Joues saillantes et détachées du clypeus. Tête plus large que le sommet du pronotum, yeux débordant les angles antérieurs.

ISCHNOPEZA.

6 (5) Premier article des antennes ne dépassant pas ou à peine le sommet de la tête. Joues non saillantes. Tête moins large que le sommet du pronotum, yeux ne débordant pas les angles antérieurs.

NEUROCLADUS.

EMBLETHIS. *Fieb.*

1 (2) Marge latérale du pronotum non ciliée, largement dilatée.

1. E. VERBASCI. *Fab.* (*Platychilus Fieb.*). Ovalaire, d'un flave grisâtre ponctué de noir, les points se réunissant sur la marge du pronotum et des élytres pour former çà et là de petites taches. Poitrine noire, ses bords et le ventre ferrugineux. Membrane

Digitized by Google

grise avec de petites taches blanches. Marge du pronotum largement dilatée, peu rétrécie en avant, disque du pronotum peu convexe. Long. 6-7.

Var. Bullans. Marge latérale du pronotum tuméfiée en forme de bourrelet sur toute sa longueur ou plus ordinairement seulement près des angles antérieurs.

Cette espèce est en outre assez variable pour la forme et la largeur du pronotum, qui surtout chez les exemplaires du Nord se rétrécit un peu en avant et devient un peu convexe, presque comme chez l'espèce suivante.

Presque toute la France : Calais, Paris, Avignon, Tarbes, Corse, etc.

2 (1) Marge du pronotum courtement ciliée au moins en avant, étroitement dilatée.

2. E. Arenarius. *Lin.* Ressemble beaucoup à l'espèce précédente; en diffère par sa taille plus faible, la marge latérale du pronotum beaucoup plus étroite, munie de petites soies raides au moins en avant, rétrécie antérieurement, le disque du pronotum plus convexe et plus élevé que la marge, le ventre ordinairement noirâtre. Long. 5-6.

Var. Bullatus. Fieb. Marge du pronotum tuméfiée en forme de bourrelet sur toute sa longueur ou seulement près des angles antérieurs. Quelquefois aussi on remarque, sous cette marge, près de l'angle antérieur. un appendice membraneux en forme d'ongle.

Rare en France : Beziers, Avignon.

Obs. L'E. Ciliatus Horw. de Hongrie et Russie méridionale n'a pas encore été trouvé en France, mais j'en possède un exemplaire de Géryville. Il a la marge du pronotum fortement dilatée et non rétrécie en avant comme dans le *Verbasci*, mais ciliée comme dans l'*Arenarius* et même plus longuement et plus visiblement. Sa taille est de 5 à 6 m.

GONIANOTUS. *Fieb.*

1. G. Marginepunctatus. *Wolff.* Ovale, allongé, d'un flavescent

Digitized by Google

grisâtre, densement ponctué de brun; dessous du corps noirâtre avec les bords postérieurs des segments pleuraux flavescents ainsi que des taches près des hanches; ventre plus ou moins ferrugineux après le milieu. Marge dilatée du pronotum et surtout des élytres avec de petites taches brunes formées par la réunion des points bruns. Membrane blanchâtre avec les intervalles des nervures un peu enfumés et avec de petites taches blanches. Cuisses brunâtres. Long. 5-5 $^1/_2$.

Une grande partie de la France, mais peu commun : Nord, Fontainebleau, Dax, Ste.-Baume.

ISCHNOPEZA. *Fieb.*

1. I. Hirticonis. *H.-S.* (*Scaphula Baer.*). Attenué en avant, plus large en arrière, flavescent grisâtre, densement pontué de brun; marge latérale des élytres dilatée, relevée, portant cinq ou six taches brunes formées par la réunion de points bruns. Marge du pronotum dilatée et relevée, à points épars, ligne médiane du pronotum un peu élevée et plus pâle que le disque. Membrane blanchâtre, avec une grande tache noire à la base; beaucoup plus courte que l'abdomen dont elle laisse à découvert les trois derniers segments. Dessus du corps glabre. Long. 6 $^1/_2$—7.

France méridionale, rare : Montpellier, Aix, Avignon.

NEUROCLADUS. *Fieb.*

(Acanthocnemis. *Sign.*).

1 N. Ater. *Fieb.* (*Brachiidens Sign.*) Régulièrement allongé, d'un noir brun, mat, glabre. Tête, pronotum et écusson à ponctuation fine, serrée et ruguleuse, élytres à points forts et régulièrement espacés. Marge des élytres et du pronotum étroite, relevée, très-légèrement moins foncée. Membrane entière ou raccourcie, noire, les nervures légèrement bordées de blanchâtre. Pattes d'un brun très-légèrement roux, les tibias un peu plus clairs. Long. 9.

France méridionale, rare : Toulouse, Aix.

Digitized by Google

Div. 5. DRYMARIA.

TABLEAU DES GENRES :

1 (2) Corps largement ovalaire, très-élargi en arrière et rétréci en avant, très-plat même en dessous ou le ventre n'est pas convexe; connexivum étendu horizontablement. Meso — et metasternum très-fortement sillonnés. Premier article des tarses postérieurs à peine plus long que les deux suivants réunis.

GASTRODES.

2 (1) Corps moins élargi en arrière et moins rétréci en avant, déprimé ou subdéprimé en dessus, mais très-convexe en dessous. Connexivum relevé et non horizontal.

3 (8) Tête enfoncée dans le pronotum jusqu'au yeux, non calleuse derrière ceux-ci.

4 (5) Corps à ponctuation dense et très-forte, même sur la tête et le lobe antérieur du pronotum. Prosternum avec une fossette de chaque côté entre les hanches et le bord antérieur.

DRYMUS.

5 (4) Corps plus finement ponctué; tête et lobe antérieur du pronotum lisses ou très-obsolètement pointillés. Prosternum sans fossette devant les hanches.

6 (7) Premier article des antennes dépassant le sommet de la tête de plus de la moitié de sa longueur. Tête plus longue, plus pointue; espace entre l'œil et l'antenne égal à la longueur de l'œil.

EREMOCORIS.

7 (6) Premier article des antennes dépassant le sommet de la tête à peine de la moitié de sa longueur. Tête plus courte, plus obtuse; espace entre l'œil et l'antenne moins long que l'œil. Taille plus faible.

SCOLOPOSTETHUS.

8 (3) Tête non enfoncée dans le pronotum jusqu'aux yeux, calleuse derrière ceux-ci et graduellement rétrécie; yeux ne touchant pas l'angle antérieur du pronotum. Tête fortement ou au moins distinctement ponctuée.

NOTOCHILUS.

Digitized by Google

DRYMUS. *Fieb.*

1 (10) Ventre opaque, à ponctuation très-serrée et à duvet court.

(5) Pattes fortement et densement velues.

3 (4) Base de la corie jaunâtre pâle. Membrane blanchâtre à nervures enfumées.

1. D. Pilipes. *Fieb.* Noir, opaque, tibias et tarses d'un roux obscur; cories d'un brun ferrugineux obscur, le tiers basilaire et le bord externe (côte) jaunâtres pâles. Pronotum aussi long que large, un peu rétréci en avant, à peine sinué latéralement, dépression transverse à peine indiquée, bord latéral roux en bourrelet fin, calus de l'angle postérieur lisse et plus pâle. Ponctuation des cories forte, excepté sur la partie postero-interne du disque. Cuisses antérieures très-renflées avec une très-forte dent et en avant de celle-ci deux ou trois plus petites; tibias antérieurs très-arqués, leur sommet fortement dilaté et armé d'une épine aigue (♂), moins arqués et moins dilatés au sommet (♀). Antennes à longues soies. Long. 5 1/2.

Très-rare : Provence, Corse.

4 (3) Base de la corie concolore, l'extrême bord externe seul ferrugineux. Membrane noirâtre, une petite tache blanchâtre près de l'angle externe.

2. D. Scambus. *Stål.* Très-voisin du précédent, mais plus grand, plus large, le pronotum plus plat, ses bords latéraux plus explanés et plus aigus, la ponctuation des cories plus uniforme. Les tibias antérieurs du ♂ à courbure plus brusque, formant une espèce de coude avant la dilation apicale, qui est plus forte. Antennes plus roussâtres. Calus des angles postérieurs du pronotum moins pâle. Long. 6-6 1/2.

Très-rare en France : Gers (M. Lucante).

5 (2) Pattes presque glabres.

6 (9) Taille moyenne : 4 1/2—5 1/2.

7 (8) Pronotum entièrement noir.

Digitized by Google

3. D. Sylvaticus. *Fab.* Noir, fortement ponctué, pronotum moins long que large, fortement sinué latéralement, plus large en arrière qu'en avant, dépression transverse forte. Cories d'un roux ferrugineux obscur avec la base et le bord externe plus pâles, nervures et bord apical noirâtres. Membrane blanchâtre plus ou moins enfumée. Fémurs antérieurs avec une dent peu apparente, tibias un peu arqués avant la dilatation apicale chez le ♂, presque droits chez la ♀. Long. 4 1/2—5.

Variet. La corie varie du noir uniforme au testacé jaunâtre avec les nervures plus obscures.

Commun dans toute la France, sous les feuilles mortes.

8 (7) Pronotum à lobe postérieur et bourrelet latéral ferrugineux.

4. D. Brunneus, *Sahlb.* Voisin du précédent, mais bien distinct par sa couleur plus rousse et sa forme. Pronotum plus allongé, plus dilaté en avant et moins en arrière, sa sinuosité latérale plus forte. Cories plus dilatées après le milieu, d'un roux ferrugineux obscur avec une tache ponctiforme pâle sur le disque. Tibias antérieurs presque droits, même chez le ♂. Long. 5 1/2.

Toute la France, moins commun que le précédent.

9 (6) Taille très-petite : 2 1/2.

5. D. Pumilio. *Put. Soc. Ent. Fr.* 1877, *bull.* N° 5. Brun noir, bourrelet latéral et lobe postérieur du pronotum, cories, pattes et base des antennes d'un roux foncé. Pronotum aussi large en avant qu'en arrière, à sinuosité latérale et dépression transverse très-peu sensibles. Membrane enfumée, à peine aussi longue que l'abdomen. Long. 2 1/2.

Très-rare : Lille (M. Lethierry, 2 exemplaires). Tarbes (M. Pandellé, 3 exemplaires).

10 (1) Ventre très-lisse et très-brillant, sans duvet ni ponctuation, hérissé de quelques longues soies.

6. D. Pilicornis. *Mls. R.* Noir, brillant, fortement ponctué; pronotum aussi large en avant qu'en arrière surtout chez le ♂, rebord

Digitized by Google

latéral et calus humeral roux. Cories peu dilatées, roussâtres avec le disque et le bord postérieur plus obscurs ; membrane enfumée avec les bords et les nervures blanchâtres, souvent plus courte que l'abdomen. Antennes et pattes longuement poilues ; pattes rousses avec les cuisses tantôt noires, tantôt rousses, bec roux. Fémurs antérieurs avec une forte épine oblique au tiers antérieur et trois très-petites en avant ; tibias antérieurs fortement arqués, leur sommet dilaté. — Cet insecte a la forme d'un Rhyparochromus. Long. 3 1/2—4 1/2,

Rare : Bugey, Yonne, Vosges, Hautes-Pyrénées.

EREMOCORIS. *Fieb.*

1 (2) Pattes presque glabres, sans longs poils. Tibias postérieurs avec quelques soies spiniformes au côté externe.

1. E. Erraticus. *Fab.* Noir, presque glabre ; bords latéraux du pronotum d'un blanchâtre flavescent, lobe postérieur (moins le calus huméral) roux, ainsi que le bec, les pattes, la base du premier article des antennes, le bord postérieur des pro— et metastethium et une tache au bord externe des hanches. Elytres rousses avec la moitié basilaire d'un blanchâtre flavescent, une tache noirâtre arrondie sur le milieu du disque ; membrane noirâtre, une tache blanche à l'angle externe et une à l'angle basilaire. Long. 7.

Variet. Antennes et cuisses noires, la dernière moitié des cories brune.

Toute la France ; peu commun ; quelquefois dans les grandes fourmilières. Les variétés les plus noires surtout en Corse, mais ne font pas défaut dans les autres régions.

2 (1) Pattes densement hérissées de longs poils mous. Tibias postérieurs sans soies spiniformes.

3 (4) Bords latéraux et postérieur du pronotum à peine roussâtres.

2. E. Plebejus. *Fall. (Sylvestris Pz.).* Noir, poilu, base et bord externe des cories d'un brun roussâtre obscur, ainsi que les tibias, les tarses et une tache au bord externe des hanches. Membrane

Digitized by Google

noire avec trois taches blanches, l'une à l'angle de la base, l'autre à l'angle externe, la troisième à l'angle interne. Long. 7.

Probablement toute la France, assez rare : Nord, Paris, Vosges, Lyon, Digne, Pyrénées.

4 (3) Bord latéral du pronotum, surtout au niveau de la sinuosité basilaire d'un jaune blanchâtre, lobe postérieur avec un trait médian et un autre oblique de chaque côté d'un roux clair.

3. E. Alpinus. *Garb.* Noir, poilu, tibias et tarses roux, ainsi que le bord postérieur des meta — et prostethium et une tache près des hanches. Cories roussâtres plus ou moins foncées, la moitié basilaire et souvent une tache au milieu du bord externe d'un jaunâtre flavescent. Membrane comme dans le précédent, entière, mais en outre les nervures blanchâtres à la base. Pronotum rétréci en avant. Long. 7.

Rare : Nancy, Alsace, Corse.

Var. Icaunensis. Populus. Pronotum aussi large en avant qu'en arrière, membrane plus ou moins écourtée. Cuisses antérieures seules noires, les autres rousses. Cories d'un roux un peu plus clair,

Yonne, Rouen.

Cette espèce devra, je crois, être réunie à l'*E. Plebejus.*

SCOLOPOSTETHUS. *Fieb.*

1 (10) Corps sans poils dressés en dessus.

2 (3) Antennes entièrement testacées, grêles, plus longues que la moitié du corps.

1. S. Pictus. *Schill.* Noir, bords antérieur et latéraux et lobe postérieur du pronotum jaunâtres, ce dernier ponctué et maculé de brun. Elytres flaves avec deux taches au milieu et l'extrémité brunâtres; membrane entière, blanchâtre à nervures brunes. Bords des cotyles et des sutures pleurales, pattes et bec jaunâtres; fémurs antérieurs et les postérieurs plus faiblement annelés de brun. Epine des fémurs antérieurs oblique et située au milieu; tibias

Digitized by Google

antérieurs courbés au sommet, légèrement ♀, plus fortement ♂, et denticulés. Mesosternum simple. Long. 4 1/2.

Toute la France et la Corse, souvent dans les fourmilières,

3 (2) Antennes non entièrement testacées, plus robustes et moins longues.

4 (5) Antennes ayant le dernier et le premier articles roux ainsi que la base du deuxième. Pattes entièrement d'un roux testacé.

2. S. Cognatus. *Fieb.* Noir, épistome roux, Bords antérieur et latéraux et lobe postérieur du pronotum jaunâtres, les angles postérieurs bruns. Elytres largement blanchâtres à la base, à ponctuation concolore, la deuxième moitié brune avec une tache blanchâtre près du bord externe. Cotyles, bords postérieurs de tous les segments pectoraux et abdominaux largement jaunâtres ainsi que le connexivum et les segments génitaux. Membrane entière. Mesosternum simple. Epine des fémurs antérieurs au tiers externe; tibias antérieurs droits ♀ ou à peine incurvés ♂. Long. 3 1/2—4.

Rare en Provence, commun en Corse.

5 (4) Antennes ayant le dernier article noir et au moins une paire de cuisses annelées de brun.

6 (9) Antennes à articles un et deux jaunâtres, les troisième et quatrième noirs.

7 (8) Mesosternum bituberculé devant les hanches surtout chez le mâle. Membrane presque toujours raccourcie.

3. S Affinis. *Schill.* (*Podagricus Fall. Thoms.*). Noir, bords latéraux et lobe postérieur du pronotum roux, ce dernier maculé de brun surtout aux angles postérieurs. Elytres d'un jaune roux à la base, avec l'extrémité brune ainsi que quelques taches vers le milieu. Bords des segments pectoraux et des cotyles roux. Fémurs antérieurs noirâtres au milieu, l'épine située vers le tiers antérieur. Tibias antérieurs courbés légèrement ♀, fortement ♂, denticulés en dedans au sommet. Long. 3 1/2—4.

Toute la France, commun.

Digitized by Google

8 (7) Mesosternum mutique, membrane entière.

4. S. Adjunctus. *Dgl. Scott.* (*Thomsonii Reut. decoratus Th.*) Extrêmement voisin du *S. Decoratus*, en diffère, outre la couleur des antennes, par les élytres plus pâles. Il a comme lui les tibias antérieurs droits ♀ ou légèrement incurvés ♂. Les fémurs postérieurs sont généralement sans anneau brun, où il est très-faible. Long. 3 1/2—4.

Rare : Nord, Vosges, St.-Tropez, Corse.

9 (6) Antennes noires, la base seule du deuxième article étroitement ferrugineuse.

5. S. Decoratus. *Hah.* (*Ericetorum Leth. melanocerus Thoms.*). Noir, les bords lateraux du pronotum flaves, le lobe postérieur roux avec les angles postérieurs noirs et une très-fine ligne médiane longitudinale blanche. Elytres flavescentes avec le tiers postérieur brun ainsi que deux petites taches au milieu. Membrane presque toujours entière, blanchâtre, à nervures brunes. Fémurs antérieurs presque entièrement bruns, l'épine vers le tiers externe; les intermédiaires et postérieurs avec un assez large anneau subapical brun. Tibias antérieurs droits ♀ ou légèrement incurvés ♂. Mesosternum mutique. Long. 3 1/2—4.

Toute la France, assez commun.

10 (1) Des soies dressées sur les élytres et le pronotum.

6. S. Pilosus. *Reut.* (*Affinis Thoms.*). Ressemble beaucoup au *S. Affinis*, en diffère, entre la pubescence, par son mesosternum mutique. La couleur des cuisses varie; tantôt elles sont entièrement flaves, tantôt les antérieures et les postérieures sont plus ou moins noires; la dent des antérieures est sinuée au milieu. La membrane est le plus souvent incomplète. Long. 3 1/2—4.

Rare : Nord, Pyrénées, Avignon.

NOTOCHILUS. *Fieb.*

1 (2) Tête très-allongée, légèrement et graduellement rétrécie derrière les yeux. Premier article des antennes dépassant le sommet de la

Digitized by Google

tête de plus de la moitié de sa longueur. Pronotum non transverse (*S. G. Thaumastopus Fieb.*).

1. N. Longicollis. ***Fieb.*** Noir, pronotum avec un étroit rebord latéral jaunâtre, son lobe postérieur entièrement d'un flave livide ainsi que les cories, le bec, les pattes et les bords postérieurs des segments pleuraux. Cuisses antérieures noirâtres. Antennes noires, très-longues et grêles. Tête, pronotum, écusson et cories à ponctuation très-forte, presque rugueuse. Pronotum assez large en arrière et très-rétréci en avant, sa sinuosité latérale forte, sa surface peu convexe et inégale comme dans le *N. Contractus* et avec un fort sillon longitudinal médian. Long. 4.

Extrêmement rare : Lectoure (M. Lucante).

Obs. Le *N. Marginicollis Luc*, qui se trouve en Algérie et en Russie mérid. et se rencontrera peut-être en Provence, ressemble beaucoup à cette espèce ; il en est cependant bien distinct par ses pattes entièrement flaves, même les cuisses antérieures, le premier et la base du deuxième article des antennes jaunâtres et surtout le pronotum moins large en arrière, à sinuosité latérale plus faible, à surface plus convexe, moins inégale et à ponctuation plus fine et moins rugueuse. La membrane qui atteint cependant l'extrémité de l'abdomen présente moins d'étendue proportionnellement aux cories ; celles-ci sont plus étroites en avant qu'en arrière.

2 (1) Tête plus courte, brusquement rétrécie derrière les yeux. Premier article des antennes ne dépassant le sommet de la tête que de moitié de sa longueur. Pronotum plus court, transverse.

3 (10) Commissure du clavus beaucoup plus courte que l'écusson qui est grand. Pronotum fortement rétréci en avant. Membrane complètement développée. (*S. G. Taphropeltus Stål.*).

4 (9) Corps, pattes et antennes en grande partie noirs.

5 (8) Lobe postérieur du pronotum noir comme l'antérieur ou à peine sensiblement d'un roux très-foncé.

6 (7) Pronotum inégal à ponctuation forte, à sillon transverse fort et sillon longitudinal bien marqué.

2. N. Contractus. *H.-S.* Noir, rebord latéral du pronotum étroi-

Digitized by Google

tement flavescent ainsi que le clavus et la base de la corie; le disque de cette dernière et son extrémité bruns avec une tache latérale flavescente au niveau du dernier quart et quelques autres plus petites, peu distinctes. Membrane entière, blanche, veinée de brun; tibias et cotyles jaunâtres. Pronotum fortement ponctué, sa surface inégale, un sillon longitudinal bien apparent. Long. 3 3/4.

Toute la France.

7 (6) Pronotum à ponctuation plus fine et plus serrée; sillons moins apparents. Taille plus forte.

3. F. Andrei. *Put. S. Ent, Fr.* 1877. *XXXIV.* Noir, opaque; tête très-densement et finement ponctuée; antennes grêles, allongées, à pubescence très-courte, les deux derniers articles à peine plus épais, le premier dépassant le clypeus de la moitié de sa longueur. Pronotum noir à ponctuation fine et très-dense, un peu plus forte sur le lobe postérieur; le rebord latéral concolore, excepté au niveau de la dépression transverse, où il est ferrugineux sur une très-faible étendue; dépression transverse très-superficielle, aussi la sinuosité latérale est faible; lobe antérieur peu convexe; disque sans sillon longitudinal apparent. Cories d'un noir brunâtre obscur, deux taches latérales d'un ferrugineux jaunâtre, l'une à la base, l'autre aux trois quarts de la longueur; clavus très-légèrement un peu plus roux que les cories; membrane noire, une tache jaunâtre le long de la suture membraneuse et à sa moitié externe. Pattes allongées, grêles, noires, les tibias et tarses plus ou moins roussâtres suivant les exemplaires; fémurs antérieurs renflés, leur arête inférieure denticulée sur toute sa longueur et avec deux épines plus fortes, l'une près de la base, l'autre au niveau du tiers externe; tibias antérieurs assez fortement incurvés. Long. 4 1/4.

Très-voisin du *N. Contractus*, elle en diffère : par sa taille plus grande, les antennes et pattes plus allongées et plus grêles; le pronotum et la tête à ponctuation plus serrée et plus fine sont par conséqnent plus opaques; le pronotum a la sinuosité latérale et le sillon transverse bien moins sensibles, celui-ci est situé un peu plus en arrière, le lobe antérieur est plus long que le posté-

Digitized by Google

rieur, la surface du pronotum est moins irrégulière, le rebord latéral concolore; les taches de la corie plus faibles et moins étendues, le clavus à peine ferrugineux, la membrane plus obscure, les cotyles concolores et ordinairement les tibias et tarses plus foncés.

N'a été trouvé jusqu'à présent qu'à Gray, par M. André.

8 (5) Lobe postérieur du pronotum flave. Elytres à dessin plus accusé.

4. N. Nervosus. *Fieb.* A peu près de même taille et de même forme que le *N. Contractus*, le pronotum est plus large et moins rétréci en avant et à sinuosité latérale plus faible. Noir, plus brillant, bords latéraux du pronotum d'un jaune blanchâtre, ainsi que le lobe postérieur, ce dernier ponctué de brun avec une tache noire sur l'angle postérieur et une autre plus faible au milieu. Elytres d'un jaune blanchâtre, leur disque et l'extrémité avec les nervures noires, ainsi que le bord postérieur, ce qui forme un dessin bien régulier; une petite tache noire isolée à l'extrémité du clavus. Membrane blanche à nervures brunes. Antennes noires, quelques articles un peu brunâtres à la base. Bords des segments pleuraux, cotyles, bec, genoux, tibias et tarses roussâtres, les cuisses brunâtres. Long. $3\,^3/_4$.

Bordeaux (M. Rey), commun en Corse.

9 (4) Corps, pattes et antennes en grande partie ferrugineux.

5. N. Limbatus. *Fieb.* (*Crassicornis Dgl Sc.*). D'un roux ferrugineux clair, tête et lobe antérieur du pronotum brunâtres. Antennes fortement renflées au sommet, les deux derniers articles et la moitié supérieure du deuxième noirs. Elytres avec le bord postérieur brun ainsi que les bords interne et externe jusqu'au niveau de la pointe de l'écusson, une bande transverse et interrompue à ce niveau et de la même couleur. Membrane complète, noire avec une tache blanche à la base le long de sa suture. Long. 4.

Très-rare : Lille (Lethierry), Lyonnais (Rey), Morlaix (Hervé).

10 (3) Commissure du clavus beaucoup plus longue que l'écusson (même

Digitized by Google

chez les exemplaires macroptères qui sont exceptionnels. Ecusson petit. Pronotum peu rétréci en avant. (*S. G. Notochilus Fieb.*).

11 (12) Insecte en grande partie noir.

6. N. Mitellatus *Costa.* (*Abeillei Put.*). Allongé, noir, un peu brillant sur le pronotum; ponctuation assez forte; bec, hanches, tibias, et bord latéral du pronotum d'un ferrugineux obscur; quelquefois aussi les pattes antérieures en entier et le pronotum un peu ferrugineux. Pronotum presque aussi large en avant qu'en arrière, sa surface convexe, un sillon longitudinal large et assez marqué, la sinuosité latérale assez faible et au tiers postérieur. Base de la corie et du clavus d'un jaunâtre pâle; disque de la corie non ponctué. Membrane rudimentaire, laissant à découvert l'extrémité de l'abdomen, blanchâtre, l'extrémité noire. Cuisses antérieures denticulées sur les $^2/_3$ externes, deux dents plus fortes; tibias courbés et dilatés au sommet. Long. 4.

Très-rare : Ste-Baume, Cette.

12 (11) Insecte en grande partie jaunâtre.

13 (14) Cories d'un jaunâtre uniforme, un peu rembrunies à l'extrémité, mais sans bandes ni taches.

7. N. Ferrugineus. *Mls. Rey.* D'un roux ferrugineux devenant un peu brunâtre vers l'extrémité des cories. Membrane enfumée avec la base blanche. Pronotum un peu rétréci en avant, son disque peu convexe présente vers le milieu une dépression sulciforme élargie. Antennes longues, légèrement rembrunies à l'extrémité. Espèce dimorphe : chez la forme brachyptère, qui est la plus commune, la membrane atteint l'extrémité de l'abdomen, mais elle est peu développée, les cories se prolongeant fort loin; chez la forme macroptère, dont je ne connais qu'un exemplaire d'Avignon, elle est beaucoup plus grande et la corie plus courte, l'insecte est aussi plus large et a le pronotum plus élargi en arrière Long. $3\,^1/_4$.

France méridionale, assez rare : Lyon, Hyères, Avignon, Beziers, Toulouse, Landes.

14 (13) Cories avec des bandes et taches plus foncées.

Digitized by Google

8. N. Damryi. *Put.* D'un roux ferrugineux clair. Diffère du précédent par sa forme plus ovalaire, son pronotum plus étroit, plus parallèle, plus convexe et sa membrane rudimentaire laissant à découvert l'extrémité de l'abdomen et le dessin de ses élytres. Celles-ci sont brunes avec la base d'un roux pâle et une tache de même couleur vers le milieu du bord externe; l'extrémité du clavus est brune. Abdomen brun. Long. 3.

Corse, Montpellier, sur les Cistes.

GASTRODES. *Westw.*

1 (2) Premier article des antennes dépassant le clypeus de la moitié de sa longueur. Lobe antérieur du pronotum densement ponctué, noir, à rebord latéral concolore.

1. G. Ferrugineus. *Lin.* Ferrugineux, tête, écusson, poitrine et lobe antérieur du pronotum noirs. — ♂ Fémurs antérieurs armés d'une forte épine vers le sommet et non au milieu. Cotyles postérieurs non prolongés en crochet. — ♀ Cinquième segment ventral postérieurement sinué, mais très-largement et très-obtusément. Long. 7.

Toute la France, sur les Conifères : Nord, Paris, Murat, Ste.-Baume, Gavarnie, Corse, etc.

2 (1) Premier article des antennes dépassant à peine le sommet du clypeus. Lobe antérieur du pronotum presque lisse, noir, à bords latéraux finement testacés.

2. G. Abietis. *Lin.* Ressemble beaucoup au précédent mais d'un ferrugineux bien plus pâle, surtout sur le clavus. — ♂ Fémurs antérieurs avec une forte dent près du sommet et une autre au milieu. Cotyles postérieurs fortement prolongés en arrière en un lobe terminé par un crochet. — ♀ Cinqnième segment ventral échancré en angle étroit qui atteint presque la base du segment. Long. 7.

Rare en France, sur les sapins : Vosges, Paris (Signoret).

Digitized by Google

Trib. 10. PYRRHOCORINI.

Cette tribu ne renferme qu'un seul genre :

PYRRHOCORIS. *Fall.*

1 (2) Couleur brune, avec le bord réfléchi du pronotum et de la base des cories jaunâtre, ainsi que les hanches et tibias.

1. P. Marginatus. *Kol.* Ponctuation très-forte sur les cories, l'écusson et le lobe postérieur du pronotum où elle forme presque quatre lignes transverses ; lobe antérieur beaucoup plus finement pointillé excepté le long des bords latéraux et antérieur. Ordinairement brachyptère ; très rarement avec la membrane complète. Long. 7—8.

Provence (coll. Mulsant). Plus répandu dans l'Europe orientale : Gênes, Aix-la-Chapelle, Hongrie, Russie.

2 (1) Corps varié de noir et de rouge écarlate.

3 (4) Abdomen noir, l'extrémité du dernier segment et le connexivum rouges. Deux taches noires sur la corie dont le bord apical est arqué.

2. P. Apterus. *Lin.* Tête, milieu du pronotum, écusson, clavus et membrane noirs, deux taches rondes, noires, sur la corie, l'une grande sur le milieu du disque, l'autre plus petite, près de la base, entre le clavus et le bord externe. Cotyles, bords des segments sternaux et connexivum rouges. Dos de l'abdomen et ventre noirs. Ordinairement brachyptère, cependant pas très-rare avec la membrane complète. Long. 9—11.

Commun dans toute la France, en sociétés nombreuses au pied des grands arbres des promenades.

4 (3) Abdomen rouge avec une ligne de taches noires sur le milieu

Digitized by Google

des côtés du ventre. Une seule tache noire sur la corie dont le bord apical est droit.

3 P. Ægyptius. *Lin.* Plus petit et surtout plus étroit que le précédent dont il a l'aspect comme disposition de couleurs, en diffère, outre les caractères ci-dessus indiqués, par la ponctuation plus fine, le dos de l'abdomen rouge ainsi que les segments génitaux. — Toujours macroptère. Long. 8—10.

France méridionale : Avignon, Provence, Cette, Corse.

Digitized by Google

LES TROIS RACINES DU VERBE « ÊTRE »

DANS LES LANGUES INDO-EUROPÉENNES

PAR

M. VICTOR HENRY,

Membre titulaire.

Lu à la séance du 15 février 1878

INTRODUCTION.

La primitive langue indo-européenne, d'où sont issus les nombreux dialectes de cette famille si répandue, n'avait probablement, pour indiquer le fait pur et simple de l'existence, sans modalité accessoire, l'être en soi et en tant qu'opposé au non-être, qu'une seule racine, qui s'est d'ailleurs conservée dans tous les idiomes de ce groupe. C'est la racine *as*, que l'on retrouve, plus ou moins corrompue, mais aisément reconnaissable, dans la plupart des temps du verbe « être » de chaque langue indo-européenne. Mais chacune avait également reçu de la langue-mère un certain nombre d'autres racines, qui, différenciées à l'origine de la racine *as* par une nuance

Digitized by Google

de sens assez prononcée, sont devenues, par une série d'altérations successives, ses quasi-synonymes et ses succédanées dans la conjugaison. De plus, chaque langue du groupe, s'attachant, pour ainsi dire, de préférence à telle ou telle des racines fournies par l'aryaque primitif [1], lui a fait subir, dans le sens que j'indique, une évolution plus complète : c'est ainsi que nous voyons les monosyllabes *bhu* [2], devenir ; *vas*, habiter ; *gan*, engendrer ; *sta*, se tenir debout ; *vart*, tourner, etc., prendre, en sanskrit, en grec, en latin, en gotique, en slave, le sens non primitif d'« être », et supplanter dans certaines formes grammaticales, la racine *as*, qui avait originairement le monopole de l'expression de cette idée. C'est cette évolution que je me propose d'étudier dans les principales langues indo-européennes [3], en limitant l'objet essentiel de mes analyses à la combinaison des trois racines *as*, *bhu* et *vas*, sans toutefois m'interdire absolument une digression sur les autres à mesure que l'occasion s'en présentera.

(1) Bien que je n'ignore pas l'impropriété de ce terme, appliqué à la langue commune indo-européenne, je crois pouvoir l'employer *brevitatis causa*, comme je l'ai déjà fait dans mon étude sur le Quichua (Congrès des Américanistes, 1877).

(2) *u* = *u* allemand dans toutes les transcriptions.

(3) Dussé-je encourir le reproche de m'être borné à des vues un peu superficielles, j'ai voulu que mon œuvre de début à la Société des Sciences fût de nature à intéresser toutes les personnes lettrées, et non pas seulement celles qui sont au courant des procédés et des résultats de la linguistique contemporaine. J'ignore si j'aurai réussi ; mais c'est dans ce but que j'ai élagué les détails trop ardus, les formes modales et temporales trop compliquées, donné plus de développement aux langues modernes, et complètement négligé deux rameaux, le zend et le letton, dont je ne me dissimule pas l'importance, mais qui n'ont plus de nos jours de représentant très-répandu.

Digitized by Google

§ Ier. — FORMES PRIMITIVES.

Il faut d'abord déterminer les formes de conjugaison des trois verbes aryaques, c'est-à-dire les restituer conjecturalement d'après les règles précises de la grammaire comparée. Il est presque inutile de rappeler que, dans l'état présent de la linguistique, après les magnifiques travaux des linguistes allemands Bopp, Schleicher, Curtius, Grimm, Meyer, de M. Max Muller, de MM. Burnouf et Chavée, la plupart de ces conjectures équivalent à des certitudes.

A S. ÊTRE. — I. - Le thème du présent de l'indicatif est la racine pure, sans adjonction ni modification vocalique, à laquelle s'affixent régulièrement les désinences personnelles : ainsi *as-mi*, je suis, *asmasi*, nous sommes, etc. Il n'y a d'irrégularité que pour la 2e personne du singulier, qui devrait faire *as-si*, mais où de bonne heure les deux *s* se sont fondus en un seul ; car toutes les langues du groupe indiquent une forme ancestrale *asi*.

II. — Le thème du parfait n'offre qu'un intérêt théorique : il a dû disparaître de fort bonne heure, puisqu'aucune langue indo-européenne n'en montre le moindre vestige. Néanmoins, on peut le restituer par analogie : comme le thème *ad-*, manger, fait au parfait, par réduplication et gouna de la voyelle radicale, *adâd-* (gr. εδωδ-),

Digitized by Google

ainsi, le thème *as-* dut faire *asâs-*, et, avec les indices personnels du temps parfait, *asâs-a* (pour *asâs-ma*), je fus ; *asâs-masi*, nous fûmes, etc.

III. — Le thème du futur se forme par l'affixion au thème présent de l'indice *sja* [1], ainsi *as-sja*. Mais, bien plutôt, c'est tout simplement un thème présent [2] du verbe *as*, formé de racine et suffixe *ja*, *as-ja-*, et, comme beaucoup de thèmes présents, employé dans une acception future ; car tous les idiomes qui ont conservé cette forme la présentent avec un seul *s*. Subséquemment, ce dissyllabe *asja*, souvent écourté en *sja*, sert à la formation de tous les futurs aryaques, maintenue intacte par le sanskrit, le zend et le grec : ainsi : *as-jâ-mi*, je serai, gr. ἔσω, *as-ja-si*, tu seras, etc., et, de même, *da*, donner, *dâ-sjâ-mi*, je donnerai, gr. δώσω. Ce futur manque aux langues du rameau germano-slave, qui le remplacent par une tournure périphrastique.

BHU. — I. - Le thème présent se forme par gouna de la voyelle radicale (*bhau*) et adjonction de la voyelle *a*, thème *bhava-*, d'où *bhavâ-mi*, je deviens, ou par la même adjonction, mais sans gouna, thème *bhva-*, d'où *bhvâ-mi*. Le sanskrit a gardé la première formation, le grec, la seconde.

II. — Le thème régulier du parfait, par réduplication et gouna de la racine, serait *bubhav-*, avec l'affixe de la première personne du singulier *bubhava* pour *bubhav-ma*, je

(1) *j* = *j* allemand (*iott*) dans toutes les transcriptions.

(2) On sait que l'aryaque possédait jusqu'à sept procédés principaux de formation de thème du temps présent, parmi lesquels racine pure + suffixe *ja* : *svid-jâ-mi*. je sue, gr. *ἰδ-ί-ω*. Chaque thème avait à l'origine sa fonction spéciale, intensive, itérative, durative ou autre, qui a disparu peu à peu et sans doute d'assez bonne heure.

Digitized by Google

devins. Mais cette forme absolument conjecturale dut disparaître de fort bonne heure, pour faire place à l'interversion *babhûva*, comme *sasûva*, j'engendrai, de racine *su*, thèmes anormaux dont Schleicher explique la genèse par l'hypothèse d'une confusion des quelques racines à finale en *u* de la langue indo-européenne avec les très-nombreuses racines en *a* du même idiome [1].

III. — Le futur se forme, comme il a été dit plus haut, par l'adjonction de *sja*, avec ou sans gouna du radical : avec gouna *bhav-sja-*, skr. *bhav-i-ś'ja-* [2]; sans gouna, *bhu-sja-* ou mieux *bhû-sja-*, comme l'indique le participe futur zend *bû-sjant-s*.

VAS. — I. - Présent de l'indicatif, voyelle *a*, sans gouna, thème *vasa-*, skr. *vas-âmi*, j'habite, par différenciation d'avec *vas*, vêtir, qui fait *vas-mi*.

II. — Futur parfaitement régulier : *vas-sja-*.

III. — Parfait, régulier aussi, par réduplication et gouna du radical, *vavâs-*, première personne *vavâsa*, comme de *vak*, parler, on fait *vavâka*, skr. *vavâc'a* [3].

(1) Schleicher. Compendium der vergleichenden Grammatik der Indogermanischen Sprachen. Weimar. 1876, p. 719.

(2) *s'* = *sch* allemand ou *ch* français.

(3) *c'* ou *c* croato-serbe = *cz* polonais ou à peu près *tch*.

Digitized by Google

Plaçons maintenant en regard les unes des autres les formes corrélatives des trois verbes aryaques.

		AS.	BHU.	VAS.
Sg.	1. I.	as-mi.	bhavâ-mi.	vasâ-mi.
	2.	as-i.	bhava-si.	vasa-si.
	3.	as-ti.	bhava-ti.	vasa-ti.
Pl.	1.	as-ma si.	bhavâ-masi.	vasâ-masi.
	2.	as-ta si.	bhava-tasi.	vasa-tasi.
	.	as-anti.	bhava-nti.	vasa-nti.
Sg.	1. II.	as-âs-a.	ba-bhûv-a.	va-vâs-a.
	2.	as-âs-ta.	ba-bhûv-ta.	va-vas-ta.
	3.	as âs a.	ba-bhûv-a.	va-vâs-a.
Pl.	1.	as-as-masi.	ba-bhûv-masi.	va-vas-masi.
	2.	as-as-tasi.	ba-bhûv-tasi.	va-vas-tasi.
	3.	as-as-anti.	ba-bhûv-anti.	va-vas-anti.
Sg.	1. III.	as-jâ-mi.	bhav-sjâ-mi.	vas-sjâ-mi.
	2.	as-ja-si.	bhav-sja-si.	vas-sja-si.
	3.	as-ja-ti.	bhav-sja-ti.	vas-sja-ti.
Pl.	1.	as-jâ-masi.	bhav-sjâ-masi.	vas-sjâ-masi.
	2.	as-ja-tasi.	bhav-sja-tasi.	vas-sja-tasi.
	3.	as-ja-nti.	bhav-sja-nti.	vas-sja-nti.
Infinitif.		as-ti	bhu-ti.	vas-ti.
Participes.		as-anta.	bhav-anta.	vas-anta.
		?	bhav-ana.	vas-ita.

Ce sont ces formes, et accessoirement quelques autres, que nous allons retrouver, plus ou moins altérées, dans toutes les langues indo-germaniques. (1)

(1) Toujours en vue d'une plus grande simplicité, j'ai complètement passé sous silence les désinences du duel, qui ont disparu dans les langues modernes, ou ne sont plus représentées en letto-slave que par des débris informes. Les modes autres que l'indicatif ne m'ont paru également mériter que quelques remarques sommaires.

Digitized by Google

§ II. — SANSKRIT.

Les trois racines existent en sanskrit ; mais le sens du verbe « être » n'appartient qu'aux deux premières, et essentiellement à *as*.

AS. — I. - Présent : thème *as-*. Sg. 1. *as-mi*, je suis ; 2. *as-i* ; 3. *as-ti*, comme en aryaque. Les trois personnes du pluriel perdent la voyelle radicale et font respectivement : 1. *s-mas*, ary. *as-masi* ; 2. *s-tha* = ary. *as-tasi*, par chute de la désinence et renforcement du *t* consécutif à l'*s* ; 3. *s-anti* = ary. *as-anti*.

II. — Parfait : thème *âs-*, contraction de *aâs-* pour *asâs-*. Cette restitution est conjecturale, mais conforme aux lois phonétiques de l'indo-européen. — Sg. 1. *âs-a* ; 2. *âs-itha*, par insertion de voyelle euphonique et aspiration de la consonne, ary. *âs-ta* ; 3. *âs-a*. — Pl. 1. *âs-imà*, voyelle intercalaire et chute de la désinence ; 2. *âs-à* pour *âs-tasi* ; 3. *âs-us* pour *âs-anti*. Ces deux dernières formes sont très-altérées, mais l'altération est commune à tous les parfaits sanskrits.

III. — Futur : *as-jâmi*, je serai, comme en aryaque.

BHU. — Il est impossible que les deux racines *as* et *bhu* aient été absolument synonymes dans la langue commune indo-européenne. On peut, en linguistique, affirmer avec certitude que la fonction crée l'organe, c'est-à-dire que le besoin d'exprimer une nuance de la pensée crée une racine, en sorte qu'il est aussi absurde d'imaginer à l'origine l'existence de deux racines pour une seule idée, que d'admettre en physiologie deux

Digitized by Google

organes différents pour une seule fonction. La nuance particulière de signification de *bhu*, devenir, telle qu'on la retrouve dans toutes les langues qui ont gardé cette racine, s'est maintenue en sanskrit dans beaucoup de mots, comme dans *bhava*, la naissance; *bhavana*, le devenir. Mais le verbe *bhavâmi* est devenu, dans la plupart des cas, l'exact synonyme d'*asmi*, à tel point que celui-ci, étant très-défectif, emprunte à l'autre les temps qui lui manquent, et que tous deux sont usités indifféremment comme auxiliaires dans la conjugaison périphrastique des autres verbes.

I. — Présent : *bhavâmi*, etc., comme en aryaque.

II. — Parfait : *babhûva*, comme en aryaque, et les autres personnes comme plus haut celles d'*âsa*.

III. — Futur : *bhav-iś'jâ-mi*, etc., thème *bhav-iś'-ja-* = ary. *bhav-sja-*, par insertion vocalique et permutation normale de *s* en *ś'*.

VAS. — Le verbe *vasâmi* signifie « habiter, séjourner, résider, rester, s'arrêter » comme dans la phrase des Vêdas :

upavasativàikunthâmviś'nu [1],

ou dans ce fragment de çloka :

jôdvârakâsadhiuś'itôvikunthasupavasac'râvasêtsahrnnas. [2]

Tous les descendants de cette racine ont également le sens de « demeure, séjour », et je ne pense pas qu'on puisse citer un seul exemple de l'emploi du thème *vas*

(1) Vichnou *habite* sur le Vaikounthâ. — Faute de caractères, je ne note pas l'*n* lingual sanskrit.

(2) Que celu qui règne à Dvârakâ et *réside* au Vaikounthâ *reste* dans nos cœurs.

Digitized by Google

dans l'acception pure et simple de l'existence[1]. La conjugaison de ce verbe ne nous intéresse donc pas ; elle est, d'ailleurs, tout-à-fait régulière : prés. *vasâmi ;* parf. *vavâsa ;* fut. *vat-sjâ-mi*, pour *vas-sjâ-mi*, par un remarquable phénomène de dissimilation.

§ III. — GREC.

La conjugaison du verbe εἶναι est entièrement pure, c'est-à-dire que tous les temps et modes de ce verbe se rapportent à la racine *as*, sans mélange d'aucune autre. Mais ce verbe, étant très-défectif, a dû emprunter à un autre, différent des formes *bhu* et *vas*, la plupart des temps qui lui manquaient ; et, d'autre part, celles-ci se retrouvent, dans plusieurs thèmes verbaux ou nominaux de la langue grecque, avec toute la pureté de leur signification primitive.

AS. — Comme *a* primitif devient ε grec, *as-* devient ἐσ-, et ce thème ne perd jamais sa voyelle initiale. A ce point de vue le grec est plus pur que le sanskrit.

I. — Présent de l'indicatif. — Sg. 1. εἰμί pour ἐσμι = *asmi ;* la chute du σ est compensée par l'allongement inorganique de la voyelle qui le précède, ce que les linguistes allemands nomment *ersatzdehnung :* la forme éolienne est ἐμ-μί, où le σ permute en μ par assimilation. — 2. εἶς, même phénomène pour ἐσ-σι = *as-si* (la finale tombe toujours à la 2e personne). — 3. ἐσ-τί équivalent exact de *as-ti*. — Pl. 1. ἐσμέν pour ἐσμε = *as-masi*, par

[1] Le *nirvâna* des bouddhistes, que l'on traduit ordinairement par « non-être », n'a pourtant rien de commun avec la racine *vas* : il dérive de préfixe *nis* et *vâ*, souffler, éteindre (epr. allem. *aus-blasen*), et signifie proprement « extinction complète ».

Digitized by Google

chute de la finale *si;* le ν est épenthétique; la forme antique s'est conservée plus pure dans le dorique ἐσμές. — 2. ἐσ-τέ, ary. *as-tasi,* même phénomène. — 3. εἰσί, c'est-à-dire ἐσντι pour ἐσ-εντι = *as-anti,* par chute du ν et allongement correspondant de la syllabe, processus phonétique fréquent et commun à toutes les 3es personnes du pluriel des présents, futurs et parfaits, v. g. τίθεῖσι = τιθεντι, ary. *dadhanti;* l'ionien dit ἐᾶσι pour ἐανσι, par un allongement semblable de l'α; le dorien, plus pur, ne changeant pas le *ti* final en σι, conserve le ν : ἐντί.

II. — Parfait: disparu.

III. — Futur. — Sg. I. ἔσομαι, forme médiopassive qui nous reporte à une forme active disparue ἔσω pour ἔσσω = ἐσ-*jω*, équivalent régulier de l'aryaque *as-jâ-mi*. Le *j*, lettre inconnue à la langue grecque, se fond toujours avec la consonne qui le précède, et la désinence *mi* disparait à la 1re personne du futur de la voix active dans tous les verbes. Il n'y a rien de plus à dire de la conjugaison de ce temps, reproduction parfaite de toutes les formes de la voix médiopassive.

Le verbe εἶναι n'ayant point de parfait, on supplée à l'absence de ce temps, ainsi que de l'aoriste, par les temps correspondants du verbe γίγνομαι (naître, devenir), voix médiopassive d'un actif γίγνω (engendrer). Ce γίγνω lui-même est pour γι-γεν-ω, réduplication régulière de la racine γεν, ary. *gan,* en formation *ga-gan-â-mi*. Il y a cependant ici une anomalie de signification : l'aoriste ἐγενόμην est bien de voix moyenne; mais le parfait γέγονα (c'est-à-dire γε-γον-α, ary. *ga-gân-a*, skr. *g'agâna*)[1], d'ailleurs peu usité, enferme un sens moyen sous une forme active.

Il n'est pas inutile de faire remarquer en passant la

[1] *g'* = *j* anglais ou *dj* français.

Digitized by Google

riche floraison de cette racine *gan*, engendrer, connaître, qui a donné naissance, dans toutes les langues indo-européennes, à d'innombrables familles de dérivés. C'est la loi universelle : comme, dans la lutte pour l'existence, certaines espèces végétales ou animales disparaissent entièrement, ou traînent une existence pénible et languissante, et d'autres se répandent dans d'immenses contrées, en étouffant leurs concurrentes, ainsi certaines racines se perdent sans laisser de traces, tandis que d'autres, dans leur puissante évolution, peuplent de leur postérité tous les recoins du dictionnaire.

BHU. — Les aspirées sonores de l'aryaque donnent toujours en grec des aspirées sourdes de même classe, autrement dit *bh* = *ph*, et il n'est pas difficile de reconnaître le primitif *bhu* dans la racine grecque φυ. On sait que le φ grec n'avait pas originairement la valeur d'un *f*, que nous lui donnons et qu'il a prise de bonne heure, mais bien celle d'un *p* suivi d'une aspiration, comme le *p* initial allemand. En ce qui concerne la concordance de sens, elle est parfaite entre le primitif *bhu*, devenir, et la racine φυ, dont tous les dérivés enferment l'idée de « naître, croître, devenir, faire naître », jamais celle de la simple existence : ainsi, nous avons : φυτόν, plante, c'est-à-dire φυ-τσ-ν = ary. *bhu-ta-m*, composé de racine sans flexion et suffixe *ta* avec désinence du nominatif singulier neutre, littéralement « le crû » ; φιτύω, engendrer, c'est-à-dire φι-τυ-ω, lat. *fu-tu-o*, ary. *bhu-tu-âmi* (racine + suffixe *tu*), par permutation exceptionnelle de *u* en ι ; enfin, et surtout, le verbe φύω, croître, devenir, thème φυ-.

I. — Présent. — Le thème φυ- du présent a la racine pure ; il ne correspond donc pas à *bhava-*, qui est gounifié, mais à *bhu-*, *bhv-*. De ces deux thèmes de conjugaison que possédait l'aryaque, le sanskrit a gardé le

Digitized by Google

premier, le grec, le second. Mais, ce qui nous prouve bien que ces deux thèmes étaient différenciés à l'origine par une nuance très-sensible de signification, c'est que les deux langues ont conservé chacun d'eux avec une acception différente. En grec, le thème sans gouna φυ- a conservé le sens de la racine *bhu*, devenir; en sanskrit, le thème gounifié signifie « être », nuance intensive ou durative de « devenir » [1]. Répétons encore avec Schleicher que la supposition d'une variété morphologique, qui ne correspondrait pas à une différenciation dans la fonction, est contraire à la fois aux lois de la linguistique et du bon sens.

II. — Le parfait πέφυκα ne reproduit point *babhûva;* mais on sait que le κ des parfaits grecs n'est pas organique, et que cette désinence κα ne se trouve dans aucune autre langue indo-européenne. Au reste, les Ioniens suppriment souvent le κ des parfaits, et l'on trouve, notamment dans le grec homérique, la forme πεφύασι [2], qui nous reporte à une 1re pers. du sg. πεφυα; or celle-ci, en y intercalant le digamma éolique disparu, devient πε-φυF-α, équivalent exact de *ba-bhûv-a.*

III. — Comme le présent, le futur a pour thème la racine pure, telle que l'a aussi gardée le zend, et non la racine gounifiée, qu'à adoptée le sanskrit : φύσω, c'est-à-dire φυ-σjω = ary. *bhu-sjâ-mi.*

VAS. — Cette racine n'a guère de représentants dans la langue grecque, par la raison qu'elle ne s'y est pas maintenue comme thème verbal. On la retrouve toutefois, remarquablement conservée, dans le mot ἄστυ, ville, où l'esprit doux remplace le digamma éolique corres-

(1) C'est de la même manière qu'on a en russe : forme simple, sans gouna, *byti*, être; forme gounifiée avec sens duratif, *byvati*, rester, habiter.

(2) Burnouf, *Grammaire grecque.* Paris, 1855, p. 198.

Digitized by Google

pondant au *v* aryaque : ainsi, Fασ-τυ- = ary. *vas-tu*, thème formé de rac. + suff. *tu*, littéralement « l'(endroit) habité » [1]. Qu'on y ajoute ἑστία, foyer, c'est-à-dire ἑσ-τα-*ja*, thème d'adjectif qui a pris le sens nominal, dérivé, par adjonction du suffixe *ja*, d'un thème nominal disparu ἑσ-τα, forme éolienne Fεσ-τα-, lat. *Ves-ta* = ary. *vas-ta-*, celui-ci formé à son tour de rac. + suff. *ta*. Ce sont là, ce me semble, les seuls dérivés grecs que l'on puisse avec quelque certitude rapporter à la racine aryaque *vas*, habiter. D'ailleurs, comme elle n'a, sous aucune forme, le sens qui nous occupe, elle ne doit pas nous arrêter plus longtemps.

§ IV. — LATIN.

La langue latine, sensiblement moins pure que la grecque dans la conjugaison du verbe « être », y combine et confond les deux éléments *as* et *bhu*, en la manière qu'on va voir.

AS devient en latin *es*, et, servant de thème au présent et au futur du verbe *es-se*, tantôt perd, tantôt conserve la voyelle radicale, à l'imitation du sanskrit, et à la différence du grec, qui la conserve toujours.

I. — Présent de l'indicatif. — Sg. 1. *sum*, pour *es-um*, par chute de la voyelle radicale ; celui-ci à son tour n'est qu'une modification euphonique de *es-m*, normalement dérivé de l'ary. *as-mi* par perte de la voyelle finale, qui est de règle rigoureuse dans toutes les formes de la conjugaison latine. — 2. *es*, pour *es-i* = *as-i*. — 3. *est* = *as-ti*, chute régulière de la voyelle finale. — Pl. 1. *sumus*.

[1] Cpr. skr. *vâs-tu*, maison, avec gouna du radical.

Digitized by Google

pour *es-umus* ou *es-mus* = ary. *as-masi*, comme au sg.— 2. *es-tis* = *as-tasi*. — 3. *sunt* pour *es-unt* = *as-anti*. La disparition de la finale s'observe à toutes les flexions personnelles.

II. — Parfait : complètement disparu.

III. — Futur : *ero* pour *eso*, la permutation de *s* primitif en *r* latin étant de règle à peu près absolue entre deux voyelles ; lequel *es-ô*, gr. ἐσ-ω, est lui-même pour *es-jo* = ary. *as-jâ-mi*. Il n'est pas hors de propos de faire remarquer que ce futur *ero* = *eso* est absolument le seul de la langue latine qui se forme par le procédé régulier de l'aryaque, du sanskrit et du grec. L'infixe *s*, représentant de l'antique *sja*, n'affecte aucun verbe latin : tous out un futur périphrastique et violemment contracté, que ne connaissait pas la langue primitive. Toutefois, la preuve que le latin a possédé la forme régulière, à une époque reculée et préhistorique de son évolution, nous est fournie par l'analogie linguistique et la présence jusque dans Plaute de formes archaïques, telles que *cap-so*, de *capere*, *faxo*, c'est-à-dire *fac-so*, de *fac-ere*, débris informes d'un futur ou d'un aoriste premier disparu.

Outre ces trois temps, bornons-nous à mentionner : le présent du subjonctif, *sim* pour *es-im* = gr. εἴην pour ἐσ-jην, ary. *as-jam;* l'infinitif *es-se*, probablement par assimilation pour *es-re;* enfin, l'impératif et deux temps secondaires.

La racine *as* ne forme pas en latin d'autre thème que celui du verbe *esse* et de ses dérivés. La similitude de certaines formes du verbe *edere*, racine *ad*, est accidentelle. On sait, par exemple, que la 3e personne du singulier du présent de l'indicatif, *est*, il mange, n'est pas, malgré l'homophonie et l'analogie apparente de sens, le même mot que *est*, il est, mais provient par dissimilation de *ed-t*, pour *ed-it*, rac. *ed*, ary. *ad-ti*.

Digitized by Google

BHU. — I. - Présent disparu.

II. — Parfait : *fui*, pour *fûvi* : cette dernière forme en *vi* nous est indiquée comme la véritable par la désinence du parfait d'un grand nombre de verbes, *amavi*, *audivi*. Or, *fûvi* est dérivé, comme beaucoup de prétérits latins, d'un antique *fe-fûv-i*, ary. *ba-bhûv-a*, gr. πε-φυF-α, le *f* latin étant le représentant phonétique le plus usuel des aspirées sonores aryaques, et particulièrement du *bh*. Certains parfaits, en minorité, ont conservé en latin la réduplication originaire ; toutefois, ils affaiblissent la voyelle radicale, comme *ce-cin-i*, de *can-o*, *peper-i*, de *par-io*. D'autres, en la perdant, l'ont du moins remplacée par un allongement inorganique de la racine : ainsi *fac-io*, *leg-o* ont fait *fe-fic-i*, *le-lig-i*, puis, par chute de la seconde consonne *feic-i* ou *fêci*, *leig-i* ou *lêg-i*. D'autres paraissent au premier abord n'avoir jamais eu la réduplication, tant ils en ont perdu tout vestige; mais des formes dérivées la remettent par hasard sous nos yeux, formes archaïques appelées la plupart du temps par le besoin de remplir la mesure d'un vers : ainsi *tul-i*, de *toll-o*, thème *tol*, fut jadis *te-tul-i*, comme le prouve le dactyle *rettulit* pour *retetulit*. Enfin, faute de dérivés semblables, certains parfaits n'apparaissent sous aucun aspect munis du redoublement : de ce nombre est *fui*, que l'analogie linguistique permet seule de reconstruire en *fefuvi*.

III. — Futur disparu. Mais l'infinitif *fore* pour *fu-re*, formé de la racine et de la désinence ordinaire des infinitifs présents latins, joue, comme on sait, le rôle de futur de l'infinitif du verbe *esse*. Le participe futur, *futuru-s* = ary. *bhu-tara-s*, dérive aussi très-régulièrement du thème *fu*.

Outre ces formations et quelques temps secondaires, la même racine se retrouve dans plusieurs dérivations, dont il a déjà été donné un exemple. C'est elle qui, par

Digitized by Google

l'intermédiaire d'un participe passé de basse latinité, *fuitus*, a engendré notre mot *feu*, décédé, littéralement « ayant été, ayant vécu. »

VAS. — Cette racine ne se trouve, je crois, en latin dans son sens primitif d' «habiter» que dans le mot *ves-ta*, habitation, foyer domestique, d'où le nom de la déesse qui préside au foyer. Mais, au contraire, dans le sens « d'être », que, sans doute, elle possédait déjà en aryaque, puisque le latin, les langues germaniques et les langues slaves le reproduisent avec une remarquable unanimité, sans créer de thème verbal ni par conséquent s'être fort développée, elle a eu un descendant important, c'est le mot *ver-us*, vrai, littéralement « ce qui est ». Soit, en effet que *vêr-us* soit pour *vês-us*, par une permutation de *s* en *r*, qui est de règle entre deux voyelles [1], ce dernier étant le représentant d'une forme aryaque *vâs-a-s*, dérivée de rac. *vas* par gouna du radical et suffixe *a*, soit que l'on ait *vê-ru-s* = *ves-ru-s*, ary. *vas-ra-s*, radical non gounifié et suffixe *ra*, on doit reconnaître dans ce mot un thème provenant de la racine *vas*. Ce qui confirme cette donnée et tend de plus à faire admettre la première étymologie de préférence à la seconde, c'est la comparaison avec l'allemand actuel *wahr* ou mieux *wâr* [2], qui nous reporte à une forme gotique *vâsa* = ary *vâsas* par une permutation de *s* en *r* commune au haut allemand et au latin.

Il n'est pas impossible de conjecturer la raison pour laquelle la racine *vas*, habiter, n'a reçu dans les langues grecque et latine qu'un développement si restreint, tandis que les langues germaniques lui ont assigné des fonc-

(1) V. g. *gen-eris* de *gen-us* = *gen-esis*, gr. γεν-εσος, ary. *gan-asas*; *arboris* de *arbos*, etc. Schleicher, *op. cit.* p. 258.

(2) L'*h* est épenthétique : la preuve, c'est qu'il manque à *zwar* pour *zu war*, à la vérité, sans doute.

Digitized by Google

tions si étendues. Sa forme la prédestinait à être confondue avec la racine *vas*, vêtir, dont rien ne la distinguait phonétiquement; or, précisément, le rameau germano-slave a à peu près laissé tomber cette dernière, que le latin et le grec ont au contraire fortement développée, et l'autre, *vas*, a été comme étouffée par la croissance touffue de son homophone. C'est encore ici une application de la loi de concurrence vitale : deux formes identiques à fonctions dissemblables ou deux formes différentes à fonctions analogues, tendent à s'absorber ou à s'annuler l'une l'autre. Le grec a tiré de la racine *vas*, vêtir, nombre de mots, tels que : ἵημι, je revêts, c'est-à-dire Fισ-η-μι, ary. *vis-â-mi*, affaiblissement de la voyelle radicale; ἑσθής, vêtement, = Fεσθης, Fεστις, par permutation en aspirée de la non-aspirée consécutive au σ, génitif Fεστητος, d'où thème Fεσ-τη-τ-, correspondant à un aryaque *vas-ta-ti-*, formation obtenue par deux suffixations successives [1]; ἕννυμι, je revêts, par assimilation pour Fεσ-νυ-μι, ary. *vas-nu-mi*; ἔαρ, printemps, pour Fεσ-αρ, identique comme sens, sinon morphologiquement, au skr. *vas-anta-s*, littéralement « le vêtissant », etc. On a de même en latin : *vestis*, vêtement, c'est-à-dire *ves-ti-s*, ary. *vas-ti-*, racine et suffixe *ti*; *vêlum*, voile, par *ersatzdehnung* pour *ves-lu-m* = ary. *vas-ra-m*, rac. + suff. *ra*; *vêr*, printemps, pour *ve-ser*, comme plus haut [2]. Donc, dans

(1) C'est la même suffixation qui forme en latin les substantifs en *tas* : *pietas*, *pie-ta-ti-s*.

(2) Voilà, certes, un exemple bien curieux des étymologies fausses qui se présentent avec toutes les apparences de la réalité. Il n'est personne qui, à première vue, ne fût tenté de rapporter *ver* à la même racine que *viridis*, la concordance de sens étant frappante, bien que Varron n'y ait pas songé (*De ling. lat.* VI, 9); mais il relève des dérivations encore plus étranges. Or, *ver* pourrait, en effet, aussi bien que *viridis*, provenir de la racine primitive *ghar*, vert; mais le grec ἦρ, ἔαρ, qui ne saurait provenir d'une racine débutant par une aspirée sonore explosive, nous remet dans le droit chemin. C'est une preuve de plus de cette vérité encore trop peu reconnue, que pour se mêler avec fruit d'étymologie, il ne suffit pas de posséder à fond la langue qu'on a prise comme objet spécial d'étude, mais il faut encore connaître, au moins superficiellement, toutes celles de la même famille.

Digitized by Google

notre hypothèse, les langues du rameau gréco-italique auraient perdu la racine *vas,* habiter, par suite de la puissante évolution de son homophone *vas,* vêtir, et le phénomène exactement inverse se serait produit dans la branche germano-slave.

§ V. — LANGUES ROMANES.

Dans une étude portant sur la généralité des langues indo-germaniques, il n'y aurait pas lieu de parler des dialectes néo-latins, dont les conjugaisons sont exactement calquées sur celles de leur ancêtre commun, si, par une confusion aisée entre les formes assez voisines des deux verbes latins *esse* et *stare,* elles n'avaient ajouté à la conjugaison de leurs verbes « être » un élément tout-à-fait étranger à ce même verbe dans les autres idiomes de la famille. C'est ce qu'il convient de montrer brièvement.

Au premier rang, à ce point de vue, se placent d'abord les langues de la péninsule hispanique, où ce processus morphologique apparaît au degré le plus complet. L'espagnol et le portugais possèdent deux verbes « être », *ser* et *estar,* le premier désignant l'état essentiel et permanent, le second, l'état variable et accidentel: *ser* dérive, comme l'italien *essere,* non pas du latin *esse,* qui n'expliquerait pas la présence de la vibrante, mais d'une forme de bas latin *essere* créée par le vulgaire à l'imitation de tous les infinitifs latins, qui se terminent en *re,* le seul *esse* faisant exception; *estar* vient sans difficulté de *stare,* et ces deux verbes conservent d'une manière satisfaisante, dans la plupart de leurs temps, leurs formes ancestrales respectives.

Le mélange des deux éléments en un seul verbe apparaît dans l'italien, qui n'emprunte toutefois à *stare* qu'un

Digitized by Google

seul temps, le participe passé, *stato,* nécessaire pour la conjugaison de ses temps composés, et qui manque à *esse.* Moins pur est déjà le provençal, bien moins pur le français, qui dérive de *stare* un temps que possédait *esse,* l'imparfait de l'indicatif, *estois, stabam,* outre le participe présent, *estant, stans,* et le participe passé, *esté, status.* [1] Bien plus, l'infinitif même *estre,* qui dérive incontestablement de *essere* (car *stare* a formé régulièrement *ester,* mot de la langue judiciaire), se ressent cependant de l'influence de *stare :* il est impossible, en effet, d'expliquer le *t* médial du mot, sans admettre que, sous cette influence étrangère, le bas-latin *essere* s'est encore corrompu en *estere,* en sorte que le mot *estre* est une formation mixte de l'un et l'autre verbe. Le roumain seul ne s'est point altéré par ce mélange, et conjugue son verbe « être », non pas, sans doute, tel que le latin le lui a légué [2], mais sans le secours de *stare.*

C'est ainsi que la racine *sta,* qui ne se présente dans les autres langues indo-européennes qu'avec son sens primitif de « se tenir debout », revêt, en outre, dans les langues néo-latines la signification accessoire d' « être », et qu'à ce titre elle a dû prendre place dans cette étude. Quant à son évolution dans son acception originaire, tout le monde la connaît, et elle est d'un degré si élevé, qu'on ne saurait, ce semble, ouvrir au hasard un vocabulaire d'une langue indo-européenne quelconque, sans tomber sur un dérivé plus ou moins direct de ce fécond radical.

(1) Le français a possédé jusqu'au XIV^e^ siècle un futur du verbe « être », *j'iers* pour « je serai », régulièremeut dérivé de *ero.* Ce futur ressemblait à l'imparfait normalement tiré de *eram,* et la facilité de les confondre a probablement été l'une des causes de leur abandon.

(2) Il y mêle le verbe *fieri :* infinitif *a fi.*

Digitized by Google

§ VI. — LANGUES GERMANIQUES.

Les langues germaniques possèdent, dans le sens qui nous occupe, les trois racines *as*, *bhu* et *vas*, et les emploient en général concurremment dans la conjugaison. Mais à l'égard de cet emploi, il existe entre elles d'assez notables différences, qui nous obligent à envisager séparément chacun des grands dialectes qui se sont greffés sur le tronc de l'antique langue germanique. Celle-ci ne fut jamais écrite, et ne nous est connue que par restitutions conjecturales opérées à l'aide du gotique, du nordique, du bas-allemand et du haut-allemand. C'est donc dans ces quatre rameaux à la fois qu'il convient d'examiner les modifications thématiques de nos racines [1].

AS. — (A) Gotique.— La racine *as*, par affaiblissement vocalique, devient *is*, et ce thème *is-* est susceptible, comme ceux du sanskrit et du latin, de perdre sa voyelle radicale. — Présent de l'indicatif : sg. 1. *im* pour *is-mi* = ary. *as-mi;* — 2. *is* pour *is-i*, ary. *as-i;* — 3. *is-t* pour *is-ti*, ary. *as-ti;* — pl. 3. *s-ind* pour *is-indi* = ary. *as-anti*, par chute de l'initiale et de la finale. — Le parfait, qui serait *is-eis-a*, par réduplication et gouna du radical, a complètement disparu, comme dans toutes les langues germaniques. — Il en est de même du futur ; au reste, on sait que les langues germaniques ont absolument perdu l'antique mode de formation des futurs en *sja;* dans toutes, ce temps est périphrastique. — Présent du subjonctif : *sijau, sijas, sijai*, pour *is-ijam*, ary. *as-*

(1) On ne s'étonnera pas de la sècheresse des finales, étant donné que, de toutes les langues indo-européennes, les germaniques sont celles qui ont fait subir aux riches désinences de l'aryaque les plus profondes altérations, jusqu'à les rendre la plupart du temps méconnaissables.

Digitized by Google

jâm, cpr. lat. *sim*, gr. εἴην (v. supra).— Infinitif présent : *is-an*, thème et suffixe *an*.

(B) Nordique. — Le thème *as-* est devenu *ar-*, par permutation de *s* en *r* devant la voyelle de la désinence, puis *är-*, par affaiblissement vocalique. — Présent de l'indicatif : sg. *är* = *är-a ;* pl. *är-e*. Les finales de conjugaison ont disparu, ce qui nécessite l'emploi des pronoms personnels, comme en français. — Aucun autre temps.

(C) Bas-allemand. — La voyelle n'est pas changée, au moins en général ; mais la consonne permute en *r* par le même phénomène qu'en nordique : d'où thème *ar-* devant les désinences commençant par une voyelle, et *as* devant celles qui débutent par une consonne, comme on peut le voir dans la conjugaison anglaise. — Présent de l'indicatif : sg. 1. *am* pour *as-m* = *as-mi*, plus pur que le gotique ; — 2. *art*, c'est-à-dire *ar-t* pour *ar-est*, le haut et le bas-allemand remplaçant l'*s* primitif par *st*, par une corruption dont on trouve déjà des traces dans le gotique [1] ; — 3. *is*, comme got. *is-t*, d'un thème exceptionnel *is ;* pl. *ar-e*, désinences perdues. — Aucun autre temps.

(D) Haut-Allemand. — Thème *is*, comme en gotique. — Présent de l'indicatif : sg. 3. *ist ;* pl. 1.3. *sind*, la 3e régulière, la 1re formée sur son modèle par une confusion que présentent tous les verbes ; 2. *seyd* = got. *is-aith* (?), de l'ar. *as-tasi*, corrompu en *is-atasi* par insertion de l'*a* initial de la désinence, qui est souvent indice du présent des verbes aryaques. — Présent du subjonctif : *sey*,

(1) La très-primitive langue ne distinguait probablement, suivant la logique et la nature des choses, que deux personnes, *le moi* et *le non-moi ; moi* et *autrui* : à la 1re était affecté le suffixe *ma*, *mi* ; à la 2e, le thème démonstratif *ta*, *ti*. Plus tard, quand la personne *autrui* se différencia en personne présente (*toi*) et personne absente (*lui*), son suffixe se différencia de même en *sa*, *si* et *ta*, *ti*. Faut-il voir dans le *st* allemand, qui contient à la fois les deux formes, une confusion entre la 2e et la 3e personne du singulier résultant d'un phénomène d'atavisme ?

Digitized by Google

seyest, etc., cpr. got. *sijam*. — Infinitif : *seyn* = got. *is-jan* pour *is-an*. — Aucun autre temps.

BHU. — (A) Gotique : *bu* = ary. *bhu*. Cette racine ne remplit pas de fonction dans la conjugaison du verbe « être » ; mais on la retrouve dans d'autres formations.

(B) Il en est de même en nordique.

(C) Bas-allemand : thème *be* = *bi*, got. *bu*. — Présent de l'indicatif : sg. 1 (néerlandais) *been* = ary. *bhu-mi*. — Infinitif : *be*. — Participe passé : (anglais) *been* ; (angl.-sax.) *be-on* = ary. *bhav-ana*. — Présent du subjonctif : (anglais) *be*.

(D) Haut-allemand. — L'*u* radical s'altère et devient *i*. Cela posé, le gotique *bu* appelle en haut-allemand rigoureux, d'après la loi de Grimm, un thème *pi-*, qu'on rencontre, en effet, dans des flexions archaïques, telles que *pi-ru-mes*, nous fûmes ; *pi-ru-t*, vous fûtes, ary. *bhu-s-masi*, *bhu-s-tasi*, etc [1]. Mais le haut-allemand moderne conserve le *b* gotique. — Présent de l'indicatif : sg. 1. *bin*, c'est-à-dire *bi-n* = *bumi* ; 2. *bist* ou *bi-st* = *bu-si*. — Les autres personnes et les autres temps ont disparu.

Outre ces temps de verbe, la racine *bhu* a formé encore un certain nombre de mots germaniques, parmi lesquels on peut citer : 1° got. *bag-m* pour *bav-m*, nord *baamr*, anglo-sax. *beàm*, ht-allem. *boum*, allem.-mod. *baum*, arbre, à envisager comme l'équivalent d'une forme primitive *bhav-ma-s*, racine gounifiée et suffixe *ma*, littéralement « le croissant », cpr. gr φυτόν ; 2° got. *bau-an*, habiter, angl. *bow*, allem. *bau-en*, exploiter, construire, correspondant à un verbe aryaque *bhav-aja-n*, racine gounifiée et suffixe *aja* donnant au thème un sens causatif, littéralement « faire être, donner l'être ». Ces forma-

[1] Scheicher, *op. cit.*, p. 828.

Digitized by Google

tions sont fort curieuses en ce qu'elles attestent la perpétuité, à travers les siècles et les espaces, des procédés lexiologiques légués par la langue mère à ses descendants.

VAS. — (A) Gotique. — Le sens primitif de « demeurer, rester » persiste en gotique, et il s'y adjoint accessoirement celui d'être » Ce dernier sens subsiste à peu près seul dans les dialectes modernes. Comme *as* s'affaiblit en *is*, de même le thème *vas-* est devenu *vis-* aux temps présents : infinitif, *vis-an;* présent de l'indicatif, *vis-a.*— Parfait : sg. 1. *vas*, même affaiblissement vocalique, de *vâsa* = *vavâsa*, chute du redoublement et permutation de *â* en *a;* pl. 1. *vês-um*, cpr. ht.-allem. *vârumes* équivaut à l'aryaque *vâsmasi*, sans affaiblissement cette fois, puisque *ê* gotique = *â* aryaque. — Futur : disparu.

(B) Nordique : *vas* = got. *vis; var* = got. *vas, vês*, autrement dit le thème faible garde sa consonne et le thème fort la permute en *r*.— Infinitif faible : *väs-en*, got. *vis-an*. Cet infinitif n'entre plus dans la conjugaison et n'est plus employé dans le nordique moderne que comme substantif : suéd. *väsenet*, l'être. — Infinitif par permutation consonnantique : suéd. *var-a*, dan. *vär-e*. — Présent de l'indicatif disparu. — Parfait : sg. *var* = got. *vas;* pl. *vâr-e* = got. *vês-*. — Présent du subjonctif : *vare*.

(C) Bas-allemand : thème du présent disparu ; thème du parfait : sg., voyelle brève, sans permutation de la consonne, *was* (anglais et néerlandais) = got. *vas;* pl. voyelle longue, avec permutation de *s* en *r*, (angl.) *wêr-*, (néerland.) *waar-* = got. *vês-*. — Aucun autre temps, sauf l'imparfait du subjonctif, *wêre*, comme nordique *vâre*.

(D) Haut-allemand : thème faible sans permutation *wes-*, fort avec permutation *war-*. — Infinitif : *wesen*, nord. *väsen*, got. *visan*, n'est plus usité que substantivement.

Digitized by Google

— Participe passé : *ge-wes-en* = got. *ga-vis-an*. — Pas de présent ni de futur. — Parfait : sg. *wär* = got. *vas* (l'*a*, qu'on prononce aujourd'hui long, est organiquement bref, comme le prouve le témoignage unanime des autres langues germaniques) ; pl. *wâr* = got. *vês-*. — Imparfait du subjonctif : *wäre*.

Outre ces thèmes verbaux, la racine *vas* a encore produit en allemand, mais dans le sens d' « habiter », les mots suéd. *vaana* [1], allem. *wohn-en*, c'est-à-dire *wô-nen* [2]. Ces formations secondaires sont à envisager comme équivalant à *vaan*, et celle-ci à *vasn* par *ersatzdehnung*; *vasn* à son tour nous reporte à un thème présent aryaque *vas-nu-*, phoniquement identique à *vas-nu-*, vêtir, gr. Fεσ-νυ-. En ce qui concerne le mot allem. *welt*, monde, angl. *world*, nord. *verld*, c'est-à-dire *ver-l-d*, qui nous reporte peut-être à un gotique *vas-al-da* et à un aryaque *vas-ar-ta*, « l'habitée » (ἡ οικούμενη γῆ), le mieux est de rien affirmer, à cause de la difficulté de rendre compte de la fonction de la double suffixation qu'on est obligé de supposer pour reconstituer les éléments morphologiques de ce dérivé.

Comme récapitulation générale de cet aperçu de la conjugaison du verbe substantif dans les langues germaniques, présentons un tableau de cette conjugaison dans les trois langues modernes les plus usitées comme types respectifs du nordique, du bas-allemand et du haut-allemand, le gotique s'étant éteint sans postérité.

(1) Je suis obligé de transcrire par *aa*, qui est d'ailleurs sa forme originaire, l'*a* suédois qui équivaut à *o* long.

(2) L'*h* est épenthétique, comme le prouve bien la forme nordique

Digitized by Google

SUÉDOIS.		ANGLAIS.		ALLEMAND.	
		Indicatif présent.			
FORME.	RAC.	FORME.	RAC.	FORME.	RAC.
S. 1. Jag ær.	AS.	I am.	AS.	Ich bin.	BHU.
1. Du ær.		Thou art.		Du bist.	
3 Han ær.		He is.		Er ist.	AS.
P. 1. Vi æro.		We are.		Wir sind.	
2. J æro.		You are.		Ihr seid.	
3. De æro.		They are.		Sie sind.	
		Prétérit.			
S. 1. Jag var.	VAS.	I was.	VAS.	Ich war.	VAS.
2. Du var.		Thou wast.		Du waret.	
3. Han var.		He was.		Er war.	
P. 1. Vi voro.		We were.		Wir waren.	
2. J voro.		You were.		Ihr waret.	
3. De voro.		They were.		Sie waren.	
		Subjonctif présent.			
S. 1. Jag vare.	VAS.	I be.	BHU.	Ich sei.	AS.
2. Du vare.		Thou beest.		Du seist.	
3. Han vare.		He be.		Er sei.	
P. 1. Vi vare.		We be.		Wir seien.	
2. J vare.		You be.		Ihr seiet.	
3. De vare.		They be.		Sie seien.	
		Imparfait du subjonctif.			
Jag vore, etc.	VAS.	I were.	VAS.	Ich wære, etc.	VAS.
		Infinitif.			
Vara.	VAS.	To be.	BHU.	Sein.	AS.
		Participe présent.			
Varande (1).	VAS.	Being.	BHU.	Seiend.	AS.
				Wesend.	VAS.
		Participe passé.			
»	»	Been.	BHU.	Gewesen.	VAS.

(1) On remarquera l'étonnante pureté de cette forme en le comparant à sa corrélative sanskrite *vasantas*.

Digitized by Google

On voit que les trois prétérits sont identiques, à l'indicatif et au subjonctif, les trois présents presque semblables, mais que l'infinitif, les participes et le présent du subjonctif empruntent leurs formes dans chaque langue à des racines différentes.

Un mot encore sur une formation spéciale au haut-allemand et au nordique. Celui-ci possède une forme médiopassive identique à celle du latin et des langues slaves; l'autre y supplée par un passif périphrastique, comme celui du français « je suis aimé ». L'auxiliaire employé à cet effet n'est point le verbe « être », mais bien le verbe « devenir », allem. *ich werde,* suéd. *jag varda,* et celui-ci n'a rien de commun avec l'ancienne racine *bhu,* qui avait le même sens. Le thème haut-allemand *werd-en* nous reporte à un gotique *vairth-an,* qui correspond à la racine aryaque *vart,* tourner, lat. *vert-ere.* L'allemand dit donc « je suis aimé, on m'aime », *ich werde geliebt,* littéralement « je tourne, je deviens aimé », locution à rapprocher de l'espagnol, où le verbe *tornar* peut prendre accidentellement le sens de « devenir ». Ainsi, voilà encore une racine primitive mise accessoirement à contribution pour exprimer une des mille nuances de la signification du verbe « être ».

§ VII. — LANGUES SLAVES.

Les deux racines *as* et *bhu* sont les seules qui entrent dans la conjugaison des langues slaves, qui, bien différentes à cet égard des langues germaniques, ne présentent de l'une à l'autre que d'insignifiantes variétés dialectales.

A S devient en slavon comme en latin *es,* qui s'altère en *jes* par iotacisme de l'*e* initial : ce processus phoné-

Digitized by Google

tique est de règle absolue et commun à toutes les langues slaves ; par influence de voisinage, il s'est même communiqué au roumain. — Présent de l'indicatif : (vieux slavon) sg. *jes-mï* [1], par affaiblissement de la finale, pour *asmi*, polon. *iestem ;* 2. *jes-ï* = ary. *as-i ;* 3. *jes-tï* = *as-ti*, polon. *iesz-cze ;* pl. 1. *jes-mü* [2], cpr. lat. *es-mus* = *as-masi ;* 2. *jes-te* = *as-tasi ;* 3. *sutï* pour *jes-untï*, cpr. lat. *sunt* pour *es-unt*, seule personne où se produise la chute de la voyelle radicale. Quant à la disparition de la nasale, elle est de règle à la 3e personne du pluriel de tous les verbes slaves : ary. *as-anti*. Le russe a conservé, sous les mêmes formes, les deux 3es personnes : *jestï*, *sutï*. — Participe présent : *sants* (très-ancien) pour *jes-ant-s*, ary. *as-an-tas*. — Aucun autre temps.

Les langues slaves ont encore des formations secondaires, telles que : polon. *iestestwo*, russe *sus'c'estvo* (substant.), être, *sus'c'estvujus'c'iï*, existant, actuel, etc.

BHU devient en slavon *by* [3], et ne conserve guère plus de temps que le thème *jes*. — Infinitif présent : *by-tï* = ary *bhu-ti*, formé par suffixation au thème pur de l'indice *ti*, commun à tous les infinitifs slaves. — Participe passé : *by-l-*, et avec les indices des trois genres, *by-l-ü*, *-a*, *-o*, ayant été. L'*l* slave étant toujours le représentant, dans les suffixes, d'un *r* primitif, ce temps nous reporte à un aryaque *bhu-ra-* (thème pur + suff. *ra*), et c'est ainsi que se forment tous les participes passés des langues slaves. — Parfait : *bjechü*, *bychü* [4], forme non primitive, qui, d'ailleurs, a disparu dans les idiomes modernes. — Le rameau slave a complètement perdu le futur aryaque.

(1) *ï* représente la finale muette douce des Russes, *j* final du croato-serbe.

(2) *ü* représente la finale muette dure du russe

(3) *y* représente l'*i* sourd et labial du russe et du slavon, qui provient ordinairement de l'*u* pur indo-européen.

(4) *ch* = *ch* allemand, *x* russe ou χ grec moderne.

Digitized by Google

Reste le présent de l'indicatif, dont la genèse est vraiment curieuse et presque unique. Le thème *by-* = ar. *bhu-* est d'abord élevé au gouna et devient *bu-* = ar. *bhau-*. Puis, on y affixe un autre thème verbal, la racine *dha* (grec θε, τίθημι), qui signifie « placer, faire » (allem. *thu*, angl. *do*), et l'on conjugue ces deux éléments soudés ensemble par un procédé lexiologique analogue à celui qu'emploient les anglais lorsqu'ils disent, par exemple, *I do eat*, litteralement « je fais (que je) mange ». On a ainsi : sg. 1. *bu-du* = ary.*bhau-dhâ-mi-; 2. bu-de-s'ï, bhau-dha-si;* 3. *bu-de-tï, bhau-dha-ti;* — pl. 3. *bu-du-tï, bhau-dhan-ti*. On voit que les désinences personnelles sont fort bien conservées.

D'après cela, il semblerait que le verbe « être », en slave, eût deux présents, *jesmï, budu*, et point de futur. Il n'en est rien : le second joue le rôle de futur et ne s'emploie que comme tel. Bien plus, il sert à la formation du futur de tous les verbes par un procédé périphrastique, v. g. rus. *ja budu djelatï*, je ferai, comme allem. *ich werde machen*, littéralement « je serai faire ».

En résumé, les langues slaves modernes conjuguent leur verbe « être » de la manière suivante. — Présent : rus. *jestï*, il est, polon. *ieszcze*, croato-serbe, *jest*, rac. *as*. — Prétérit : polon. *bylem*, je fus, rus. *onü bylü*, cr.-sb. *on bil*, il fut, littéralement « lui ayant été », forme ordinaire de tous les prétérits slavons, qui ne sont autre chose que des participes passés devant lesquels est sous-entendu le verbe « être » : *onü* (*jestï*) *djelalü*, il (est) ayant fait, il fit ; *on* (*jest*) *bil*, il (est) ayant été, etc.; rac. *bhu*. — Futur : *ja budu*, présent du verbe *bytï* employé comme futur du verbe *jestï;* rac. *bhu*. — Infinitif : rus. *bytï*, polon. *budz'*, cr.-sb. *biti;* rac. *bhu*. — Participe passé : *bylü, bil*. — Les temps du subjonctif sont identiques à ceux de l'indicatif.

Le thème *by-* forme encore dans les langues slaves

Digitized by Google

divers mots, dont le plus remarquable est le verbe qui présente le sens de « demeurer, habiter », rus. *byvatï*, polon. *bywać*, *bawić*, littéralement « être habituellement ». C'est une forme intensive ou durative du thème *bhu*, ary. *bhv-a-ti*, *bhav-a-ti*, comme il est dit plus haut.

VAS. — Le slave a encore moins conservé que les langues germaniques la racine *vas* dans le sens d' « habiter » ; il emploie dans cette acception l'intensif de *bhu* ou le verbe « vivre », rus. *ž'itï*, *ž'ivatï*[1]. Mais elle n'entre pas non plus dans la conjugaison du verbe « être », bien qu'elle ait ce sens dans les quelques dérivés qu'on en peut signaler, par exemple : 1° rus. *veś'c'i*, c'est-à-dire *veś-c'i*, équivalant, d'après les lois de permutation des langues slaves, à un thème aryaque *vas-ti-*, rac. pure + suff. *ti*, littéralement « ce qui est », chose quelconque; 2° rus. *vesü*, tout, et en flexion *vsje*, *vsjo*, etc., polon. *wszystek*, correspondant à un thème primitif *vas-a*, le étant. Ces dérivations ne doivent pas nous arrêter plus longtemps.

La racine *vas*, vêtir, a aussi un représentant fort curieux dans les langues slaves : c'est le slavon *vesna*, printemps, rus. *vesna* (racine et suffixe *na*), qu'il y faut rapporter au même titre que le latin *ver* (V. supra). Même celui-ci a un congénère plus ressemblant encore dans le nordique, suéd. *vaar* (même sens).

(1) *ž'* = *j* français. — A rapprocher de l'anglais, qui dit également *to live*, vivre pour « demeurer »

Digitized by Google

CONCLUSION.

De crainte d'allonger démesurément une étude qui ne pourra mériter quelque indulgence qu'à la condition d'être contenue dans de justes limites, j'ai élagué tous les développements qui ne s'appliquaient pas directement au sujet. Il en est pourtant qui auraient encore mérité d'y trouver place : ainsi, j'aurais pu et dû peut-être, accordant davantage à l'hypothèse, examiner l'évolution de la racine *as* sous sa forme intervertie *sa*, où elle conserve en général son sens primitif « être » en y joignant celui de l'unité. Il y avait là matière à recherches fécondes, mais aussi à conjectures hasardées ; et le but que je me suis proposé avant tout est de faire voir la précision, la rigueur, la sûreté de la méthode linguistique, que beaucoup de personnes, même lettrées, confondent encore avec les puérils jeux de mots de l'étymologie. Dans celle-ci, tout n'est qu'incertitude et arbitraire : les mots, torturés en cent façons pour les besoins de la cause, revêtent les aspects les plus bizarres ; les lettres s'ajoutent, se retranchent ou permutent sans règle et sans raison. La linguistique, au contraire, n'identifiera jamais deux formes, même en apparence les plus voisines, sans les avoir ramenées à une forme commune, en vertu de principes de phonétique et de morphologie fixes et constants. C'est par la certitude de ses résultats que cette science, pourtant née d'hier, a conquis et continuera d'occuper un rang honorable parmi les sciences naturelles, à côté de l'anthropologie, dont elle est l'auxiliaire et le complément indispensable.

Digitized by Google

STÉNOGRAPHIE USUELLE

OU

ÉCRITURE PHONÉTIQUE COMPLÈTE ET RAPIDE

DE TOUS LES SONS OU ARTICULATIONS
DE LA LANGUE FRANÇAISE

PAR

Louis D'HENRY,

Membre correspondant.

OBJET DE LA STÉNOGRAPHIE USUELLE.

(1) La sténographie usuelle est une écriture phonétique. qui ne tient aucun compte de l'orthographe ; elle a pour objet de représenter par des signes simples, faciles à tracer, les divers éléments phonétiques de la langue française.

Chaque mot est figuré par un seul signe simple ou composé, appelé *monogramme*, formé par la réunion et la liaison des divers signes des éléments phonétiques de ce mot.

La plupart des systèmes de sténographie qu'il m'a été donné de connaître et qui ont une valeur reconnue, n'expriment d'une façon à peu près suffisante que les

Digitized by Google

sons du commencement et de la fin des mots. Dans le corps des mots tous les sons, c'est-à-dire les voyelles simples ou composées, sont généralement supprimés, et l'on n'y figure que des articulations muettes, c'est-à-dire des consonnes simples ou composées.

Certains systèmes de sténographie se servent de signes détachés au commencement et à la fin des mots. Par leur emploi, l'écriture paraît plus simple, plus rapide à première vue ; mais cette simplicité plus apparente que réelle est un trompe-l'œil ; car on sait que chaque fois que l'on doit lever la plume on perd un temps dans l'écriture.

Pour cette raison j'ai cru devoir bannir de la sténographie usuelle les signes détachés.

Dans la sténographie usuelle, tous les sons et articulations dans le corps des mots sont fidèlement et complément représentés, aussi bien qu'au commencement et qu'à la fin des mots.

Cette sténographie a pour caractère d'être *aussi lisible* que l'écriture orthographique ordinaire, car elle écrit les mots tels que l'oreille les entend. On peut donc lire, *même sans comprendre*, avantage que ne possède, à ma connaissance, au même degré, aucune autre sténographie.

Mais, dira-t-on, si cette écriture phonétique est complète, elle doit être beaucoup plus compliquée et, par suite, beaucoup plus lente à tracer que les autres écritures sténographiques.

Je crois pouvoir répondre que sa rapidité n'a pas été sacrifiée, et que, à ce point de vue, elle pourra rendre les mêmes services que les autres systèmes qui ont fait leurs preuves.

Je dois même avouer que je n'espérais pas arriver à une aussi grande rapidité.

Digitized by Google

En commençant, il y a plus de vingt ans, ces recherches souvent abandonnées puis reprises, je m'étaîs proposé le problème suivant :

Trouver une écriture aussi facilement lisible que l'écriture orthographique ordinaire, mais plus rapide.

Mon but était donc, sans rien sacrifier de la lisibilité, de gagner du temps. Il n'était pas question alors de chercher à suivre la parole d'un orateur.

Ce que je voulais c'était une écriture abrégée, qui pût être employée avec avantage par toutes les personnes qui ont beaucoup à écrire pour elles-mêmes, beaucoup de notes à prendre, comme les étudiants,les professeurs, les écrivains, les avocats, etc., etc.

Après des efforts longtemps infructueux et en m'aidant des travaux des sténographes, tels que Taylor, Bertin, Hyp. Prevost, Louis D'Henry, mon regretté père, j'imaginai enfin, une écriture phonétique qui me satisfît au delà de mon attente et à laquelle j'ai donné le nom de Sténographie usuelle.

Grâce à la perfection et à la fidélité, avec lesquelles elle représente les mots, elle pourra même donner, en quelque sorte, l'abréviation de l'abréviation, quand cela sera nécessaire.

Quand, par exemple, on aura à recueillir la parole, souvent trop rapide, d'un orateur, on pourra abréger les mots trop longs, on en écrira seulement le commencement, laissant la fin en blanc. On complètera ensuite les mots inachevés, en relisant son écriture.

Cette manière de faire est peu praticable, avec la plupart des autres sténographies, qui sont déjà incomplètes par elles-mêmes et ne donnent que l'a peu près.

Digitized by Google

ÉLÉMENTS DE LANGAGE.

(2) Ces préliminaires posés, voyons comment la sténographie usuelle représente les divers éléments du *langage*.

Le langage se compose :

1° De *sons*, c'est-à-dire de voyelles simples ou composées ;

2° D'*articulations*, c'est-à-dire, de consonnes simples ou composées.

SONS.

VOYELLES SIMPLES ET VOYELLES NASALES.

(3) Les voyelles simples *a, é, i, o, u*, sont représentées par les petits signes suivants, que l'on peut aussi appeler *signes de liaison* parce que, dans les mots, ils servent généralement à lier, à unir, les articulations entre elles.

Voyelles simples.....	A	É	I	O	U
Petits signes simples .					
Petits signes grossis .					
Voyelles nasales	AN		IN	ON	UN

(4) Il faut remarquer que les voyelles *a, é, o, u* sont représentées par des signes courbes, toujours les mêmes, tandis que la voyelle *i* est figurée par un point, ou par un petit trait droit, dans n'importe quelle direction.

Ce petit trait qu'on doit toujours faire le plus petit possible, peut même, dans certains cas, comme on le verra plus loin (60), être placé sur un signe déjà tracé.

Digitized by Google

Ces signes peuvent être écrits en commençant par l'une ou par l'autre de leurs extrêmités suivant les circonstances; mais employés seuls, ils se tracent, comme on peut le voir plus haut, c'est-à-dire en allant de gauche à droite pour *a* et *u*, et de haut en bas pour *é*, *i*, *o*.

(5) Chacun de ces signes représentant non une lettre de l'alphabet mais le son de cette lettre, on pourra employer le même signe pour figurer tout son sensiblement identique pour l'oreille, quelle que soit la manière de l'écrire en écriture orthographique.

Donnons un certain nombre d'exemples, seulement pour les sons *a*, *é*, *i*, *o*, *u*; mais on se rappellera que la même observation s'applique à tous les signes de la sténographie.

On écrit le signe du son *a*, pour *a* dans déjà, *ah* dans bah, *as* dans cas, *at* dans combat, *eas* dans tu jugeas, *eat* dans il logeat, *ha* dans habile, etc.

On écrit le signe du son *é* pour *é* dans été, *è* dans colère, *ê* dans rêve, *ecs* dans échecs, *ect* dans respect, *ée* dans fée, *ef* dans clef, *er* dans lever, *ers* dans Angers, *es* dans progrès *et* dans préfet, *ets* dans mets, *ey* dans dey, *ez* dans assez, *ai* dans vrai, *aid* dans laid, *aie* dans craie, *aies* dans que tu aies, *aient* dans étaient, *ais* dans mauvais, *ait* dans parfait, *aits* dans les attraits, *aix* dans paix, *eai* dans geai, etc.

Le signe du son *i* est mis pour *i* dans cri, *y* dans yeux, *ie* dans bougie, *ies* dans furies, *is* dans gris, *it* dans lit, *its* dans écrit; *ix* dans prix, *iz* dans riz, etc.

Le même signe de *o* servira à remplacer: *o* dans zéro, *os* dans les os, *ot* dans prévôt, *au* dans autre, *aud* dans nigaud, *auds* dans échafauds, *ault* dans héraût, *aut* dans défaut, *auts* dans artichauts, *aulx* dans faulx, *aux* dans chaux, *hau* dans hausse, *haut* dans très-haut, *eau* dans

Digitized by Google

beau, *eaux* dans ciseaux, *oa* dans toast, *oh* dans oh! *ho* dans hôtel, etc.

Enfin, le signe de *u* s'écrira au lieu de : *u* dans vu, *ue* dans rue, *ues* dans sangsues, *us* dans plus, *ut* dans fut, *uts* dans statuts, *ux* dans flux, *eu* dans nous eûmes, *eus* dans tu eus, *eut* dans il eut, etc.

(6) Les sons *an, in, on, un,* sont représentés par les mêmes signes que les voyelles simples, mais ces signes sont grossis : ainsi, les signes *a* et *é* grossis signifient *an;* le signe *i* grossi exprime le son *in; o* grossi *on; u* grossi *un,* ou la terminaison latine *um.*

Le son *é* ou *è* et le son correspondant nasal *an,* s'expriment encore par une *grande boucle*, simple pour le son *i* ou *è*, grossie pour le son *an*. On donnera plus loin (34) la manière d'employer ce nouveau signe.

On verra, en outre, (15) et (17) d'autres moyens de produire le son *an*.

Quand, dans l'écriture sténographique, un son nasal est suivi immédiatement d'un autre son, il faut, dans la lecture, faire sonner l'*n* du son nasal.

Citons, comme exemples, les mots suivants : animal, organisé, profanation, qu'on écrit : *an*-imal, or-*gan*-isé, pro-*fan*-ation.

ARTICULATIONS,

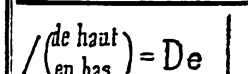
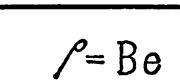
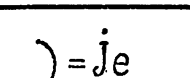
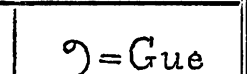
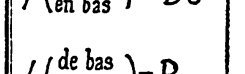
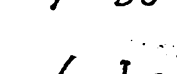
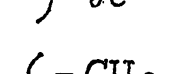
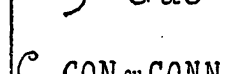
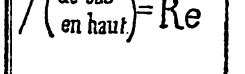
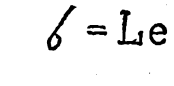
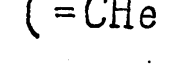
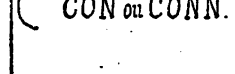
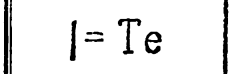
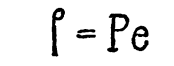
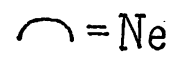
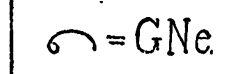
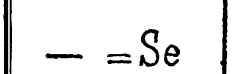
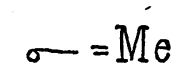
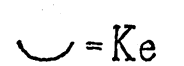
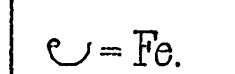
(7) Les articulations, c'est-à-dire les consonnes simples ou composées, seront appelées *muettes* quand, dans le langage, elles se prononcent comme si elles étaient suivies immédiatement du son *eu,* exprimé ou sous-entendu dans l'écriture ordinaire.

Toute articulation suivie de tout autre son sera dite *sonore.*

(8) Les consonnes ou articulations muettes sont exprimées par les grands signes suivants :

Digitized by Google

TABLEAU DES ARTICULATIONS MUETTES.

SIGNES DROITS.		SIGNES COURBES.	
Simples.	Bouclés	Simples.	Bouclés.
			
			
			
			
			

(9) *Remarques.* — On remarque dans ce tableau que les divers signes sont des lignes droites, des demi-cercles, ou même des cercles.

Les lignes droites et les demi-cercles sont simples ou sont munis d'une petite boucle.

Tous les signes à boucle sont toujours tracés en commençant par la boucle.

Les articulations *de* et *re* sont figurées par le même signe, seulement le signe *de* est tracé en descendant de droite à gauche, tandis que le signe *re* est fait en montant de gauche à droite.

Les signes *te, ve, je, che,* se tracent toujours de haut en bas, tandis que les signes *se, ne, ke,* se tracent de gauche à droite, et il en est de même des signes *xe* et *ze*.

(10) Une observation importante à faire, pour les signes à boucle, c'est que, au commencement des mots, ils doivent être tracés la boucle tournée comme il est indiqué sur le tableau.

Digitized by Google

Dans l'intérieur des mots (à moins de conventions spéciales indiquées plus loin), ces signes s'écrivent de la façon la plus commode et la plus rapide, c'est-à-dire que la boucle peut être tournée en avant ou en arrière, en haut ou en bas. En général, la boucle doit se trouver en dehors de l'angle que forme le signe auquel elle appartient, avec l'articulation qui la précède et à laquelle il est joint.

(11) L'articulation *se* peut être douce ou dure ; en général, on ne tient pas compte de cette nuance dans l'écriture sténographique ; cependant, si on voulait la signaler, on emploierait le signe *ze* pour indiquer *se* doux.

(12) Les signes *xe* et *ze*, qui sont longs à écrire, sont presque toujours remplacés par les signes *se* ou *he*, *se*.

(13) Le signe *heu* et la particule *con* ou *conn* sont rangés ici parmi les articulations muettes, à cause de l'analogie des signes qui les représentent avec d'autres signes du tableau ; mais il faudra se souvenir, dans la suite, qu'elles doivent être considérées comme des articulations sonores.

(14) Le signe *gne*, signifie *igne*, au commencement d'un mot, ou quand, dans le corps d'un mot, il est joint directement à une articulation muette qui le précède, à l'exception, cependant, de l'articulation *re*.

Ainsi, par exemple, *gne* signifiera *igne* dans ignorance, signe, ligne, désigne ; mais il signifiera *gne* dans épargne, compagne, empoigner, enseigner.

ARTICULATIONS SONORES.

(15) On a dit précédemment que si à une articulation muette on joint un son, cette articulation devient sonore en se combinant avec le son.

Digitized by Google

On verra dans le tableau suivant (17) la manière de lier les diverses articulations aux sons *a, é, i, o, u,* qui les suivent.

Il est une autre méthode qui permet de rendre sonore une articulation muette ; elle consiste à modifier légèrement le signe de l'articulation en le *grossissant,* ou en lui donnant une *forme ondulée.* On peut ainsi obtenir de chaque signe simple d'articulation, trois nouveaux signes, ce sont :

Le signe grossi, qui correspondra au son *an,*
Le signe ondulé, — — *ou,*
Le signe ondulé grossi, — — *oa, oi, oua;*

ce son s'ajoutant à la signification de l'articulation sur laquelle porte la modification.

Exemple : L'articulation *ve,* grossie, signifiera *van* (vent) ; ondulée, elle signifiera *vou* (vous) ; ondulée grossie, elle exprimera *voa* (vois ou voix).

(16) Par exception, le signe *con* grossi signifie *contr.*

On verra plus loin (27) une autre manière de modifier les articulations pour en obtenir des articulations doubles, ou des combinaisons de sons et d'articulations.

TABLEAU DES ARTICULATIONS SONORES.

Le tableau suivant montre la manière de tracer les articulations sonores dont il vient d'être question.

Pour se servir de ce tableau, on descend dans la première colonne verticale jusqu'à la consonne ou articulation cherchée, puis on parcourt la ligne horizontale trouvée en ajoutant à chaque signe le son marqué au sommet de la colonne verticale dans laquelle il est placé.

Digitized by Google

CONSONNES.	ARTICULATIONS.									
	Muettes.	Sonores par modification			Sonores par addition des sons.					
	SIGNE SIMPLE. — Son e (eu)	SIGNE GROSSI. — Son an.	SIGNE ONDULÉ. — Son ou.	SIGNE GROSSI ONDULÉ — Son oa oi oua.	A	E (1) (2)		I	O	U
B										
C										
D										
F										
Gu										
H										
J										
Ch										
K										
L										
M										
N										
Gn										
P										
Qu										
R										
S										
T										
V										
X										
Z										
Con										

Digitized by Google

(18). *Remarques.* — Dans l'examen de ce tableau on voit que les lettres *l* et *r* ont seulement le signe simple et le signe ondulé, mais pas de signe grossi, ni de signe ondulé grossi. Cela tient à ce que ces signes se traçant en remontant, où s'exposerait, si on essayait de les grossir, à percer le papier ou à mettre la plume hors d'usage. Il faudra donc se souvenir qu'on ne grossit jamais les signes en remontant.

Quand on aura à représenter les sons *lan* et *ran*, on écrira d'abord le signe simple de *l* et de *r*, puis on y ajoutera le son *an* par le signe grossi de *à*, de *é* ou de *h*, choisi à volonté.

S'il s'agit des sons *loa*, *roa*, on ajoutera au signe de *l* et de *r* le signe ondulé grossi de *h;* ou bien encore on écrira les sons *lou*, *rou*, et on les fera suivre du son *a*.

(19). Le son *é*, *ei*, *ai*, etc, présente deux colonnes verticales marquées (1) et (2). Dans la colonne E (1) ce son est figuré par un petit signe, comme les autres voyelles, seulement il y a deux façons de tracer ce signe quand il est joint à une articulation droite, tandis qu'il n'y en a qu'une, si l'articulation est courbe.

Dans la première manière le son *é* est écrit, comme au tableau des voyelles (3); dans la deuxième le signe *é* est reporté en arrière, ce qui lui donne la forme du signe *u*, mais il ne peut y avoir de confusion car le signe *u* s'écrit toujours en avant de gauche à droite. De ces deux modes de figurer le son *é*, c'est ce dernier qui est le plus fréquent surtout à la fin des mots.

(20) Dans la colonne E (2) ce son est figuré, par une grande boucle dont il a déjà été question (6), et cette boucle se trace de la façon la plus commode en avant ou en arrière, suivant l'articulation qu'elle modifie ou suivant les articulations qu'elle est destinée à lier. On en verra plus loin (36) de nombreux exemples.

Digitized by Google

Cette boucle sert aussi, surtout à la fin des mots, à former des articulations sonores en *é*, par son union avec les signes courbes.

(21). Dans la colonne verticale *o*, on voit que le signe *o* est tracé soit en descendant soit en montant.

La règle estcelle-ci.

Le signe *o* est tracé en descendant ou en montant, quand le signe qui le suit doit être lui-même commencé en descendant ou en montant.

Mais quand le signe *o* doit être grossi, pour signifier *on* il doit toujours être tracé en descendant.

APPLICATIONS DES NOTIONS PRÉCÉDENTES, — EXEMPLES.

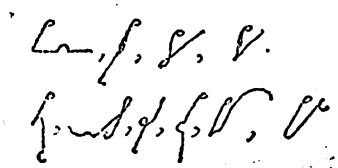
(22). A l'aide des signes précédents on peut déjà représenter tous les sons, tous les mots de la langue française.

On trouvera ci-après un certain nombre d'exemples que devront écrire plusieurs fois les personnes qui voudront se familiariser avec l'emploi de ces signes et apprendre à former les liaisons; ce qui constitue la principale difficulté de cette sténographie.

Si l'on n'employait que les signes précédents, l'écriture serait trop lente ou trop compliquée pour beaucoup de mots. On trouvera plus loin d'autres signes, dérivés en général de ceux que l'on connaît déjà, qui abrègent encore et simplifient beaucoup l'écriture.

Les mots donnés comme exemples, ont été choisis parmi ceux qui s'écrivent avec les signes décrits jusqu'ici; et l'on a, à dessein, évité les mots d'une seule syllabe, comme trop faciles.

B

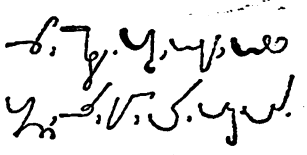


Besuce, bandit, boule, boire.

Bateau, courber, débit, botte, borne, bureau.

Digitized by Google

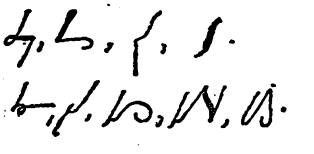
C doux ou dur.



Cela, centuple, canton, couture, coiffer.

Cadenas, celle, durci, corps, côté, cure.

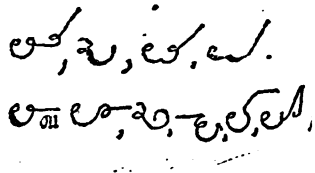
D



Demande, danser, doute, doigt ou doit.

Dame, dédit, donner, dortoir, dûreté.

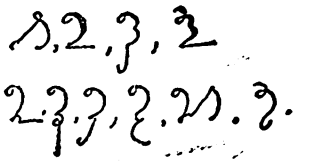
F



Femelle, enfant, foule, foire.

Femme, effet, Sophie, force, fureter.

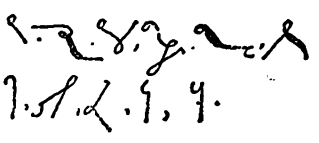
G dur



Orgue, gance, goûter, angoisse.

Gaz, guêpe, guider, gauche, gorge, aigu.

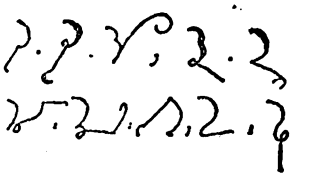
H



Eux ou œufs, séance, houle, oubli, oiseau, roi.

Hâte, herbe, hideux, hôte ou haute, hutte.

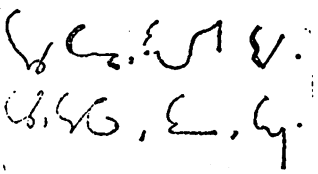
J



Jeudi, jambon, journée, joyeux, janvier.

Jalousie, j'aimerai, orgie, j'ose, jupe.

Ch.



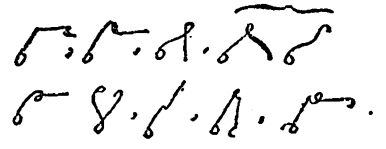
Cheval, chanson, chouchroûte, choir.

Châlet, chercher, chose, chûte.

Digitized by Google

K voyez Q

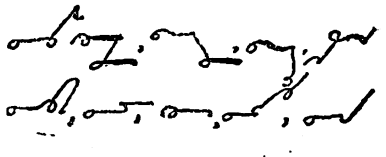
L



Leçon, lance, loupe, loi.

Lame, poulet, lire, loto, allumer.

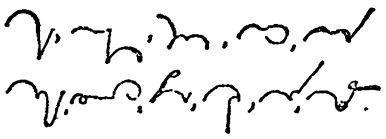
M



Melon, amendement, mouvement, moitié, armoire

Maladie, messe, ami, morale, mur.

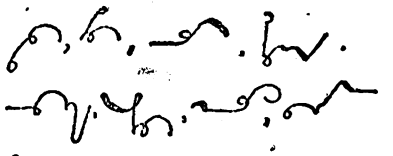
N



Neutre, soutenant, genou, nouer, noir.

Nature, amener, banni, note, nord, nullement.

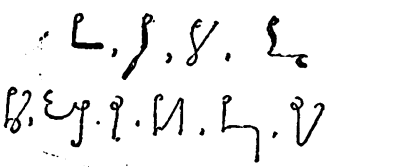
Gn.



Ligne, bagne, saignant, éteignoir.

Signature, campagne, enseigner, ignorance.

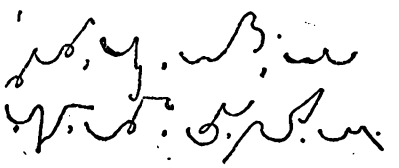
P



Pesant, pendant, poule, poisson ou poison.

Palais, occuper, épi, porte, poste, épurer.

Q, K, C

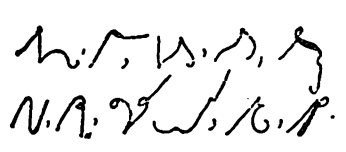


Alcali, quantité, courage, quoique.

Quatorze, caleçon, quelque, raccorder, cuve.

Digitized by Google

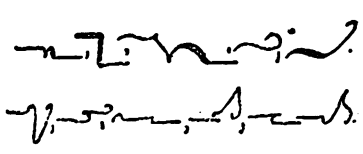
R



Retenue, rance, trouver, rouge, royauté.

Rature, rape, grêle, courir, rocher, ruban.

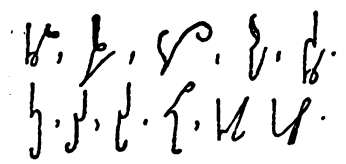
S



Science, sentence, souvenance, souhait, soirée.

Saturer, cesser, assise, sortez, sauce, surtout.

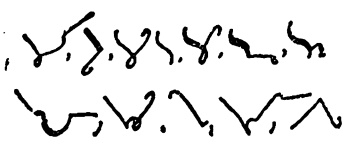
T



Talon, tambour, tourner, toiture, total.

Tater, têter, têtu, bâti, tordu, turban.

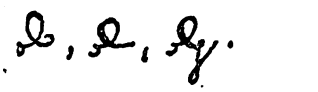
V



Velours, vendu, voulez-vous, voilà, voisin, voyant

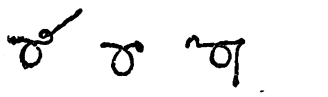
Vacances, valet, avis, vorace, revue.

X



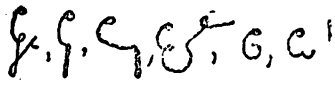
Excès, exempt, exemple.

Z



Zèle, zinc, azote.

Con. ou Conn.



Complot, content, constant, conforme, connais, connu.

Digitized by Google

(23). On remarquera, en outre, dans ces exemples, que quand l'un des signes, *a, é, o, u* est suivi d'une articulation à boucle, comme dans les mots *âme, effet, sophie, ruban,* etc, etc, la boucle peut être faite dans le signe même de la voyelle, qui concourt pour une partie à sa formation.

DEMI-SIGNES.

(24). Les demi-signes, présentent une grande ressource pour abréger l'écriture phonétique.

Ils ont l'avantage d'être facilement reconnaissables, sans charger la mémoire de nouveaux signes; et pour la main il n'y a pas de nouvelle étude à faire pour les tracer.

On a eu soin de leur donner une signification dans laquelle entre toujours celle du grand signe dont ils sont le dérivé.

Toutes les articulations simples étudiées précédemment ont fourni leur demi-signe; sauf les articulations formées par un arc de cercle simple : *je, che, ke, ne.* La raison de cette exception est que l'on aurait pu confondre quelquefois ces demi-signes avec les signes *a, é, o, u,* qui représentent des sons.

(25). Les signes des voyelles, *a, é, o, u* étant eux-mêmes très-petits n'ont pas de demi-signes.

(26). Les demi-signes peuvent être *simples* ou *grossis;* mais ils ne sont jamais ondulés; ce qui aurait pu amener de la confusion.

Le tableau suivant montre comment on doit tracer les demi-signes et quelle est leur signification.

Digitized by Google

TABLEAU DES DEMI-SIGNES.

GRAND SIGNE SIMPLE.	DEMI-SIGNES			
	Dans le corps d'un mot après une consonne ou articulation muette le demi-signe		Au commencement d'un mot, ou dans le corps d'un mot après un son ou voyelle le demi-signe	
	Simple.	Grossi.	Simple.	Grossi.
/= be	⌐= ibe	⌐= iban	⌐ = bre	⌐= bran
/= de	/ = ide	/ = idan	/ = dre	/ = dran
ſ= pe	ſ = ipe	ſ= ipan	ſ = pre	ſ= pran
|= te	| = ite	| = itan	| = tre	| = tran
\= ve	\= ive	\= ivan	\= vre	\= vran

	Au commencement et dans le corps des mots c'est-à-dire dans tous les cas le demi-signe		
	Simple.	Grossi.	
⌣ = fe	⌣= ife	⌣ = ifan	Les grands signes
⌇ = heu	⌇ = eur	⌇ = euran	) = je
ↄ = gue	ↄ = igue	ↄ = igan	(= che
/ = le	/ = ile		◡ = ke
⌒ = me	⌒ = ime	⌒ = iman	⌒ = ne
⌒ = gne	⌒ = ine	⌒ = inan	n'ont pas de demi-signe
/ = re	/ = ire		
— = se	— = ise	— = isan	
C = con	C = iche	C = ion	

Digitized by Google

(28). *Remarques.* — On voit dans ce tableau que le grossissement de tout demi-signe ajoute la signification *an* à celle du même demi-signe non grossi.

La règle relative à l'emploi du grossissement est donc la même pour les grands signes simples et les demi-signes.

(29) Un certain nombre de demi-signes ont une double signification; ce sont ceux correspondant aux grands signes, *be, de, pe, te, ve.*

Ces demi-signes prennent la signification du grand signe précédée de *i;* c'est-à-dire *ibe, ide, ipe, ite, ive,* s'ils suivent une articulation muette simple, comme dans les mots : scr *ibe,* ac *ide,* princ *ipe,* v *ite,* arr *iv* er.

Mais si ces demi-signes commencent un mot, ou si dans le corps d'un mot, ils sont précédés d'une voyelle simple ou nasale ou d'une articulation devenue sonore parce qu'elle a été grossie ou ondulée, on obtient leur signification en ajoutant *re* à celle du grand signe correspondant, c'est-à-dire qu'ils deviennent, *bre, dre, pre, tre, vre.*

Exemples : *br* as, *bron* che, sa *bre*, mem *bre,* ca *dre,* fou *dre,* o *ppr* esser, a *ppren dre,* le *ttre,* poi *vre,* etc.

Dans ces exemples on a mis en italiques les groupes de lettres qui doivent être figurés par des demi-signes.

(30) Tous les autres demi-signes n'ont qu'une seule signification, quelle que soit leur position dans les mots.

Ainsi, dans tous les cas, suivant qu'il sera simple ou grossi :

Le signe	*fe*	en demi grandeur		donnèra	*ife* et *ifan,*
—	*heu*	—	—		*eur* et *euran*
—	*gue*	—	—		*igue* et *igan*
—	*le*	—	—		*ile*
—	*me*	—	—		*ime* et *iman*
—	*gne*	—	—		*ine* et *inan*
—	*re*	—	—		*ire*
—	*se*	—	—		*ise* et *isan*
	con	—	—		*iche* et *ion*

Digitized by Google

Les demi-signes *ile* et *ire*, ne sont jamais grossis, par la raison donnée précédemment, qu'ils sont tracés en remontant.

(31) On remarquera que tous ces demi-signes ont une signification qui commence par le son *i* ; sauf le demi-signe de *heu*, à qui on a donné la signification *eur*, à cause du fréquent usage de ce groupement de lettres.

Il est curieux de voir que le son *i* qui entre dans presque tous les demi-signes est celui qui a présenté le plus de difficultés pour pouvoir être introduit facilement et sans perte de temps dans l'écriture phonétique.

Cependant il aurait semblé, au premier abord, qu'il aurait dû être plus facile à écrire que les autres voyelles, puisqu'il peut être figuré, par une très-petite ligne droite dans n'importe quelle direction, ou par un point ainsi qu'on l'a vu plus haut.

(32) Il faut remarquer que dans les signes à boucle, ce n'est pas sur la boucle que porte la diminution du signe, mais bien sur la ligne droite ou l'arc de cercle qui suit la boucle.

(33) Dans les demi-signes formés d'une boucle et d'un arc de cercle, *ife*, *igue*, *ine*, *iche*, on peut, à volonté, suivant les circonstances, faire ces signes très-petits ou presque égaux au grand signe. Dans ce dernier cas, il suffira de rapprocher davantage les extrémités de la courbe, en donnant à celle-ci une plus forte courbure, pour éviter sûrement toute confusion.

GRANDE BOUCLE *é* (ai), *an*

(34) Arrivons maintenant à un signe qu'on n'a fait que signaler précédemment, c'est-à-dire à la *grande boucle*.

Digitized by Google

Cette grande boucle a pour signification le son *é* (ai), quand le trait qui la forme est uniformément mince, et le son *an* quand le trait est grossi dans sa partie descendante.

Elle a une grande importance dans cette sténographie, car elle est l'un des signes les plus employés et généralement elle se fait sans perte de temps en servant à lier deux signes de direction différente. La main n'a pas alors à subir d'arrêt pour passer d'un signe à l'autre, et l'écriture prend une forme arrondie et gracieuse.

Un autre avantage de ce signe est d'empêcher le mot de trop monter ou de trop descendre, en tendant sans cesse à le ramener vers la ligne.

La manière de tracer et d'employer cette boucle est difficile à décrire ; elle a une forme ronde assez semblable à un *o* ordinaire, mais cet *o* peut suivant les cas être fermé ou rester plus où moins ouvert ; en outre il peut être commencé en haut, en bas, à droite ou à gauche suivant les signes à unir.

Quand la grande boucle est mise entre deux articulations, elle est souvent formée en partie avec le trait même du premier signe ; mais il faut remarquer que le second signe doit être fait tout entier en dehors de la boucle et ne concourt en rien à la former ; à moins cependant que ce second signe ne soit un arc de cercle.

Le grand diamètre de la grande boucle doit avoir une grandeur moitié de la dimension des signes droits ordinaires.

On ne pourra donc jamais la confondre avec la boucle des signes bouclés précédents qu'on doit toujours faire très-petite.

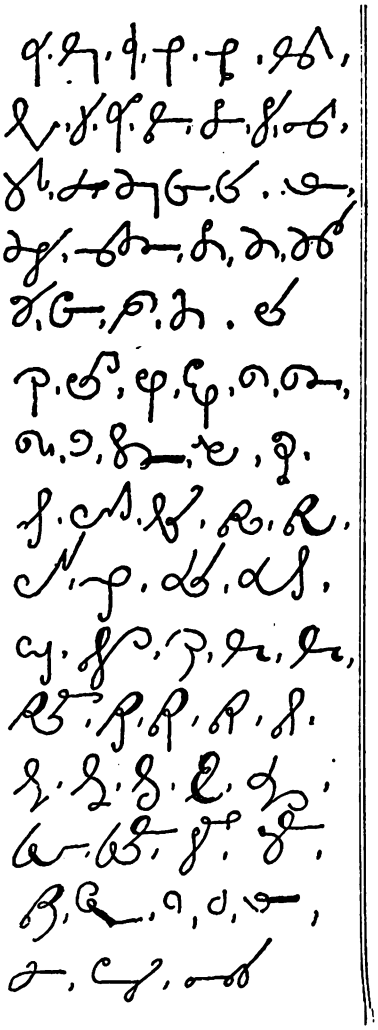
On s'en tiendra à ces généralités, à cause de la presque impossibilité d'expliquer par le langage la manière de tracer et d'employer la grande boucle. Pour lever la difficulté et arriver à une compréhension facile, on parlera à

Digitized by Google

l'œil par le dessin, en lui présentant un nombre suffisant d'exemples, ainsi qu'il a été fait ci-dessous.

(35) Disons encore qu'entre les signes *me* et *se* le son *è* et le son *an* ne s'écrivent jamais par une grande boucle pour éviter la confusion avec les signes *xe* et *ze*.

(36) Exemples pour l'emploi de la grande boucle :



dette, reste, tête, sept, septembre, réserve,

réverie, terre, bête, laisse, pèse, père, mérite,

vertu, décembre, geste, chaise, chaire, caisse,

j'espère, certainement, reine, gène, général,

guerre, connaissant, peine, Athènes, faire,

nette, féliciter, fête, conquête, haine, ennemi,

ennui, ai-je, événement, évêque, guetteur,

arrêter, écarter, révéler, l'effet, l'enfant,

écriture, souhaiter, desquelles, décréter,

écouter, lanterner, neige, raison, rançon,

renfermer, ramper, lampe, lèpre, lettre,

régir, régime, ranger, rencontre, déjeûner,

défense, déférence, permettre, ingérence,

langue, échéance, être, très, vraiment,

adresse, considérer, militaire.

Digitized by Google

(37) *Remarques.* — On remarquera sur les exemples précédents, qu'après une articulation inclinée, comme *re*, *le*, *be*, *de*, *ve*, etc, la *grande boucle è* ou *an*, se fait généralement *en arrière* si l'articulation qui la suit ne commence pas par une boucle, (voir les mots : dette, réserve, rêverie, vertu, événement, décréter, raison, etc) ; mais qu'on la trace *en avant* si cette articulation est munie d'une boucle, (voir les mots : révéler, l'effet, l'enfant, renfermer, ramper, lampe, lèpre, défense, langue, etc).

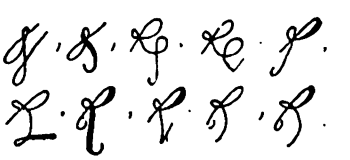
(38) Dans ce dernier cas l'articulation à boucle peut prendre deux significations, suivant qu'on trace sa boucle en avant ou en arrière de l'articulation précédente.

Elle conserve sa siguification ordinaire, si sa boucle est tracée en avant de la première articulation, comme dans les exemples déjà cités, révéler, l'effet, l'enfant, etc.

Mais si l'on trace sa boucle en arrière de la première articulation, comme il est figuré ci-dessous, le signe bouclé joindra à sa signification propre, la signification *le*. Il suffira alors d'écrire le signe *be* pour *ble* ou *be le*, *pe* pour *ple* ou *pele*, *fe* pour *fle* ou *fe le*, *gue* pour *gle* ou *gue le*, etc.

Si dans cette circonstance le signe à boucle est grossi ou ondulé la modification du son portera seulement sur la syllabe *le*, le son propre du signe restant muet

EXEMPLES.



déplaire, déployer, réfléter, réfléchir, remblai,

règlement, l'employé, remplir, l'aigle, l'angle.

Digitized by Google

CONTRACTION. — FORMATION DE LA CROSSE,

(39) Un moyen d'abréger, dans certains cas, l'écriture sténographique consiste dans la contraction.

La contraction a pour effet de réunir deux signes en un seul nommé *crosse;* ces signes étant une des voyelles simples *a, o, u,* suivie d'une articulation droite à boucle.

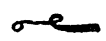
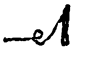
Par l'emploi de la crosse la main n'a qu'un mouvement à faire au lieu de deux, l'écriture devient plus simple et plus gracieuse, et l'on gagne un temps.

Pour produire la crosse de contraction, on transporte la boucle de l'articulation en avant de la voyelle; en d'autres termes, on trace d'abord la boucle, puis la voyelle, puis l'articulation moins sa boucle qui a déjà été figurée.

On obtient ainsi un signe qui ressemble à une crosse, d'où lui vient son nom.

Quelques exemples feront comprendre le mécanisme de ce signe et en faciliteront l'emploi.

EXEMPLES.

Au lieu de	*écrivez*		*Au lieu de*	*écrivez*	
		pape			somme
		vapeur			moment
		homme			sultan
		voleur			chomer
		sapeur			absolu
		culture			d'abord
		sulfate			stopper
		soldat			apôtre

Il arrive quelquefois que la contraction ne présente aucun avantage ; il ne faut pas alors en faire usage.

Digitized by Google

ARTICULATIONS TRIPLES

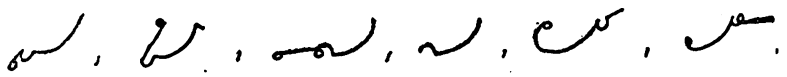
STRE ou XTRE et SPRE ou XPRE.

On rencontre fréquemment dans le langage les articulations triples *stre* ou *xtre,* et *spre* ou *xpre.*

On a donné à chacun de ces deux groupements de lettres un signe particulier.

(40) 1° L'articulation *stre* ou *xtre* après un son ou une articulation sonore ; ou le son composé *istr* après un articulation muette, est figurée par le signe ⌒.

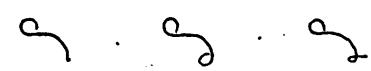
EXEMPLES.



Illustre, industrie, ministre, astre, construire, instrument

(41) 2° L'articulation *spre* ou *xpre,* s'écrit par le signe)

EXEMPLES.



Esprit, exprès exprime,

PETIT CERCLE.

ÇION, ICION. — BLE, IBLE.

(42) Une foule de mots en français, ont pour terminaison, le son composé *çion* ou l'articulation double, *ble.*

La terminaison *çion,* qui, dans l'écriture ordinaire est

Digitized by Google

exprimée par les lettres, *çion, sion, tion, xion,* se trouve quelquefois suivie d'une voyelle finale, ou des finales, *nal, nement, nel, naire, nellement, nairement.*

L'articulation double *ble* sert fréquemment de finale, mais elle entre souvent aussi dans le corps des mots.

A cause de la fréquence de ces deux groupements, on leur a donné un signe spécial : *le petit cercle.*

L'emploi du petit cercle permet de représenter facilement, *çion,* dans tous les cas, et *ble* final.

Mais quand *ble* se trouve dans le corps des mots, on ne peut pas toujours le figurer par un petit cercle ; on l'écrit alors suivant la règle générale par *be le.*

Passons en revue les différentes manières d'employer le petit cercle :

Signification. — ÇION.

(43) Le petit cercle signifie, *cion, sion, tion, xion, ction.*

1° Quand, joint au signe simple ou grossi d'une des voyelles, *a, é, o, u,* on le trace *en dehors* du signe de la voyelle.

EXEMPLES.

Conversation, altération, concession, émotion, séduction, association

2° Quand, joint à la grande boucle *é* ou *an,* on le trace comme si on voulait le faire suivre de l'articulation *ne,* c'est-à-dire quand on l'achève *en remontant.*

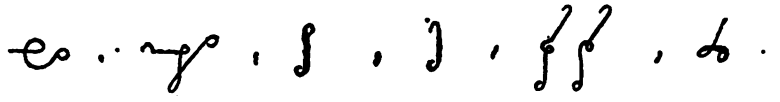
EXEMPLES.

Question, confession, concession, sécrétion, sujétion, agression.

Digitized by Google

3° Quand, joint à une consonne ou articulation, simple, grossie, ondulée, ondulée grossie, il est tracé comme s'il devait être suivi de l'articulation *ne*.

EXEMPLES.



Section, aspersion, pension, attention, adoption, dimension.

Signification. — ICION.

(44) Le petit cercle signifie, *icion, ision, issïon, ition,* et par extension *iction, ixion,* quand il est tracé sur le signe de l'articulation précédente de manière à être coupé en deux par ce signe.

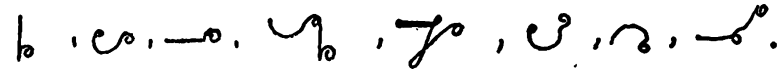
EXEMPLES.

Addition, dérision, composition, conviction, démission, répétition, révision

Signification. — BLE.

(45) Le petit cercle signifie *ble* à la fin des mots, quant joint au signe simple ou grossi, d'une des voyelles *a, é, o, u,* il est placé dans *l'intérieur* du signe de cette voyelle.

EXEMPLES.



Table, fable, sable, capable, semblable, faible, noble, soluble.

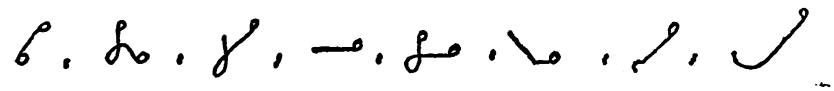
Signification. — IBLE.

(46) Le petit cercle a pour signification *ible*, quand on le joint à une *articulation muette,* en ayant soin de le

Digitized by Google

tracer, comme si l'on voulait faire la boucle du signe *be;* c'est-à-dire qu'il doit être terminé *en descendant.*

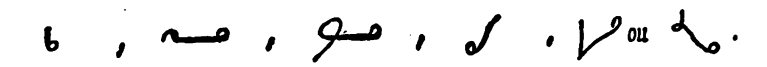
EXEMPLES.



Bible, pénible, terrible, cible, paisible, visible, horrible, crible.

(47) Exception. — Cependant si l'articulation précédente, au lieu d'être muette, est *sonore* parce qu'elle a été grossie ou ondulée, alors le petit cercle a pour signification, *ble.*

EXEMPLES.



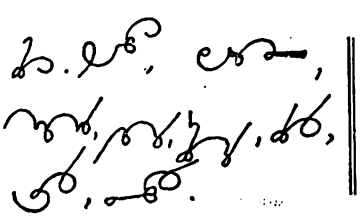
Tremble, ensemble, ressemble, double, trouble.

PETIT CERCLE DANS LE CORPS DES MOTS.

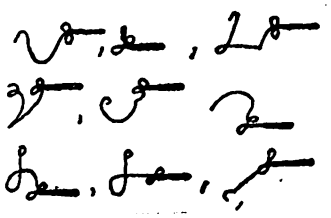
(48) Quand le petit cercle ne termine pas un mot, on peut être gêné quelquefois pour tracer le signe suivant.

Quelques exemples lèveront toutes ces difficultés.

EXEMPLES.



additionner, réquisitionner, fonctionnement, national, rationnel, traditionnel, dictionnaire, questionnaire, missionnaire.



accablement, tremblement, admirablement, agréablement, faiblement, noblement, péniiblement, paisiblement, horriblement.

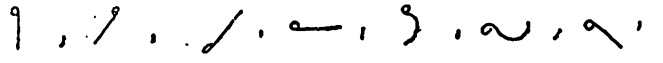
Digitized by Google

INITIALES COMPOSÉES.

(49) On a vu précédemment (10) que les grands signes à boucle, quand ils commencent un mot, doivent être tracés, comme ils sont représentés au tableau des articulations; tandis que dans les corps des mots on trace la boucle de la manière la plus commode.

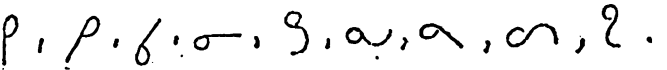
Si donc, au commencement des mots, on figure la boucle dans une autre position, ou si on la fait très-grande, on obtiendra des signes qui ne pourront être confondus avec les autres, et auxquels on pourra donner une signification particulière, c'est ce qui a été fait, et l'on a obtenu ainsi les initiales composées suivantes :

Signes à petite boucle.



pl, bl, pr, br, gr, fr, fl,

Signes à grande boucle.



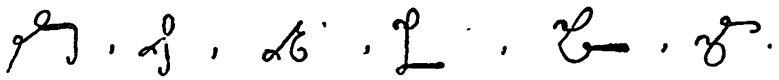
par, bar, lar, mar, gar, car, fer, nar, char.

Comme les articulations simples ordinaires, ces signes peuvent, suivant les circonstances, être grossis et ondulés; mais ils n'ont pas de demi-signes.

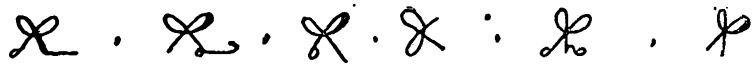
(50) Exception. — Dans certains cas assez rares on peut encore donner à ces signes la même signification que ci-dessus, *dans le corps d'un mot;* c'est quand, en les employant avec cette signification ils ne donnent lieu à aucune équivoque.

Digitized by Google

EXEMPLES.



Représenter, apprêter, approcher, appartement, embarquement, alarme.



Préférence, renfermer, l'enfer défaire, préparation, rempart.

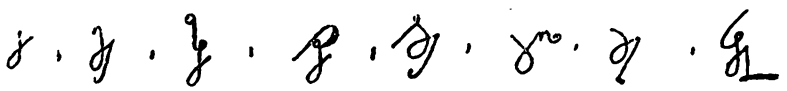
Son composé AR.

(51) Le son composé *ar*, qui est très-usité est un peu long à écrire.

On pourra souvent en abréger l'écriture *dans le corps et à la fin des mots*, par la règle suivante.

On le représentera par la grande boucle *é*, suivie de l'articulation *re*, comme si on voulait figurer *ère*; seulement on fera le signe *re* très-court. De cette manière, il ne sera pas possible de le confondre avec *ère*.

EXEMPLES.



Tard, attardé, plupart, rempart, regarder, variation, jardin, département.

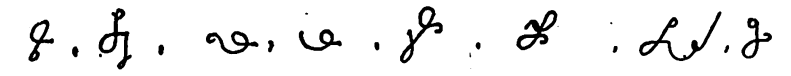
Son composé ASE OU ACE.

(52) Une règle analogue à celle qui vient d'être énoncée pour *ar* permet souvent d'abréger l'écriture du son composé, *ace* ou *ase*, (*ace, as, ase, ass, az, aze*). *dans l'intérieur et à la fin des mots*.

On écrira le son *ace* ou *ase* par la grande boucle suivie du signe *se*, mais on fera ce dernier très-petit. n'y aura ainsi aucune confusion possible avec *ése*.

Digitized by Google

EXEMPLES.



Lasse, pastille, phrase, case, terraser, embarrasser, bascule, placer

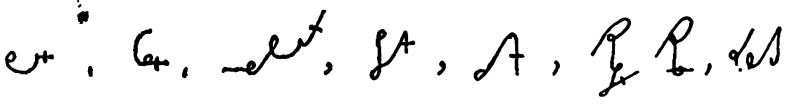
(53) EXCEPTION : Il faudra éviter d'écrire *ace* ou *ase* de cette manière quand le signe précédent sera horizontal comme *me* et *se*.

Son composé IQUE

(54) On a donné un signe spécial au son composé *ique* à cause de son fréquent usage surtout dans les sciences.

Tout signe quelconque barré ajoute à sa signification le son *i*que.

EXEMPLES.



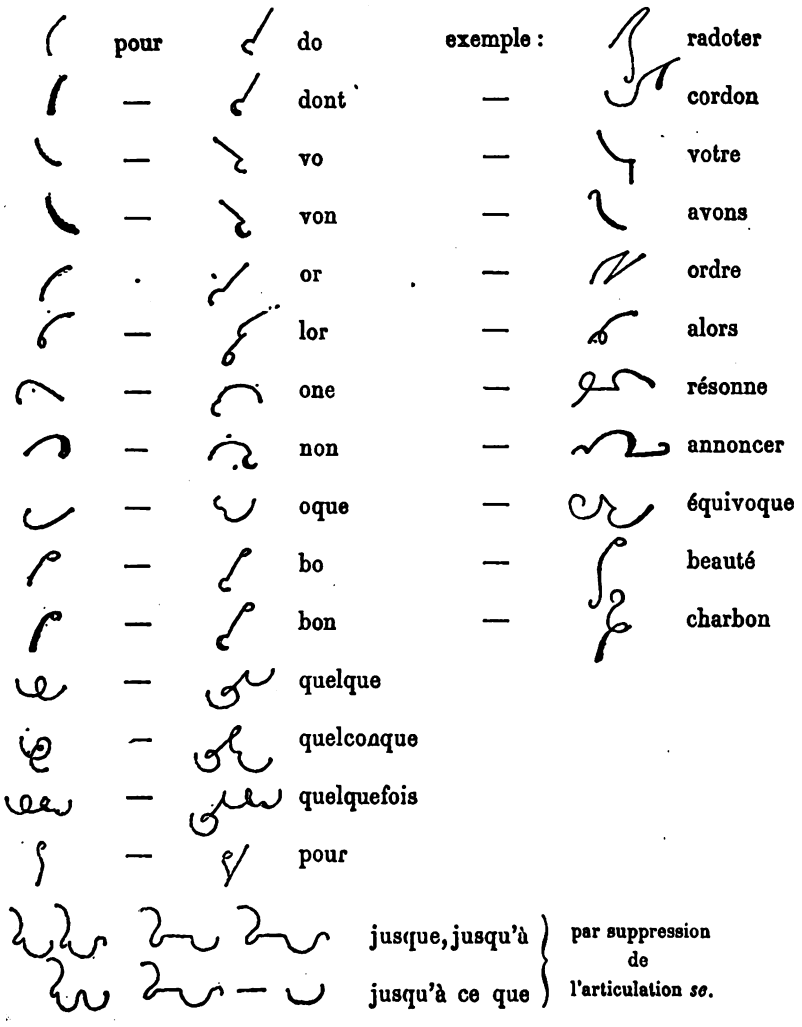
Physique, chimique, sulfurique, politique, pratique, république, difficulté.

(55) NOTA. — Le signe *que* prend la signification *ique*, toutes les fois qu'il suit immédiatement le signe *if*. Exemple : fortification, magnifique.

ABRÉVIATIONS.

(56) Dans la pratique, on trouvera avantage à employer les abréviations suivantes :

Digitized by Google



LIAISON DES SIGNES.

Il ne suffit pas de connaître les signes d'une sténographie, il faut encore savoir lier ces signes les uns aux autres et c'est là une des principales difficultés.

Les exemples donnés précédemment ont été choisis pour apprendre peu à peu la manière d'opérer les liaisons ; mais ils ne nous paraissent pas suffisants. Dans le but de venir en aide aux personnes désireuses de se fami-

Digitized by Google

liariser avec la pratique de cette sténographie, on a dressé le double tableau suivant :

TABLEAU DE LIAISON DES SIGNES.

	al	el	il	ol	ul	Ra	Ré	Ri	Ro	Ru	
B											be
C											ce
D											de
F											fe
Gu											Gue
H											h
J											je
Ch											che
K											ke
L											le
M											me
N											ne
Gn											gne
P											pe
Qu											que
R											re
S											se
T											te
V											ve

Digitized by Google

Ce tableau est divisé en deux parties distinctes, la partie de gauche et la partie de droite, séparées par une double ligne verticale.

Dans la partie de gauche, on trouve les diverses lettres de l'alphabet jointes aux sons *al*, *el*, *il*, *ol*, *ul*, qui les suivent.

La ligne horizontale qui commence par *B*, se lira, *bal*, *bel*, *bil*; *bol*, *bul*, qu'on écrira en sténographie par les signes marqués dans les cases correspondantes.

Pour les autres lignes horizontales on suivra une règle analogue.

Dans la partie de droite, on trouvera en tête du tableau, les syllabes *Ra*, *Ré*, *Ri*, *Ro*, *Ru*, puis sur le côté droit dans une colonne verticale, *be*, *ce*, *de*, etc.

La colonne horizontale marquée *be* devra se lire, *rabe*, *rèbe*, *ribe*, *robe*, *rube*; celle marquée *ce*; *race*, *rèce*, *rice*, *roce*, *ruce*, etc, et ainsi des autres; la case placée à l'intersection d'une colonne horizontale et d'une colonne verticale renfermant la représentation sténographique correspondante.

Nous conseillons d'écrire plusieurs fois tous les signes de ce tableau ainsi que tous les exemples déjà donnés, pour exercer à la fois l'œil et la main.

(58) *Remarque générale.* Il arrive quelquefois qu'un mot peut s'écrire en sténographie de plusieurs manières différentes, dans ce cas on choisit celle qui paraît la plus facile à tracer.

SONS SUCCESSIFS, VOYELLES MULTIPLES OU DIPHTHONGUES.

(59) Jusqu'ici, on ne s'est occupé que de la liaison des articulations avec les sons et réciproquement.

Digitized by Google

Il reste maintenant à passer en revue les diverses manières de figurer les sons successifs, c'est-à-dire les voyelles multiples ou les diphthongues.

En général, il n'y a qu'à écrire à la suite les uns des autres les signes de ces sons, et alors il n'y a aucune difficulté.

Mais, dans certains cas, les liaisons sont embarrassantes, ou bien encore les signes présentent trop de complication et ont besoin d'être simplifiés.

De là les observations ou règles suivantes.

(60) Le son *i*, dont il a été souvent question, dans le cours de ce travail, est celui qui doit encore le plus nous occuper.

Rappelons d'abord que le son *i*, figuré par un petit trait droit, peut être tracé *par superposition*, sur l'articulation ou le signe qui le précède immédiatement, dans le cas où l'on peut facilement constater sa présence par sa liaison avec le signe qui le suit.

Cette représentation de *i*, par superposition reçoit de fréquentes applications dans les mots qui renferment, les sons successifs, *ià*, *ian*, *ieu*, *ieur*, *iin*, *io*, etc.

Voyez plus loin les mots : diamètre, diable, audience, dieu, lieu, supérieur, sien, tien, violence, etc.

Deux règles nouvelles se rapportent encore au son *i* :

(61) *Première règle*. La grande boucle *é* prend le son *ié*, si l'on marque un point dans l'intérieur de la boucle.

Cette convention permet souvent, quand on veut écrire très-rapidement, de passer l'*i* dans *ié*, et d'ajouter plus tard le point qui le représente, en relisant son écriture.

On en trouvera des exemples dans les mots cités plus loin : pierre, pièce, vieillard, etc. (1)

(1) On peut encore représenter ıé, par la grande boucle en terminant son extrémité en spirale, comme on peut le voir dans les mots : crier, faisiez, chantiez, dans le spécimen (75).

Digitized by Google

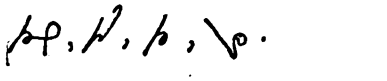
(62) *Deuxième règle.* Le signe *heu*, le même signe grossi *an*, et le demi-signe *eur*, sont considérés comme précédés de *i*, quand la boucle de ces signes est tracée dans l'angle de jonction formé par la partie droite du signe, avec l'articulation précédente.

On obtient ainsi les sons *ieu, ian, ieur*.

On en verra des exemples dans les mots : audience, étudiant, science, lieu, Dieu, supérieur, etc.

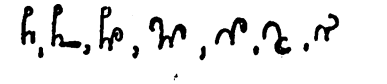
Exemples résolvant les principales difficultés relatives aux sons successifs.

(63) Son *ia*.



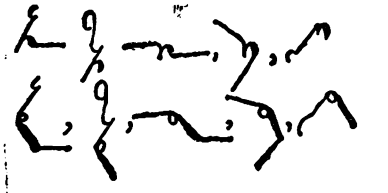
Diamètre, diarrhée, diable, viable.

(64) Sons *ay, aya ayé, ayons.*



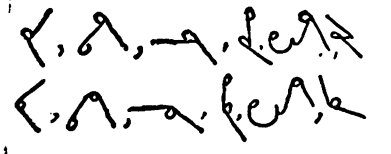
Pays, paysan, payable, attrayant, ayant, ayons, ayez.

(65) Son *ian*.



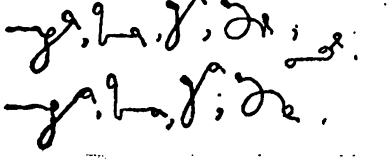
Audience, étudiant, science, viande, orient.

(66) Son *ieu*.



Dieu, lieu, cieux, pieux, furieux, vieux.

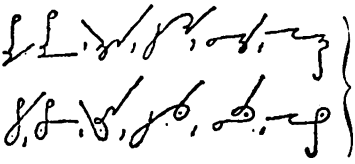
(67) Son *ieur*.



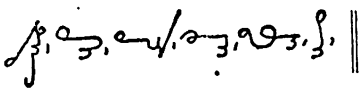
Supérieur, plusieurs, intérieur, ingénieur, meilleur.

Digitized by Google

(68) Son *ié*.

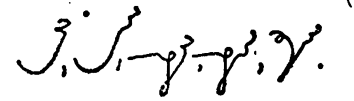


Pierre, pièce, vieillard, dernière, miel, société.



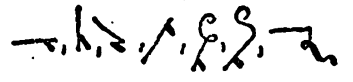
Propriété, essayer, bruyère, amitié, fraisier, pied

(69) Distinction des sons *ié* et *ée*



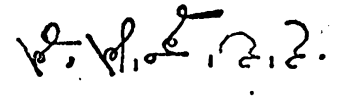
Crier, créer, supplier, suppléer, agréer.

(70) Son *i in*.

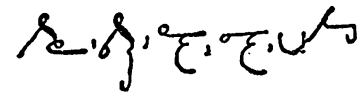


Sien, tiens, viens, rien, combien, gardien, citoyen

(71) Son *io*.

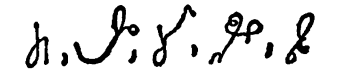


Violence, violette, miaulement, noyau, joyau.



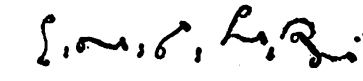
Royaume, loyauté, brioche, mioche, curiosité.

(72) Sons *ea*, *eo*, *eou*.



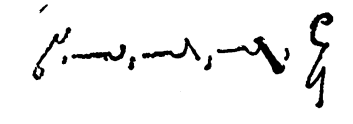
Théatre, création, théorie, aréomètre, Léon.

(73) Sons *oin* et *ouin*.



Point, moins, loin, besoin, néanmoins.

(74) Son *ui*.



Lui, suis, suivre, suivant, conduite.

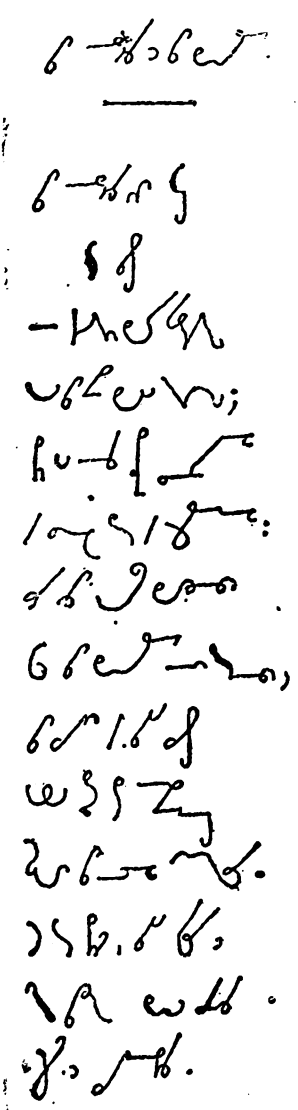
(Ici, le son *i* est figuré en prolongeant un peu la seconde branche de l'*u* qui précède).

Digitized by Google

SPÉCIMEN

RENFERMANT L'APPLICATION DES PRINCIPALES RÈGLES.

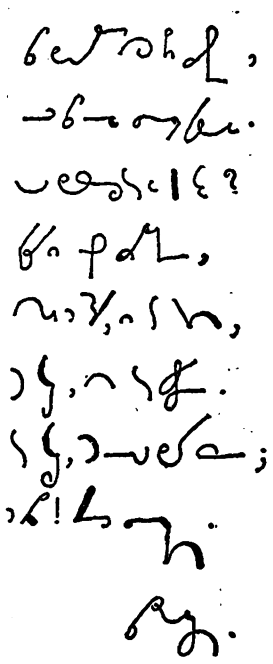
(75)



LA CIGALE ET LA FOURMI.

La cigale ayant chanté
Tout l'été
Se trouva fort dépourvue
Quand la bise fut venue;
Pas un seul petit morceau
De mouche ou de vermisseau:
Elle alla crier famine
Chez la fourmi, sa voisine,
La priant de lui prêter
Quelque grain pour subsister
Jusqu'à la saison nouvelle.
Je vous paierai, lui dit-elle,
Avant l'août, foi d'animal,
Intérêt et principal.

Digitized by Google



La fourmi n'est pas prêteuse,
C'est là son moindre défaut.
Que faisiez-vous au temps chaud?
Dit-elle à cette emprunteuse
Nuit et jour, à tout venant,
Je chantais, ne vous déplaise.
Vous chantiez, j'en suis fort aise
Et bien! Dansez, maintenant.

LA FONTAINE

Digitized by Google

TABLE DES MATIERES.

		Pages.
1	Objet de la Sténographie usuelle	385
2	Éléments du langage	388
3 — 6	Sons. — Voyelles simples et voyelles nasales	388
7	Articulations	390
8	Tableau des articulations muettes	391
9 — 14	Remarques	391
15 — 16	Articulations sonores	392
18 — 21	Remarques	395
22 — 23	Application des notions précédentes ; — exemples	396
24 — 26	Demi-signes	400
27	Tableau des demi-signes	401
28 — 33	Remarques	402
34 — 35	Grande boucle *è* (ai), *an*	403
36	Exemples	405
37 — 38	Remarques	406
39	Contraction. — Formation de la crosse	407
40	Articulation *stre* ou *xtre*	408
41	Articulation *spre* ou *xpre*	408
42	Petit cercle — *çion*, *içion* — *ble*, *ible*	408
43	Signification *çion*	409
44	Signification *içion*	410
45	Signification *ble*	410
46 — 47	Signification *ible*	410
48	Petit cercle dans le corps des mots	411
49 — 50	Initiales composées	412
51	Son composé *ar*	413
52 — 53	Son composé *ace* ou *ase*	413
54 — 55	Son composé *ique*	414
56	Abréviations	415
57 — 58	Tableau des liaisons des signes — Remarque générale	416
59 — 62	Sons successifs — Voyelles multiples ou diphthongues	417
63 — 74	Exemples résolvant les principales difficultés relatives aux sons successifs	419
75	Spécimen renfermant l'application des principales règles	421

Digitized by Google

Digitized by Google

LA LUMEROTTE,

PAR M. DELETOMBE,

Membre correspondant.

Il est au fond de mon village
Un lieu, des passants redouté,
Peuplé d'histoires, dont nul âge
Jusqu'ici n'a jamais douté.
Dans ce lieu rempli d'épouvante,
Qu'aucun homme prudent ne hante,
Loge dans les grands osiers d'eau,
Malheur au méchant qui s'y frotte!
Un follet... C'est la Lumerotte,
La Lumerotte du château!

Si la chose était moins certaine
Et n'était vieille de mille ans,
Je dirais : C'est Croquemitaine,
La terreur des petits enfants.
Mais ce n'est pas fable, au contraire;
Et puis, quelle peine est à faire
Aux naïvetés du berceau ?
Or, jamais bambin qu'on dorlotte
N'eut à craindre la Lumerotte
Des grands osiers du vieux château.

Digitized by Google

Est-ce un œil que la Providence
Tient alors ouvert dans la nuit
Sur le crime, sur l'innocence,
Qui guide, arrête, ou qui poursuit ?
Est-ce un mystère des ténèbres ?
Un esprit des séjours funèbres ?
Quelque âme errante d'un tombeau ?
On ne sait... Mais de peur grelotte
Celui qui voit la Lumerotte
Dans les osiers du vieux château !

Malheur aux filles trop légères,
Négligeant de se souvenir,
Qui par les routes bocagères
Prennent trop tard pour revenir !
Dans les sentiers sont des épines,
Des ronces, des branches mutines,
Où se déchire le manteau ;
Puis, veillant dans sa sombre grotte,
Au bout du bois, la Lumerotte,
La Lumerotte du château.

Malheur à qui de la kermesse
S'en revient, ayant séjourné
Plus au cabaret qu'à la messe,
Titubant, d'un pas aviné !...
Il pourrait bien finir la fête
Par quelque fâcheux tête-à-tête,
Ne rentrer que tard au hameau,
Et sentir griller sa calotte
Au contact de la Lumerotte
Qui quête autour du vieux château.

Digitized by Google

Malheur au braconnier qui rôde
Sur les chasses de son voisin!
Au gars, qui court à la maraude,
Jette au pommier, tire au raisin!
Malheur au paysan avide
Qui, dans l'obscurité livide,
Porte d'un larcin le fardeau.
Comme un remords qui les picotte,
Les poursuivra la Lumerotte
Des grands osiers du vieux château.

Malheur à qui, seul et dans l'ombre,
Déplace les bornes des champs,
Et voyage par la nuit sombre,
Méditant des projets méchants!
Une puissance sans entrailles
Lui réserve des représailles;
Il sera frappé d'un fléau,
Qui sur sa tête déjà flotte,
Suspendu par la Lumerotte,
La Lumerotte du château.

On dit que si quelque coupable,
Conduit par son malheureux sort,
Osait enlever d'une étable
Vache ou veau, quand le maître dort,
Accourrait dans l'air une flamme,
Qui trancherait, comme une lame,
Au licol le nœud du cordeau;
Que le larron serait de crotte
Aveuglé par la Lumerotte,
Qui veille aux osiers du château.

Digitized by Google

On prétend que si dans les granges
Un vol de gerbes se cachait,
On verrait des choses étranges,
Dont le voleur serait l'objet;
On dit qu'au moment de le battre,
Un lutin, faisant diable à quatre,
Mettrait l'homme sur le carreau;
Qu'en cendres serait chaque botte
Réduite par la Lumerotte,
La Lumerotte du château.

Témoin, voici ce qu'on raconte
D'un fin matois, rôdeur des nuits,
Qui, de sa peur et de sa honte,
Est resté malade depuis :
Il trouva qu'il était facile
D'avoir, sans semoir ni faucille,
De grain un bel et gros monceau.
A minuit, chargé de sa hotte,
Il partit... Mais la Lumerotte
Veillait aux osiers du château.

Par les champs mon homme ripaille,
Tirant, arrachant des deux mains;
Prenant l'épi, laissant la paille,
A bas dos, le long des chemins,
Hardi, seul, la nuit dans la plaine,
Voyant déjà sa hotte pleine,
Il bourrait tout : blouse, chapeau,
Même ses poches de culotte,
Lorsque apparût la Lumerotte,
La Lumerotte du château!...

Digitized by Google

Quand la foudre, en un temps d'orage
Serait tombée à son côté,
Il n'eût pas, perdant tout courage,
Tant sur lui-même tressauté!
Il veut fuir, la frayeur l'arrête...
Ses dents claquent; il perd la tête,
L'eau ruisselle sous son chapeau,
Ses yeux voient bleu, son corps tremblotte,
Il râle, il crie : « O Lumerotte,
» Lumerotte du vieux château,

» Pardon!... » Mais sourde à sa détresse,
A ses grimaces, à ses cris,
La Lumerotte vengeresse
Épand les épis qu'il a pris;
Et de grands bras armés de gaules,
Frappant, lui cinglent les épaules
De coups qui lui zèbrent la peau!...
Autour du corps on le garrotte,
Puis l'entraîne la Lumerotte
Vers les osiers du vieux château.

Alors il voit une fumée
Qui s'élève de toutes parts;
Sa hotte vide est consumée
Ainsi que ses épis épars;
Autour de lui court une ronde,
Danse effrénée et vagabonde,
Dont les lutins forment l'anneau;
Battant du pied, chacun sabotte,
Lui suit toujours la Lumerotte
Qui vole vers le vieux château...

Digitized by Google

Il va, vaine est la résistance,
Vers le point où la flamme a lui ;
Il va, subissant la puissance,
Qui l'entraîne droit devant lui,
A travers champs, landes, bruyère...
Tant qu'enfin, la tête première,
Il plonge au fond d'un batardeau ;
Il boit l'onde, étouffe, barbotte...
Et près de lui la Lumerotte
Rit dans les osiers du château.

Brisé d'efforts et de fatigue,
S'accrochant des dents et des doigts,
Il remonte enfin sur la digue,
Et là, se signant par trois fois,
Il confesse au ciel, à la terre
Son péché, qu'il croit un mystère,
Voilé d'un éternel rideau...
Puis retourne, au lit se boulotte,
Dort mal et rêve Lumerotte,
Lutins et fossé du château.

Le lendemain, le vieux champêtre,
De ses insignes revêtu,
Le prend au somme et lui dit : « Maître,
« Nous savons qu'on vous a battu !... »
Et riant dans sa barbe grise :
« Voulez-vous que l'on verbalise
» Contre cet attentat nouveau ?
» L'auteur est un singulier hôte,
» Car on cite la Lumerotte
» Qui loge aux osiers du château. »

Digitized by Google

A l'équivoque de ce dire,
Notre homme flaire la prison,
Prend la fièvre, tombe en délire
Et perd tout-à-fait la raison!...
Il en revint; mais l'algarade
Lui laisse encor l'esprit malade
Et lui trotte par le cerveau :
Sans cesse est devant lui sa faute;
Toujours il voit la Lumerotte
Et les osiers du vieux château!

Or donc, il est dans mon village
Un lieu des passants redouté,
Peuplé d'histoires, dont nul âge
Jusqu'ici n'a jamais douté.
Dans ce lieu rempli d'épouvante,
Que nul homme prudent ne hante,
Loge dans les grands osiers d'eau,
Malheur au méchant qui s'y frotte!
Un follet... C'est la Lumerotte,
La Lumerotte du château.

Seclin, le 6 février 1878.

Digitized by Google

Digitized by Google

MADELEINE

OU

LE RÊVE DE PIERRE,

PAR M. DELETOMBE,

Membre correspondant.

Elle aura seize ans, Madeleine,
A la floraison des lilas;
De plus belle dans notre plaine,
Je prétends, moi, qu'il n'en est pas.
Ce n'est qu'une enfant des chaumières,
La plus humble des ouvrières,
Qui n'a que ses bras pour tout bien;
Eh! bien,
Entre les deux, elle et Germaine,
L'héritière du grand domaine,
Je choisis celle qui n'a rien.

Digitized by Google

Dieu seul connaît combien je l'aime!...
Son cœur est d'or : voilà sa dot;
Elle suffit. Ai-je moi-même
Rien de plus, de mieux, dans mon lot?...
Riches d'amour et de courage,
On possède tout à notre âge;
A deux, bien unis, on est forts;
Dès-lors
Que Madeleine soit ma femme,
Le paradis s'ouvre à mon âme,
J'ai dans mes bras tous les trésors.

C'est qu'elle est sage autant que belle,
Madeleine, la chère enfant;
C'est qu'on est tout ému près d'elle
Et tout en extase devant.
Je ne sais guère si les autres
Ont les mêmes yeux que les nôtres,
Ni des désirs aussi pressants;
Je sens,
Pour moi, que si jamais sa vie
Par le trépas m'était ravie,
La mienne s'en irait aux vents!...

Bonne, elle est pleine de tendresse
Pour sa mère, d'âge avancé,
Qu'elle adore, quelle caresse,
Bien plus que moi, son fiancé.
Son sourire, sa voix console
Le malheureux qui se désole,
Et qu'elle trouve en son chemin;
Sa main,
Avec une grâce infinie,
Sait offrir l'aumône bénie
De la grosse part de son pain.

Digitized by Google

Je ne saurais me passer d'elle,
Pas plus que d'air ni que de jour :
Il faut l'espace à l'hirondelle ;
Il me faut, à moi, son amour.
Loin d'elle, ma rude journée
Est longue de plus d'une année ;
Je gémis au joug du devoir !...
La voir
Est le baume à toute blessure ;
C'est le bonheur outre mesure,
Le plaisir du matin au soir.

Qu'elle file, appuyée au saule,
Parmi son troupeau rassemblé,
Qu'elle porte sur son épaule
Botte d'herbe ou glane de blé,
Qu'elle remplisse les corbeilles,
Alors qu'on vendange les treilles
Et qu'on cueille les potirons,
Bien ronds,
Sous la capette ou la mantille,
C'est toujours la plus douce fille
Que je connaisse aux environs.

Dejà je me vois en ménage,
Avec Madeleine au milieu :
Notre beau ciel est sans nuage ;
Elle est ma reine et suis son Dieu.
Nos félicités sans mélanges
Peuplent notre chaumière d'anges,
De rires, de jeux et de chants ;
Les champs
S'ornent de fleurs et de verdure ;
L'air se parfume, et la nature
Pour nous s'épuise en soins touchants.

Digitized by Google

Nous avons chèvres à l'étable,
Poules dans notre poulailler;
Du lait, des œufs sur notre table,
Même des fruits dans le fruitier.
J'ai bien encor le coin de terre,
Dont je dois être locataire,
Partant le pain quotidien;
Et rien
N'égalera notre richesse,
En y joignant avec largesse,
Moi mon amour, elle le sien.

Voici Madeleine qui pose
Le nouveau-né sur ses genoux,
Et lui présente le bout rose
D'un sein dont mes regards sont fous!...
Ivre de joie et de tendresse,
Je m'agenouille et je les presse
Contre mon cœur.... D'elle et de moi
L'émoi
Nous fait verser de saintes larmes,
Épuisant la coupe des charmes
Qu'un tel bonheur renferme en soi.

Dès avant l'aube elle se lève,
Fait sa prière; à son enfant,
Qui lui sourit dans un doux rêve,
Envoie un baiser en passant;
Drape sa robe de futaine,
Légère, court à la fontaine,
Qui coule au pied du vieux bouleau,
Et l'eau,
Par nulle main encor troublée,
Reflète en son urne sablée
De Madeleine le tableau :

Digitized by Google

C'est une blonde chevelure
Dont on déroule les flots d'or,
D'églantines une parure,
Humide de rosée encor;
Ce sont des yeux d'un bleu céleste,
Un front calme, où jamais ne reste
Rien d'amer ni de soucieux;
Rieux,
Ce sont des traits, c'est une bouche,
Où voudrait se poser la mouche
Qui cherche un fruit délicieux.

C'est un pur ovale, une joue
Teintée aux rayons du soleil;
Un visage frais, où se joue
De la santé l'éclat vermeil;
C'est une gorge, qu'ingénue,
A l'eau seule elle montre nue;
Des bras potelés faits au tour;
Autour
D'elle les fleurs palissent,
Les zéphirs timidement glissent,
Heureux d'en toucher le contour.

C'est une taille, une souplesse
Qu'ont les roseaux, les osiers verts,
Un port de reine, une noblesse,
A mettre à ses pieds l'univers.
Quand elle porte sur la hanche
Son vase plein, d'où l'eau s'épanche,
On dirait qu'en rêveuses nuits,
Séduits,
Les yeux voient un pieux emblème
De chasteté, Rebecca même
Aux scènes naïves du puits.

Digitized by Google

Elle revient ; bientôt la flamme
S'élance ardente du landier ;
Le lait bouillonne ; époux et femme
Se serrent près du gai foyer.
Durant cette chère frugale,
De gais propos on se régale,
Mangeant moins des dents que des yeux.
Joyeux
De son baiser qui m'encourage,
Je cours, je vole à mon ouvrage,
D'où je rentre tout radieux.

Voilà mon rêve !... Et Madeleine
Aura seize ans, quand les lilas
Fleuriront ; et dans notre plaine,
Non, de plus belle il n'en est pas !
Ce n'est qu'une enfant des chaumières,
La plus humble des ouvrières,
Qui n'a que ses bras pour tout bien ;
Eh ! bien,
Entre les deux, elle et Germaine,
L'héritière du grand domaine,
Je choisis celle qui n'a rien.

Seclin, le 12 janvier 1878.

Digitized by Google

RECHERCHES

SUR LA

COMPOSITION CHIMIQUE

ET LES

FONCTIONS DES FEUILLES

Par M. B. CORENWINDER (*).

Membre résidant.

Depuis plusieurs années, j'ai observé, dans le cours de mes nombreuses recherches sur la physiologie végétale, un fait important qui a fixé longtemps mon attention et dont l'étude m'a permis, je pense, de déterminer le véritable rôle que jouent dans la nature les feuilles des végétaux.

Ce fait est relatif à la fonction des bourgeons, des jeunes pousses et des feuilles naissantes.

(*) Voir 3e série, vol. 1, p. 313.
» 3e série, vol. 8, p. 115.
» 3e série, vol. 9, p. 81.
» 4e série, vol. 1, p. 559.
» 4e série, vol. 8, p. 367.

Digitized by Google

Dès 1858, j'avais annoncé que ce n'est pas seulement pendant la nuit que les feuilles des plantes exhalent de l'acide carbonique, mais que généralement, dans leur première jeunesse, elles jouissent plus ou moins de cette propriété, *même lorsqu'elles sont exposées à la lumière solaire.*

Plus tard, je me suis livré particulièrement à des recherches sur ce sujet, et je les ai continuées pendant le cours de plusieurs printemps. J'ai opéré sur un grand nombre de bourgeons, de jeunes feuilles non encore ouvertes ou récemment étalées, et j'ai toujours observé que ce phénomène est constant, mais qu'il varie en intensité avec la constitution morphologique des feuilles.

Comme cette exhalation se produit en général à la suite d'une inspiration d'oxygène, on a donc la certitude que, dans leur premier âge, les feuilles des plantes mettent en évidence la propriété dont elles jouissent de respirer de la même manière que les animaux.

Le temps pendant lequel cette fonction est apparente durant le jour, chez les feuilles naissantes, dépend de leur nature et de la constitution intime de leurs cellules. Chez les unes, elle se manifeste pendant assez longtemps ; chez d'autres, elle cesse d'être sensible très-rapidement.

Si l'on fait les mêmes observations sur des plantes plus avancées en âge, on constate qu'elles n'exhalent plus d'acide carbonique lorsqu'elles sont exposées à une lumière suffisante. Désormais, pour que le phénomène respiratoire devienne apparent, il faut mettre les plantes dans l'obscurité[1], ou au moins, ainsi que je l'ai prouvé autrefois, affaiblir et modifier les conditions de rayonnement de la lumière.

(1) On sait que le physicien Ingenhousz a démontré le premier que les feuilles, pendant la nuit, exhalent de l'acide carbonique. Plus tard, Th. de Saussure a prouvé que cette exhalation est la conséquence d'une absorption d'oxygène

Digitized by Google

I.

Il y a donc une cause qui fait prédominer chez les végétaux naissants l'acte essentiel de la respiration proprement dite. Cette cause, quelle est-elle? Pour la découvrir, j'ai eu recours à l'analyse chimique et à l'observation microscopique. On verra que ces procédés m'ont donné des résultats importants.

On sait aussi, depuis longtemps, que les bourgeons, les jeunes pousses, les feuilles naissantes renferment des substances azotées et des phosphates en proportion plus élevée qu'à aucune époque postérieure de leur végétation. J'ai prouvé en outre que lorsque le terme de leur accroissement est atteint, les tiges et les feuilles des plantes annuelles ont subi une perte à peu près complète de leurs éléments azotés et de leurs phosphates. Ces derniers se sont condensés sous une forme nouvelle, autour de l'embryon, dans les organes reproducteurs.

Ces faits m'ont suggéré l'idée, il y a peu d'années, de suivre par l'analyse chimique la décroissance de la matière azotée et des phosphates dans les feuilles, depuis le moment où elles sortent du bourgeon jusqu'à l'époque de leur maturité. Ces recherches ont été effectuées sur deux arbres — un lilas et un érable — qui végétaient convenablement dans mon jardin.

Je vais reproduire ces analyses, qui méritent de fixer l'attention des savants, car elles ont permis de trouver la raison de phénomènes physiologiques jusqu'alors assez obscurs.

Digitized by Google

FEUILLES DU LILAS COMMUN.

Desséchées à 100°.

DATES 1873.	RENSEIGNEMENTS ET OBSERVATIONS.	Matières azotées.	Matières carbonées.	Cendres.
15 Avril....	Feuilles petites, séparé les écailles	27,87	67,71	4,42
18 id	Feuilles plus grandes, boutons de fleurs apparents.....	23,36	71,45	5,19
21 id....	Feuilles plus grandes, boutons de fleurs formés	18,00	77,04	4,96
12 Mai	Feuilles normales, fleurs ouvertes	17,86	77,68	4,46
6 Juin.....	Id. fleurs fanées..	14,75	78,35	6,90
1er Juillet ...	Id.	12,62	79,04	8,34
2 Août	Id.	10,81	80,79	8,40
2 Septemb.	Id.	10,31	81,17	8,52
1er Octobre.	Feuilles encore vertes.....	11,19	80,61	8,20
31 id.	Feuilles flétries.....	8,87	83,13	8,00

ACIDE PHOSPHORIQUE.		
DATES.	Dans 100 p. feuilles sèches.	Dans 100 p. de cendres.
15 Avril.....	1,400	31,67
6 Juin	0,770	11,16
1er Octobre.....	0,460	5,61
31 Octobre.....	0,256	3,20

Digitized by Google

FEUILLES D'ÉRABLE

Desséchées à 100°.

DATES.	RENSEIGNEMENTS ET OBSERVATIONS.	Matières azotées.	Matières carbonées.	Cendres.
1er Mai.....	Feuilles petites, séparé les écailles	40,94	53,06	6,00
7 Mai.....	Id. étalées.....	38,56	54,54	6,90
20 Mai.....	Id. plus grandes.....	26,25	65,86	7,89
13 Juin....	Id. normales.....	22,87	67,73	9,40
12 Juillet...	Id. id.	20,19	68,17	11,64
4 Août. . .	Id. id.	19,59	68,13	12,28
3 Septemb.	Id. id.	20,62	65,88	13,50
3 Octobre.	Id. jaunissantes.....	20,00	65,25	14,75
14 Octobre.	Id. tombées de l'arbre.....	14,80	69,00	16,20

ACIDE PHOSPHORIQUE		
DATES.	Dans 100 p. feuilles sèches.	Dans 100 p de cendres.
1er Mai :.....	2.797	49,62
13 Juin.....	0,957	10,18
3 Octobre.....	0,419	0,78

Digitized by Google

Les conséquences qu'on peut tirer de ces analyses sont très-importantes. On voit que les substances azotées, abondantes dans les feuilles naissantes, diminuent en quantité à mesure que celle-ci se développent. Il en est de même de l'acide phosphorique. Au contraire, les matières carbonées augmentent en sens inverse.

Or, en examinant les fonctions physiologiques de ces feuilles pendant les diverses périodes de leur développement, j'ai constaté que l'effet de la respiration, c'est-à-dire le dégagement d'acide carbonique, est très-prononcé, pendant le jour, au moment de l'éclosion du bourgeon, mais qu'il s'affaiblit rapidement à partir de cette époque. Généralement cet effet n'est plus apparent à la lumière, quand les feuilles ont acquis leur développement ordinaire et leur couleur verte normale.

Il faut conclure de ces faits qu'il y a dans les feuilles une concordance entre le phénomène de la respiration et la prédominance des substances azotées. Celles-ci sont, selon toute apparence, la cause occasionnelle de ce phénomène.

II.

Aujourd'hui je me propose de compléter mon premier travail en signalant des analyses que j'ai faites plus récemment et dont les résultats confirment ceux que j'ai acquis antérieurement.

Chez les arbres à feuilles persistantes, les feuilles, en se développant se comportent nécessairement de la même manière que celles des arbres à feuilles caduques. Si l'on examine au printemps les jeunes feuilles du *Lauro-cerasus*, par exemple, on constate qu'elles exhalent pendant le jour de l'acide carbonique. Les feuilles des années précédentes n'ont plus cette propriété.

Digitized by Google

Chez les feuilles nouvelles, l'effet de la respiration est d'abord fort sensible, même lorsqu'elles sont exposées à une vive lumière; cet effet diminue en intensité à mesure que ces organes se développent, et il cesse de se manifester pendant le jour, lorsque ceux-ci ont atteint leur grandeur normale et qu'ils ont pris leur teinte verte ordinaire.

Ces faits m'ont engagé, cette année, à faire les analyses des feuilles du « Lauro-cerasus ». J'ai voulu comparer celles qui commencent à croître à celles formées l'année précédente. Il ne me paraissait pas douteux que les premières ne dussent être plus riches en substances azotées que les dernières. On va voir que mes prévisions se sont réalisées.

Ces feuilles ont été détachées du même arbre le 12 mai 1877.

En voici la composition :

FEUILLES DU LAURO-CERASUS (NOUVELLES).

Eau		76,715
Substances azotées		7,650
Matières carbonées		14,434
Acide phosphorique	0,392	1,201
Chaux	0,201	
Potasse, silice, etc.	0,608	
		100,000

FEUILLES DU LAURO-CERASUS (ANNÉE PRÉCÉDENTE).

Eau		51,115
Substances azotées		5,256
Matières carbonées		39,933
Acide phosphorique	0,170	3,696
Chaux	1,857	
Potasse, chlore, silice, etc.	1,669	
		100,000

Digitized by Google

La quantité d'eau contenue dans les feuilles étant différente, il convient de ramener ces organes à l'état sec, pour mieux comparer les éléments qu'ils renferment. Faisant ces calculs, on a :

	Feuilles récentes	Feuilles anciennes
Substances azotées	32,467	10,752 (1)
Matières carbonées	61,988	81,688
Matières minérales	5,545	7,560
	100,000	100,000

COMPOSITION DES MATIÈRES MINÉRALES

(En centièmes du poids des feuilles séchées à 100°).

	Feuilles nouvelles.	Feuilles anciennes.
Acide phosphorique.	1.682	0,349
Chaux	0,863	3,798
Potasse, chlore, silice, etc. .	3,000	3,413
	5.545	7,560

(En centièmes du poids des cendres).

	Feuilles nouvelles.	Feuilles anciennes.
Acide phosphorique	32,657	4,614
Chaux	16,757	50,264
Potasse, chlore, silice, etc .	50,586	45,122
	100,000	100,000

(1) D'autres analyses m'ont donné des résultats analogues. Ainsi, dans les feuilles du Lierre, j'ai trouvé, après les avoir séchées à 100° :

	Feuilles nouvelles.	Feuilles anciennes.
Substances azotées..	27,469	13,987

Digitized by Google

Ces analyses nous conduisent aux mêmes conclusions que celles que nous avons tirées des précédentes. Elles prouvent que :

Chez les arbres à feuilles persistantes, les substances azotées sont plus abondantes dans les feuilles qui sont en voie d'accroissement que dans celles de l'année précédente. Dans ces dernières, au contraire, il y a plus de matières carbonées.

Or nous avons vu précédemment que les jeunes feuilles du *Lauro-cerasus* exhalent de l'acide carbonique pendant le jour, tandis que les anciennes n'ont plus cette propriété, au moins d'une manière apparente. On est donc autorisé à admettre encore que ce sont les *organismes azotés* qui, surabondants dans les premières, mettent en évidence la capacité de respirer qui leur est dévolue, ainsi qu'à tous les êtres animés.

En comparant ces chiffres à ceux indiqués précédemment pour les feuilles du Lilas, on remarque que les feuilles nouvelles du Lauro-cerasus cueillies le 12 mai, alors qu'elles avaient déjà acquis un certain développement, sont plus riches en azote que celles du Lilas au moment de leur épanouissement. On constate aussi que les feuilles du Lauro-cerasus de seconde année ont à peu près la composition qu'acquièrent celles du Lilas dans le courant du mois d'août.

Les proportions comparatives de matières azotées varient dans les feuilles suivant les espèces végétales, et dans les mêmes espèces suivant les conditions du milieu où elles résident.

En ce qui concerne les matières minérales, mes analyses démontrent que l'acide phosphorique est beaucoup plus abondant dans les feuilles nouvelles que dans les anciennes. J'ai eu souvent l'occasion de constater que le phosphore prédomine dans les jeunes feuilles dont les utricules sont riches en matière azotée. Dans les vieilles feuilles, au contraire, le phosphore est en faible quan-

Digitized by Google

tité, mais, par contre, la chaux s'y accumule dans une proportion considérable. Ces faits ont un caractère général dans la vie des plantes.

3.

L'examen morphologique des feuilles du *Lauro-cerasus* justifie bien les phénomènes physiologiques que je viens de mettre en lumière. Si l'on observe au microscope une lame mince d'une jeune feuille de cet arbre, on aperçoit distinctement que ses cellules sont gonflées de *protoplasma* et qu'elles contiennent relativement peu de chlorophylle.

Or, le protoplasma est la matière azotée et *phosphorée* qui emplit les jeunes cellules et qui en constitue la partie essentiellement active et vivante [1].

Les cellules qui contiennent du protoplasma sont seules en état de croître, de produire des combinaisons chimiques et de former de nouvelles cellules [2]. Ainsi que tous les êtres animés, elles ne peuvent vivre sans respirer, c'est-à-dire sans *absorber de l'oxygène et exhaler de l'acide carbonique*. On conçoit, dès-lors, pourquoi cet acte se manifeste avec plus d'énergie dans la première période de la vie végétale.

Plus tard, le protoplasma diminue graduellement dans les cellules : aussi, lorsqu'on examine, à l'aide du microscope, avec un grossissement convenable, une lame mince d'une feuille *ancienne* de Lauro-cerasus, on

(1) M. P. Duchartre. Élémens de botanique, page 25 (1877), 2e édition.

(2) Sachs, *Traité de Botanique*.

Digitized by Google

constate que les membranes cellulaires, fort épaissies, renferment en abondance des granules de chlorophylle et nécessairement moins de protoplasma. On s'explique dès-lors pourquoi, à cette époque, l'acte respiratoire n'est plus apparent ; non-seulement il a diminué avec la matière vivante qui le produit, mais il est dissimulé encore par la fonction inverse de la chlorophylle qui retient et décompose l'acide carbonique engendré par cet acte ; il faut désormais, pour faire réapparaître l'acide carbonique, neutraliser la cause qui favorise la fonction de la chlorophylle, c'est-à-dire la lumière.

L'aspect extérieur des feuilles justifie, du reste, leur constitution intime. Jeunes, elles ont une couleur vert pâle, parce qu'elles renferment peu de chlorophylle et beaucoup de substance blanche, aqueuse, translucide, riche en azote et en phosphore, c'est-à-dire beaucoup de protoplasma. A mesure qu'elles vieillissent, elles deviennent d'un vert plus foncé, parce qu'elles perdent du protoplasma, et surtout parce que les grains de chlorophylle s'organisent en abondance dans les cellules.

Les enveloppes des cellules acquièrent alors plus de rigidité. On voit distinctement, au microscope, qu'elles sont beaucoup plus épaisses que celles des cellules protoplasmiques.

L'analyse chimique justifie encore cette particularité. Elle démontre que les vieilles cellules sont formées d'un réseau épais de cellulose qui s'incruste de matières minérales. Celles-ci sont, pour ainsi dire, le ciment qui consolide l'édifice, qui lui procure la force de résister aux agents extérieurs. La silice et la chaux sont les principales matières incrustantes des vieilles cellules. On a vu précédemment dans quelle proportion la chaux augmente dans les feuilles anciennes ; l'ensemble de mes études sur ce sujet me fait admettre que cette base n'a pas de rôle plus important dans la végétation.

Digitized by Google

4.

De ce que les jeunes feuilles exhalent pendant le jour de l'acide carbonique, il ne faut pas conclure qu'elles n'ont pas encore la propriété d'expirer de l'oxygène pendant leur exposition à la lumière. Aussitôt que la matière verte est organisée, elle exerce sa fonction spéciale; on peut le prouver par l'expérience suivante :

On met dans une cloche en verre remplie d'eau chargée d'acide carbonique, quelques rameaux portant des feuilles récemment épanouies, et l'on expose l'appareil au soleil. En peu de temps on s'aperçoit que ces feuilles se couvrent d'une infinité de petites bulles, surtout sur leur face inférieure. Peu à peu ces bulles se détachent, se réunissent à la partie supérieure de la cloche ; et si l'on fait l'analyse du fluide élastique recueilli, on reconnaît que c'est de l'oxygène [1].

La quantité d'oxygène que l'on obtient ainsi varie selon l'âge, la constitution des cellules des feuilles et la proportion du chlorophylle qu'elles contiennent.

Au contraire, que l'on place de jeunes organes semblables aux précédents dans une cloche contenant de l'air atmosphérique, et qu'on les expose au soleil : on constate, ainsi que je l'ai démontré plusieurs fois, qu'ils absorbent de l'oxygène et qu'ils exhalent de l'acide carbonique. Comme, d'après l'expérience précédente, leur chlorophylle agit déjà dans un sens inverse, on a donc la preuve *directe* que, dans leur premier âge, les feuilles sont le siége de deux fonctions distinctes (respiration et assimilation) qui s'exercent simultanément pendant le

(1) Personne n'ignore que c est par ce procédé que Bonnet Priestley, Sennebier, Ingenhousz ont commencé l'étude des fonctions des feuilles.

Digitized by Google

jour. Si dans cette première période la plante répand sans interruption de l'acide carbonique, c'est parce que, en ce moment, l'acte respiratoire prédomine chez elle : *la chlorophylle n'a pas encore la capacité de retenir et de décomposer tout l'acide carbonique produit par cet acte, elle n'est pas encore assez abondante* [1].

A mesure que les feuilles grandissent, cette capacité augmente, on voit diminuer l'acide carbonique ; et bientôt la plante *adulte*, exposée à une lumière suffisante, retient non-seulement tout le gaz acide émanant de la respiration, mais elle en puise encore en abondance dans l'air atmosphérique.

On a prétendu qu'à toutes les époques de sa vie, la plante répand en dehors d'elle-même du gaz acide carbonique, même lors qu'elle est exposée à la lumière du soleil.

On a cherché à expliquer ce fait de différentes manières ; j'ai pensé qu'il fallait avant tout vérifier s'il est exact.

Dans ce but, j'ai disposé un appareil dont on comprendra le mécanisme en examinant la figure placée à la page suivante.

Quelques mots d'explication cependant, sont nécessaires pour l'intelligence du sujet.

Ayant isolé dans une cloche de verre une branche feuillue et verte sur laquelle je veux expérimenter, je fais couler l'aspirateur, afin d'enlever tout l'acide carbo-

(1) Dans un précédent mémoire je disais :

La limite où les plantes cessent de répandre ostensiblement de l'acide carbonique pendant le jour est variable selon les espèces. J'en ai trouvé qui manifestent cette propriété pendant un certain temps ; d'autres la perdent rapidement. On peut classer dans la première catégorie une plante vivace, commune dans nos jardins au printemps : le *Diclytra Spectabilis*, et dans la seconde les jeunes feuilles de betterave.

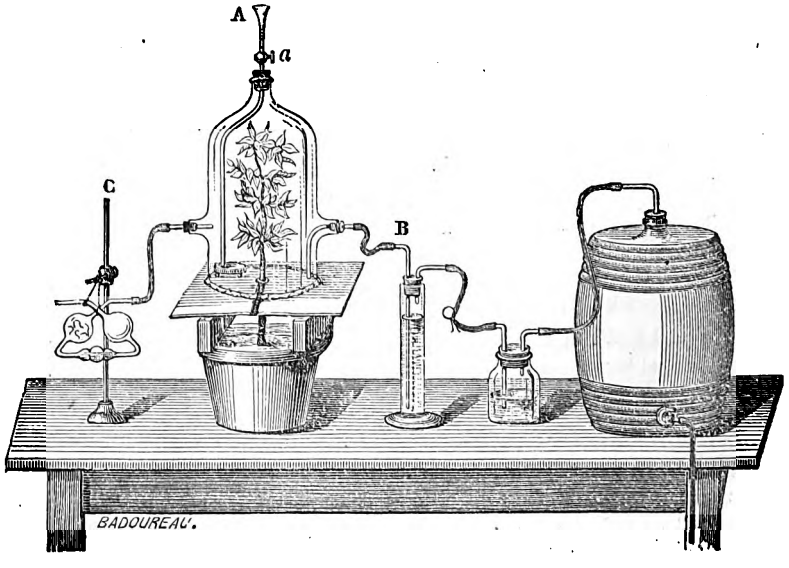
La raison de cette particularité est bien simple : les jeunes feuilles de betterave sont, même en naissant, d'un vert foncé qui atteste qu'elles sont riches en chlorophylle ; au contraire, celles du Diclytra renferment, à la même époque, moins de chlorophylle, nécessairement plus de protoplasma

Digitized by Google

nique qui pourrait se trouver dans l'air confiné sous cette cloche. Les boules de Liebig renferment une dissolution de potasse caustique qui retient l'acide carbonique de l'air aspiré.

Cette précaution prise et l'appareil étant exposé aux rayons du soleil, on verse de l'eau de baryte sur un petit filtre placé dans l'entonnoir fixé au-dessus de la cloche A. Cette eau se répand dans la soucoupe mise à l'intérieur de la cloche, et quand il y en a une quantité suffisante, on ferme le robinet (*a*).

J'ai fait en premier lieu une expérienee de ce genre, au mois d'août, avec une branche de *Lauro-cerasus* qui, à cette époque n'avait que des feuilles adultes. En prenant toutes les précautions nécessaires pour éviter les causes d'erreur, en atténuant surtout l'éclat des rayons solaires qui auraient pu brûler les feuilles, j'ai constaté que, pendant toute la journée, l'eau de baryte est restée limpide, c'est-à-dire que ces feuilles n'ont pas répandu dans leur atmosphère confinée une quantité sensible d'acide carbonique.



Digitized by Google

Des expériences semblables, effectuées avec d'autres plantes, notamment avec une Fritillaire (Fritillaria imperialis), qui n'avait pas produit de fleurs, m'ont donné des résultats identiques.

Il résulte de ces observations que les feuilles qui ont atteint l'âge adulte n'exhalent plus d'acide carbonique lorsqu'elles sont exposées aux rayons solaires, ou au moins à une lumière suffisante qui les environne de toutes parts. Toutefois, il ne faudrait pas conclure qu'elles ont perdu alors la faculté de respirer dans une certaine mesure : *le gaz acide qu'elles produisent est retenu, en ce cas, par la chlorophylle qui l'empêche de se répandre au dehors de leurs tissus.*

On peut prouver que les choses se passent de cette manière en transportant la plante dans l'obscurité ; alors l'action de la chlorophylle étant suspendue, les feuilles (on l'a prouvé surabondamment) ne dégagent que de l'acide carbonique.

Il n'est même pas nécessaire que les feuilles adultes soient placées dans l'obscurité complète pour exhaler du gaz acide carbonique. Ainsi que je l'ai démontré autrefois, il suffit de les transporter dans un appartement qui n'est éclairé que par des fenêtres latérales, pour neutraliser *en partie* l'influence de la chlorophylle et voir apparaître, pendant le jour, de l'acide carbonique.

Il ne faudrait pas croire, toutefois, que la fonction de la chlorophylle cesse de s'exercer aussitôt que les feuilles, par suite de l'affaiblissement de la lumière, commencent à répandre dans l'atmosphère une faible quantité d'acide carbonique. On se rappelle que M. Boussingault, par des expériences ingénieuses, a prouvé que, même dans de la lumière diffuse, les feuilles continuent d'absorber de l'acide carbonique et d'exhaler de l'oxygène. Il faut admettre, conséquemment, que les deux fonctions propres à ces organes (la respiration et l'assimilation) continuent de s'exercer simultanément ; mais que, par suite de

Digitized by Google

l'affaiblissement de la lumière, le pouvoir réducteur de la chlorophylle diminuant proportionnellement, celle-ci est de moins en moins capable de retenir l'aide carbonique émanant de la respiration. Cette impuissance de la chlorophylle n'est absolue que dans l'obscurité complète.

Le pouvoir respiratoire des feuilles estdépendant surtout de la chaleur. J'ai eu bien des fois l'occasion de constater que, pendant le jour, alors qu'ils sont maintenus dans la lumière diffuse d'un appartement, ces organes peuvent exhaler plus d'acide carbonique que pendant la nuit, si dans ce dernier cas la température s'est sensiblement abaissée.

On sait, du reste, que la plupart des plantes jaunissent lorsqu'on les maintient dans une chambre, surtout si celle-ci reçoit peu de lumière. En cette situation, elles sont incapables de réparer les pertes de substance qui résultent de la combustion qui s'opère constamment en elles.

Cependant il y a des plantes adultes qui, placées dans l'appareil décrit ci-dessus, exhalent pendant le jour, lorsqu'elles sont exposées au soleil, des quantités sensibles d'acide carbonique; mais si l'on y regarde de près, on découvre la raison probable de cette anomalie apparente.

En examinant les différentes parties d'une plante, on voit qu'elle possède, pendant le temps de sa croissance, des rameaux portant des feuilles anciennes, et à leurs extrémités, des feuilles jeunes, pâles et riches en protoplasma; or, ainsi que nous l'avons vu, celles-ci exhalent pendant le jour du gaz acide carbonique. On conçoit donc que si l'on fait l'expérience avec une plante ainsi conformée, et surtout si elle est munie de bourgeons prêts à s'épanouir, elle puisse laisser échapper du gaz acide qui est attiré et fixé par l'eau de baryte placée dans la cloche, avant d'être réabsorbé par l'ensemble des feuilles de la plante.

Digitized by Google

Ces expériences sont très-délicates et elles exigeront de ma part, pour en élucider toutes les conditions, un nouvel examen minutieux et circonstancié. Il me suffit, pour le moment, d'attester qu'il n'est pas exact d'admettre, d'une manière générale, que les feuilles des végétaux exposées à la lumière du soleil répandent du gaz acide carbonique à *toutes* les périodes de leur existence.

Dans des recherches de cette nature, il importe d'opérer sur des plantes dont les tiges sont vertes, car on sait que les parties ligneuses, dépourvues de chlorophylle, expirent constamment de l'acide carbonique.

On voit d'après ce qui précède que tous les phénomènes que manifestent les feuilles des végétaux dans leurs rapports avec l'atmosphère s'expliquent clairement, du moment qu'on admet le dualisme et la simultaneité des fonctions essentielles à leur vitalité, c'est-à-dire la respiration et l'assimilation du carbone.

5.

Des recherches dont je viens de donner les résultats et de toutes celles que j'ai fait connaître depuis plusieurs années, on peut tirer les conclusions suivantes :

Les feuilles des végétaux, dans leurs rapports avec l'air atmosphérique, sont le siége de deux fonctions distinctes :

Par leur protoplasma, elles absorbent l'oxygène et elles produisent constamment de l'acide carbonique.

Par leur chlorophylle, elles inspirent au contraire, pendant le jour seulement, l'acide carbonique, et elles expirent de l'oxygène.

Dans le premier âge, le protoplasma prédomine dans les cellules, la chlorophylle y est peu abondante; aussi,

Digitized by Google

pendant toute cette période, la fonction respiratoire l'emporte-t-elle sur la fonction chlorophyllienne, et, conséquemment, les feuilles exhalent de l'acide carbonique sans interruption.

A mesure que les feuilles grandissent, le protoplasma diminue, la chlorophylle augmente : on voit alors s'atténuer rapidement chez elles la capacité d'émettre pendant le jour du gaz acide carbonique ; bientôt elles ne dégagent plus que de l'oxygène. Ce n'est désormais qu'en les plaçant dans l'obscurité, ou au moins dans de la lumière diffuse, c'est-à-dire en suspendant plus ou moins l'action de la chlorophylle, qu'on peut mettre en évidence l'effet de la respiration.

Il n'y a donc chez tous les êtres qu'une seule et véritable respiration, et elle est la même pour tous. Le rôle que joue la chlorophylle est d'un ordre différent, c'est un acte d'assimilation.

Ce n'est pas la première fois qu'on émet cette doctrine ; mais je pense que, jusqu'à présent, elle ne reposait pas sur des preuves suffisantes [1].

Dorénavant il ne me paraît plus possible d'en méconnaître l'exactitude ; aussi faut-il espérer qu'on cessera bientôt d'enseigner, ainsi qu'on le fait à peu près partout, que les plantes jouissent de deux respirations : une pour le jour, l'autre pour la nuit, et que ces respirations sont d'un ordre inverse. Il est temps que cette théorie erronée disparaisse de la science, pour faire place à la vérité expérimentale fondée sur une longue et persévérante observation des faits.

Je ferai remarquer, en terminant, combien la chimie est utile pour découvrir les lois de la vie des êtres. Privée de ce secours, la physiologie végétale ne serait qu'une science de conjectures et d'hypothèses.

(1) Mon savant collègue « M. Garreau » (de Lille) a fait sur le même sujet, il y a environ 80 années, des expériences importantes.

Digitized by Google

POÉSIES

Par M. JULES DUTILLEUL.

Membre résidant.

LU A LA SÉANCE DU 29 NOVEMBRE 1878.

LE PHILOSOPHE.

Au sortir de Philosophie,
Plus plein de grec et de latin
Que de sens et de modestie,
Georges chez ses parents revint.

Docte, et bouffi de suffisance,
Il étalait à tout propos
Les trésors de cette science
Qu'au collége on puise à pleins flots.

On lui sert un jour (mets qu'il aime)
Deux perdreaux rôtis; le voilà
Qui pose à son père un problème
Digne en tous points de Spinoza.

Digitized by Google

« Combien pensez-vous sur la table
» Avoir de perdreaux? Deux.... Erreur!
» Je tiens, par preuve irréfutable,
» Qu'ils sont trois, fit le raisonneur.

« Deux contient un : c'est la logique...
» Or, si nous écoutons sa voix,
» Ces deux perdreaux, cela s'explique,
» En contiennent surement trois. »

« Puisqu'à ton sens, répond le père,
» J'ai là trois perdreaux devant moi,
» J'en prends un; l'autre est pour ta mère,
» Le troisième sera pour toi. »

NOTA. — Pièce composée sur une donnée allemande.

LE REMERCIEMENT BIZARRE.

Un chinois, de noblesse antique,
Riche, autant que considéré,
Portait avec emphase un habit magnifique,
D'or et de perles chamarré.
Un bonze mal vêtu, ridé, cassé par l'âge,
Sur les routes qu'il parcourait,
A ses genoux se prosternait,
Comme aux pieds de Bouddha, lui rendant même hommage,
Et s'écriait à tout moment,
En extase devant ce brillant vêtement,
Où la perle à l'or se marie :
« Seigneur, que je vous remercie. »
« Pourquoi remercier, dit le riche; en ce jour,
» Je ne t'ai rien donné, mon ami, que je sache? »

Digitized by Google

« Rien donné, non, dit le bonze à son tour;
» Mais comptes-tu pour rien le plaisir et la tâche
» Que tu prends d'étaler ces perles et cet or;
» J'en jouis comme toi; car ils n'ont d'autre usage
» Que d'être vus ainsi. Certes, je n'ai point tort
» De te remercier. J'ai même l'avantage
» D'être en ceci plus que toi sage :
» Tu vas te fatiguant à montrer un trésor
» Qui te pèse sur les épaules;
» Moi, je l'admire sans effort;
» Quel est le plus beau des deux rôles?
» En remerciant, je songeais
» Quelle différence est la nôtre :
» L'un a la peine, avec les frais,
» De faire le plaisir de l'autre. »

NOTA. — Pièce composée sur une donnée allemande.

SUR UN ALBUM.

A mon ami X....

L'INCERTITUDE.

Sur cette page, vierge encore,
Ami, que peut tracer ma main?
Dois-je à Bacchus ou bien à Flore
Dédier quelque gai refrain?
Faut-il, dans une strophe ardente,
D'août célébrer la splendeur,
Et, comme l'amant à l'amante,
Lui brûler l'encens de mon cœur?
Veux-tu que ma muse folâtre,
Fêtant Vénus en ces beaux jours,

Digitized by Google

Fasse autour de son corps d'albâtre
Voltiger l'essaim des amours ;
Qu'à ma voix Zéphyr sur sa joue
Sème les roses du printemps,
Et qu'à ses pieds divins se joue
L'aveugle Roi des cœurs aimants?
Aimes-tu les jeux de Bellone,
Le bruit des tambours, des clairons,
Les éclats du canon qui tonne,
L'obus couchant les bataillons?
Lors, j'évoquerai la Victoire
Et ferai, dans un vers guerrier,
Grincer le spectre de la Gloire
Sur les débris de son charnier!
Aimes-tu mieux le doux mystère
Qui s'épand le soir à l'autel,
Et le calme de la prière
Et les regards cherchant le ciel?
Je peindrai la vierge extatique,
Le chœur des célestes esprits;
Aux accords du luth séraphique
Je chanterai le Paradis;
Si tu le veux, le Ciel lui-même
A mes accents s'entrouvrira,
Et, dans sa majesté suprême,
Je te montrerai Jéhovah!!!
Mais où m'emporte le délire?
Suis-je poète, pour oser
Cueillir au poétique empire
Des fleurs et te les présenter?
Déjà ma muse est hors d'haleine...
Je vois des larmes dans ses yeux!!
Plains-la d'avoir perdu sa peine
A deviner ce que tu veux!

Digitized by Google

DISCOURS

PRONONCÉ AUX

FUNÉRAILLES DE M. EDMOND COX

AU NOM

DE LA SOCIÉTÉ DES SCIENCES, DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS

Par M. LAVAINNE, *Président.*

MESSIEURS,

La mort vient d'entrer dans nos rangs, et de nous enlever un des nôtres, au moment où nous venions d'oublier qu'elle était toujours parmi nous, prête à saisir sa proie ! C'est alors que nous pouvons dire comme Pascal :

L'homme n'est qu'un roseau, le plus faible de la nature, mais c'est un roseau pensant.

Cette sentence doit surtout s'attribuer à ceux qui ont consacré leur existence à l'étude et qui ont voué leur vie tout entière à la recherche d'un progrès ou d'une vérité.

Ceux-là ont droit à notre respect et à notre admiration dans la mesure de leurs travaux, et nous venons sur leur tombe, déposer des couronnes, en leur disant tous nos regrets ! Regrets d'autant plus vifs, qu'en perdant un de ces hommes-là, nous perdons un ami qui a vécu comme nous dans la vie intellectuelle ; que nous avons, ainsi que lui, souffert bien des amertumes suivies de profonds découragements !

Digitized by Google

Heureux ceux qui conservent la foi dans leur œuvre, et, en se trouvant parmi nous, sont toujours certains de rencontrer des intelligences expérimentées, et des collègues remplis d'une bienveillante confraternité. Pourquoi faut-il que la mort vienne ainsi nous séparer les uns des autres? Pourquoi vient-elle nous arracher si cruellement à nos études, à nos affections? Parce que nous sommes ici bas pour lutter et pour souffrir! Parce qu'en entrant dans la vie nous devons connaître la douleur!!!

Aujourd'hui, c'est un des nôtres, un confrère, un ami, nous venons lui dire notre douleur et nos regrets!

Edmond COX avait été admis membre titulaire de la *Société des Sciences*, en juillet 1854, à la suite d'une mission dont il avait été chargé par le Gouvernement Français, pour l'introduction de la culture du coton en Algérie; il reçut alors la Croix de la Légion-d'Honneur, comme récompense. Cette haute distinction était parfaitement justifiée par l'expérience raisonnée dont il avait fait preuve dans cette entreprise nouvelle.

Nous lui devoas eucore divers travaux, entre autres:

Des observations sur les *flotteurs indicateurs de niveau d'eau dans les générateurs à vapeur;*

Une étude sur le *Fibrilia*, nouvelle matière textile.

Mais ce que nous devons signaler avant tout, c'est la part qu'il a prise à l'institution de l'école des chauffeurs. Il faisait partie de la Commission depuis la fondation de l'école, il en était le fidèle rapporteur. Nous pourrions même ajouter que c'est à lui que nous devons la prospérité de cette institution, si utile à l'industrie. C'est à son zèle et à son dévouemunt que nous rendons hommage en ce moment. Sa modestie et sa simplicité rehaussaien' beaucoup ses qualités personnelles. Disons encore, en terminant, qu'Edmond Cox avait été un des industriels les plus progressifs de notre département, et qu'il avait

Digitized by Google

obtenu de nombreux succès dans nos diverses expositions nationales.

Messieurs, j'avais conservé jusqu'à ce jour l'espoir que, sous la présidence dont vous m'avez honoré, je n'aurais pas à prononcer de paroles funèbres au nom de la Société que je représente aujonrd'hui. Hélas! la Providence n'a pas voulu m'épargner cette pénible mission.

Espérons du moins que la mort nous laissera quelque répit et qu'après avoir frappé celui que nous pleurons elle épargnera, pour quelque temps encore, à notre affection mutuelle la douleur de nouvelles séparations.

Et avant de nous quitter, au moment où cette tombe va se refermer pour toujours sur la dépouille de notre ami, adressons un dernier adieu à notre bien-aimé confrère qui vient d'entrer dans l'éternité !

Digitized by Google

Digitized by Google

SÉANCE SOLENNELLE

DE DISTRIBUTION DES PRIX

du 29 décembre 1878.

DISCOURS

de M. LAVAINNE, Président de la Société.

Messieurs,

Puisque cet honneur m'est dévolu de prendre le premier la parole dans cette solennité, permettez-moi de vous entretenir de l'art qui fut à la fois l'étude et le charme de toute ma vie, et de passer en revue devant vous les grands hommes qui l'ont cultivé, perfectionné, ennobli, élevé au haut degré de science et d'expression où nous le voyons aujourd'hui.

Dans un excellent livre de M. Oscar Comettant, intitulé *Musique et Musiciens*, nous lisons en ouvrant le

Digitized by Google

volume, cette bienveillante appréciation : « Le plus charmant, le plus expressif, le plus social des arts, la musique, est incomparablement plus répandu en France qu'il ne l'a jamais été à aucune époque. »

Il est impossible de mieux caractériser en peu de mots l'importance du rôle de la musique dans la société humaine. Les jouissances intimes qu'elle procure à l'homme rendent son âme plus accessible à tous les sentiments élevés. Aussi, la plupart des religions anciennes et modernes ont eu la musique pour auxiliaire, et les cérémonies de tous les cultes ont été célébrées par des chants invoquant la Divinité.

Je citerai comme exemple, sans remonter plus haut, ce qui se passait dans la Grèce antique, où le respect des formes musicales était poussé si loin qu'il était rigoureusement interdit de rien changer aux chants et aux accompagnements. Terpandre et Timothée furent mis à l'amende pour avoir augmenté le nombre des cordes de la lyre ; mais on n'en profita pas moins, par la suite, de leur innovation. C'est l'histoire de beaucoup d'inventeurs.

Castil-Blaze, dans son *Dictionnaire de la musique moderne*, attribue aux lois civiles d'Athènes le peu de progrès que fit la musique durant cette longue période. En ce point, comme sous tout autre rapport artistique, Rome ne sut qu'imiter la Grèce ; aussi demeura-t-elle également stationnaire. Sans entrer dans la discussion de cette question souvent controversée, sans examiner non plus s'il est vrai de dire que la mélodie pure convenait mieux au génie simple et sévère de la Grèce, tandis que les combinaisons savantes et riches de l'harmonie répondent aux exigences de l'art moderne, qui recherche par-dessus tout le sentiment et l'expression, je ne ferai remonter ce rapide historique qu'au temps du christia-

Digitized by Google

nisme, ou plutôt au début de l'art chrétien, qui fut le berceau de notre musique actuelle.

Ce n'est que vers la fin du IV^e^ siècle que Saint-Ambroise, archevêque de Milan, donne une constitution fixe au chant liturgique. Deux cents ans plus tard, Saint-Grégoire s'occupe du même objet, compose le rituel, et, choisissant les meilleures pièces parmi celles qui restaient des différents modes grecs, en forme le système connu sous les noms de *chant romain*, *chant grégorien* ou *plain-chant*, qui subsiste encore de nos jours tel qu'il a été institué.

Dès lors, la musique commence à se répandre chez les peuples voisins de l'Italie. Clovis demande un musicien à Théodoric, qui lui envoie le célèbre chanteur Acorède, comme capable d'enseigner l'art du chant aux prêtres et aux chantres du roi des Francs. En 757, l'empereur d'Orient Constantin Copronyme fait présent d'un orgue à Pépin, père de Charlemagne, et l'usage de cet instrument se propage dans toutes les églises de France, d'Italie et d'Angleterre. L'orgue d'alors, en dépit de ses imperfections, exerça une influence considérable sur les progrès de la musique.

Ce fut vers le XI^e^ siècle, en l'an 1022, que notre échelle musicale prit la forme qu'elle a conservée jusqu'à ce jour. On sait que l'invention de la gamme est attribuée à Guido, bénédictin du monastère de Pomposa, né à Arezzo et vulgairement dénommé Gui d'Arezzo. Notre éminent et regretté confrère, M. de Coussemaker, a consacré à la musique du Moyen-Age des travaux d'histoire et de haute érudition, qui me dispensent de développer davantage ce sujet trop spécial.

Pendant les siècles suivants, les musiciens eurent à poser les bases de l'harmonie, car jusqu'alors les voix chantaient à l'unisson entre elles et avec l'orgue. C'est vers la fin du XIII^e^ siècle que l'harmonie s'impose

Digitized by Google

définitivement à la musique, qui dès lors revêt son véritable caractère. Malheureusement, le mauvais goût s'empara des compositeurs et des exécutants, et l'anarchie devint telle dans les exécutions musicales que le recueillement était impossible à garder dans les cérémonies religieuses.

Le pape Marcel II, qui occupait le trône pontifical en 1555, supprima par un décret l'usage de la musique dans les églises catholiques. Mais ce procédé par trop radical du pontife romain n'eut pas lieu d'être appliqué, grâce au génie de l'homme qui apparut à l'heure précise où une révolution nécessaire devait s'accomplir dans l'art musical. Un jeune compositeur du nom de Palestrina demanda à être reçu par le Pape, pour lui faire entendre une œuvre dont il était l'auteur. Le Pape ayant accueilli sa prière, il fit exécuter au Vatican une messe à six voix d'une harmonie tellement belle et d'un caractère si grandiose, que la foule émue et recueillie acclama le jeune maître avec enthousiasme. Marcel II révoqua son décret et chargea Palestrina de composer des offices dans le même style pour le service de l'Église.

De ce jour mémorable date la musique proprement dite, qui doit à ce compositeur à jamais illustre son style pur, expressif et rythmique: aussi la postérité lui a-t-elle décerné le titre de *Père de la Musique*!

Je voudrais pouvoir m'étendre davantage sur tous les progrès accomplis par les maîtres qui lui succédèrent, mais je ne saurais abuser de votre bienveillante attention, et dois me borner à un examen rapide des diverses phases parcourues par l'art musical dramatique jusqu'à nos jours.

Dès 1440, on représente des opéras à Rome et à Venise; mais ce n'est qu'en 1600 que le drame lyrique acquiert une certaine importance, entre les mains du poète Ottavio Rinuccini et du musicien Giacomo Peri, qui font exécuter, à Florence, leur opéra intitulé *Eurydice*. Cet

Digitized by Google

ouvrage fut joué publiquement à l'occasion du mariage d'Henri IV avec Marie de Médicis.

D'Italie l'opéra passe en France, sous les auspices du cardinal Mazarin, qui fait représenter au Louvre, en 1645, l'*Orfeo* de Zarlin et l'*Ercole amante* du même auteur. Ces partitions obtinrent un grand succès et firent éclore nos premiers compositeurs français, Perrin et Cambert, qui se firent applaudir dans un ouvrage intitulé *Pomone,* le premier opéra représenté en public.

Lulli leur succède : c'est à lui qu'on doit la création de l'Opéra, dont Louis XIV lui avait concédé le privilége. Dans l'espace de quinze ans, il composa dix-neuf ouvrages, qui lui valurent un grand renom : le premier, *les Fêtes de l'Amour et de Bacchus*, fut joué en 1672 ; le dernier, *Acis et Galatée,* date de 1687. Lulli mourut à cinquante-quatre ans, pour s'être frappé rudement le bout du pied avec sa canne, en battant la mesure.

Après lui, Rameau, génie original doublé d'un profond savoir, donne à l'opéra français une impulsion nouvelle. A la forme un peu psalmodique de son prédécesseur, il substitue dans le récitatif un accent plus déterminé, et son instrumentation, plus riche et mieux conçue, produit des effets inconnus jusqu'à lui. Son premier opéra, *Hippolyte et Aricie,* paru en 1733, inaugure une véritable révolution dans l'art dramatique. On lui doit aussi le premier traité d'harmonie connu en France : cet ouvrage, qui porte le titre de *Démonstration des principes de l'harmonie,* pose la théorie de la basse fondamentale.

Le roi lui accorde des lettres de noblesse en 1764. Parmi les vingt-deux opéras qu'il composa dans une période de vingt-sept ans, je signalerai *Castor et Pollux*, représenté en 1737, que l'on considère à bon droit comme son chef-d'œuvre. Ses biographes assurent qu'il fut pendant plusieurs années organiste de l'ancienne église de St-Etienne, à Lille.

Digitized by Google

Je ne veux que nommer les compositeurs étrangers qui s'illustrèrent après Rameau sur la scène de l'opéra : d'abord Gluck, le premier de tous, le seul dont l'œuvre ait survécu ; puis Saglieri, Sacchini, l'auteur d'*Œdipe à Colone*, Piccini, le rival de Gluck, et d'autres dont les noms moins célèbres n'ont pu franchir le siècle qui a vu naître leurs ouvrages.

A la fin de ce siècle et au début du nôtre, Grétry, Monsigny, Philidor, Gossec, Dalayrac, Nicolo, Méhul, Lesueur sont les créateurs de l'opéra-comique, et enrichissent le théatre d'un grand nombre de chefs-d'œuvre dont le genre et l'inspiration appartiennent en propre à l'école française.

Grétry surtout, dans nombre d'ouvrages remarquables, donne à l'opéra-comique sa forme définitive, et, pendant près de soixante ans, tient le sceptre du théâtre dont il est la gloire. *Richard Cœur-de-Lion*, *la Fausse Magie*, *le Tableau parlant*, *Zémire et Azor*, *l'Epreuve villageoise*, opéras devenus populaires dès leur naissance, font l'admiration du monde musical, et ce genre éminemment national s'honore de reconnaître en Grétry l'un de ses principaux créateurs.

Des autres compositeurs que j'ai nommés, Méhul et Lesueur sont les plus dignes d'attirer notre attention, par les progrès sensibles qu'ils ont réalisés dans l'art dramatique. De 1790 à 1816, Méhul fit jouer vingt-deux opéras, parmi lesquels *Euphrosyne ou le Tyran corrigé*, *Stratonice*, *l'Irato*, *une Folie*, *Joseph*, sont des œuvres de premier ordre, toutes empreintes d'un caractère profondément expressif et d'un vif sentiment dramatique. Elle est de lui aussi, cette fameuse ouverture du *Jeune Henri*, restée populaire depuis 1797, page de symphonie descriptive de la plus grande beauté, dont la vérité d'expression ne saurait être surpassée. Lesueur, de son côté, est le premier qui donne une réelle importance aux mor-

Digitized by Google

ceaux d'ensemble : jusqu'à lui, la plupart des opéras se composaient d'airs, de duos, et parfois d'un chœur sans développements ; dans *la Caverne*, *Paul et Virginie*, *les Bardes*, il fit entendre des scènes entières où les chœurs, venant se mêler à l'action principale, produisirent un effet d'une saisissante nouveauté. On a aussi de lui un grand nombre de compositions religieuses, messes, motets, oratorios et *Te Deum*. Il fut un des fondateurs du Conservatoire de Paris avec Philidor, Gossec et Méhul, et mourut en 1837 à l'âge de 74 ans.

Berton, par divers ouvrages, dont les plus remarquables sont *Montano et Stéphanie*, *Aline*, *le Délire*, *Françoise de Foix*, tient une place importante parmi les maîtres de cette période, j'entends de 1787 à 1824, dates de son premier et de son dernier opéra. Il était professeur au Conservatoire de Paris, grand musicien, et de plus homme d'esprit. Mais une personnalité importante plane au-dessus des grands hommes de cette féconde époque ; vous avez nommé Cherubini, l'illustre auteur des *Deux Journées*, de *Lodoïska*, de *Médée*, ainsi que de plusieurs compositions religieuses d'une haute valeur. Il fut longtemps directeur du Conservatoire de Paris, qui lui dut une impulsion vigoureuse et un brillant prestige.

Dans notre siècle, Spontini, avec *la Vestale* et *Fernand Cortez*, se place au premier rang des compositeurs étrangers. Il se distingue surtout par la grandeur et la chaleur de son style. *La Vestale* fut un des plus grands succès de l'Opéra.

Rossini, brillant météore, traverse le ciel de l'art en le semant de ses compositions immortelles, *le Barbier de Séville*, *le Comte Ory*, *Guillaume Tell*. L'influence rossinienne fut immense sur les compositeurs français, irrésistiblement entraînés par la fougue mélodique du chantre de Pesaro. Il est sans contredit le plus grand génie musi-

Digitized by Google

cal de notre temps. La France, qui avait adopté ses œuvres, lui fit, après sa mort, de magnifiques funérailles.

Meyerbeer, l'étonnant auteur de *Robert-le-Diable*, des *Huguenots*, du *Prophète* et de *l'Africaine*, Meyerbeer, qui jusqu'alors n'avait obtenu de succès qu'en Italie, où il avait subi l'influence de Rossini, nous apparaît soudain sous un aspect nouveau : son instrumentation tout à la fois puissante et colorée, riche d'effets et de détails, donne à ses partitions un intérêt et une valeur dont la nouveauté, qui surprend d'abord, finit par s'imposer au public, qui acclame ses œuvres depuis plus de quarante ans. On peut le surnommer le Gluck moderne, et, comme son devancier, il a inscrit son nom dans les plus glorieuses pages des annales de l'Opéra.

A côté de ces grands noms, se placent encore à un rang honorable, Donizetti, le sympathique auteur de *Lucie* et de *la Favorite*, Bellini, cruellement enlevé à l'art à l'âge de trente ans, en nous laissant ses délicieuses partitions de *la Somnambule* et de *Norma*.

Parmi ces artistes illustres, pour lesquels la postérité a déjà commencé, l'école française est fière de pouvoir placer le glorieux auteur de *la Juive*, des *Mousquetaires de la Reine*, de *la Reine de Chypre*, et de tant d'autres chefs-d'œuvre. Halévy, malgré sa grande valeur, a été longtemps contesté : nul aujourd'hui ne saurait plus songer à discuter son mérite, et celui-là, du moins, parmi tant d'artistes applaudis en France, est notre compatriote.

Hector Berlioz est encore une puissante individualité musicale, à laquelle on rend maintenant une justice trop tardive. Puis Boïeldieu, Hérold, Auber, Adam, Félicien David, brillante pléiade d'artistes, réalisent l'ensemble le plus complet des formes variées de l'opéra-comique.

La Dame Blanche, de Boïeldieu, est bien la plus gracieuse expression du genre français : aussi jamais

Digitized by Google

succès ne fut plus grand ni plus légitime. Cette œuvre sans rivale avait été précédée de *Jean de Paris*, *ma Tante Aurore*, *les Voitures versées* et *le petit Chaperon rouge*. C'est à la suite de ces éclatants succès que Boïeldieu fut nommé chevalier de la Légion-d'Honneur et membre de l'Institut.

Si Boïeldieu l'emporte par la grâce, le plus sympathique au public, parmi ces compositeurs, est Hérold, l'auteur de *la Clochette*, de *Marie*, de *Zampa*, du *Pré-aux-Clercs*, œuvres charmantes qui font toujours les délices de notre génération et qui survivront à notre frivole époque. En écoutant les touchantes mélodies de l'un de nos meilleurs maîtres, dont le style, tout à la fois tendre et original, porte un incontestable cachet de personnalité, on se sent ému d'admiration et de pitié pour l'artiste éminent dont la sensibilité nerveuse et maladive a abrégé les jours et détruit les espérances que l'art musical avait fondées sur lui.

Terminons cette revue par l'évocation du plus populaire des compositeurs français: nommer Auber, c'est rappeler le succès permanent d'un artiste aussi spirituel que fécond. Depuis un demi-siècle, le répertoire de nos théâtres a vécu en grande partie des incessants travaux d'Auber, l'inépuisable auteur de *la Fiancée*, du *Maçon*, de *la Sirène*, de l'*Ambassadrice*, du *Domino noir*, d'*Haydée*. Quel charme dans l'ensemble de ces compositions musicales! Quelle finesse et quelle verve dans les détails! L'impression de l'auditeur est celle d'un éblouissement continu.

Mais ce qui, dans l'œuvre d'Auber, survivra comme une véritable inspiration du génie, ce qui ne saurait périr tant que l'art vivra, c'est *la Muette de Portici*. Il règne dans ces pages ardentes un souffle patriotique, un entraînement impétueux, qui, pareil à un torrent de lave, embrase tout ce qu'il rencontre. Qui n'a frémi d'enthousiasme au duo :

Digitized by Google

Amour sacré de la patrie? Qui ne s'est pieusement recueilli à la sublime prière du troisième acte? Et n'est-on pas saisi d'un sentiment d'orgueil, lorsque l'on songe que de tels artistes nous appartiennent? C'est ainsi qu'en voyant toutes les merveilles dont la France nous a donné le spectacle, nous relevons la tête, que nous montrons avec fierté cette œuvre gigantesque de l'intelligence et du travail humain, cette grande féerie de l'Exposition universelle, que nous avons tous admirée, qui a fait l'étonnement du monde entier et affirmé une fois de plus la vitalité et la puissance artistique du peuple français.

Digitized by Google

COMPTE-RENDU ANNUEL

DES TRAVAUX,

par M. DE NORGUET, Secrétaire-Général.

Messieurs,

Le rôle des Sociétés savantes de province devient chaque jour plus important. La multiplication des Facultés, les congrès, les réunions annuelles de la Sorbonne, et, plus encore, le mouvement de décentralisation qui s'accentue généralement, leur ont communiqué une activité qui se révèle d'un bout de la France à l'autre.

Ces sociétés se comptent aujourd'hui par centaines ; il n'est pas de ville de quelque importance qui n'ait sa réunion d'hommes d'étude, voués au culte de l'art, de la littérature et de la science, mettant en commun leurs idées et leurs recherches, et les livrant à la publicité dans des mémoires périodiques.

Sans doute cette extension des sociétés provinciales n'est pas destinée à détrôner de si tôt la suprématie de Paris. Paris restera toujours le grand centre artistique ; il aura toujours ses instruments de travail, musées, bibliothèques, laboratoires ; il sera toujours le dispensateur des graces et de la renommée : mais en dehors du cercle officiel, loin des ambitions, des besoins et des gros budgets, combien de travailleurs sont prêts à cultiver le vaste

Digitized by Google

champ de la science, des arts et de l'histoire, où il y a place pour toutes les bonnes volontés !

Que de recherches locales restent encore à faire en histoire naturelle, par exemple, pour constituer une bonne faune française, et pour étudier sur place tous les phénomènes de la vie ! Et notre histoire nationale, n'est-ce pas dans les fouilles des chercheurs de province que nous retrouvons ses premières bases ? N'est-ce pas dans les riches dépôts paléographiques de nos archives que se cachent les documents qui l'éclaircissent ou la rectifient ?

Cette activité des sociétés scientifiques se remarque surtout dans les plus importants chefs-lieux, aux siéges des Facultés, là où l'instruction publique est le mieux dotée, c'est vous dire, Messieurs, que celle de Lille tient un des premiers rangs. La meilleure preuve de sa fécondité est l'abondance de ses publications. Nous avons fait paraître cette année deux volumes de mémoires, et deux autres sont prêts pour le commencement de l'année prochaine. Jamais, depuis sa création, notre Société n'avait participé dans une aussi large mesure au mouvement intellectuel de notre siècle.

Je vais faire passer très-rapidement sous vos yeux les travaux de l'année 1878.

Un de nos plus jeunes membres, M. Henry, a payé sa bienvenue en nous offrant une étude de linguistique intitulée : *les trois racines du verbe être dans les langues indo-germaniques*. Il a voulu surtout, dans ce travail, donner un exemple de la rigueur et de la précision de la méthode d'analyse que la linguistique moderne applique aux éléments du langage. Il prouve que la philologie comparée, trop longtemps livrée aux fantaisies arbitraires de l'étymologie pure, possède un critérium de certitude aussi sûr, et atteint des résultats aussi précis que les autres sciences d'observation.

Digitized by Google

M. Henry nous a aussi donné l'analyse de deux autres notices qu'il a fait paraître ailleurs : l'une où il examine si le *Quichua* est une langue aryenne, l'autre où il donne l'esquisse d'une grammaire *innok*, de la langue des esquimaux.

Enfin il nous a exposé l'état actuel des connaissances en linguistique américaine. Les premiers conquérants, loin de chercher à conserver les traces de l'histoire et des mœurs indigènes, avaient tout fait pour détruire les civilisations existantes. Les missionnaires seuls ont étudié les grammaires, mais ces documents très-incomplets avaient conduit à des rapprochements bizarres et à des conclusions très-contestables. Aujourd'hui que les conditions de la véritable linguistique sont bien établies, on est arrivé à une classification rationnelle, et chacun des idiomes américains a été distingué d'après son type particulier.

La poésie a eu plusieurs échos dans nos réunions, M. Deletombe, membre correspondant, a chanté les espiégleries d'un feu follet dans les ruines du vieux château, et le rêve d'amour d'un jeune paysan. Puis il nous a lu les premiers chants d'un poëme qu'on pourrait appeler la quadrilogie de la pierre. Usant des larges permissions accordées aux poëtes, il évoque les souvenirs d'une pierre qui, *rocher* d'abord, est sortie du chaos sous le souffle de Dieu et a assisté à la création ; *dolmen* ensuite, elle a traversé les âges anté-historiques ; devenue *dieu-terme* elle a été témoin des cinq siècles de la domination romaine dans les Gaules ; puis enfin, *croix*, elle a vu se développer et arriver à son apogée la grande civilisation chrétienne.

Cette idée d'une pierre, immuable dans ses transformations, et symbolisant les quatre âges de notre histoire, ne manque ni de hardiesse ni de grandeur.

Digitized by Google

M. Dutilleul nous a lu quelques poésies fugitives imitées d'apologues allemands, et de gracieux vers d'album où se peint l'anxiété du poëte obligé de remplir, coûte que coûte, la page blanche d'un album d'ami.

De la poésie aux beaux-arts, il n'y a qu'un pas. M. l'Abbé Dehaisnes a combattu une de ces erreurs qui courent le monde et les livres, et que les générations d'hommes et d'écrivains se transmettent comme des vérités reconnues. L'Espagne, d'après ces traditions, avait exercé une influence artistique dans les Pays-Bas pendant sa domination.

Contrairement à l'opinion adoptée par l'ensemble des habitants de la Belgique actuelle et des anciennes provinces de Flandre, d'Artois et du Hainaut, M. l'Abbé Dehaisnes établit, par un nombre considérable de citations et de faits, qu'au point de vue de la peinture et de la sculpture des monuments publics et privés, tels que la Bourse de Lille, le Beffroi de Comines, les maisons à pignons de Bruges et d'Arras, les Espagnols n'ont exercé aucune influence artistique.

Aucun architecte, aucun artiste né au-delà des Pyrénées, n'est venu travailler dans les Pays-Bas. On pourrait peut-être soutenir la thèse contraire, et prouver par des faits nombreux que la Flandre a exercé une sérieuse influence artistique en Espagne.

L'auteur s'est contenté de démontrer que l'opinion admise jusqu'aujourd'hui, au sujet de l'influence artistique de l'Espagne dans nos contrées, est une erreur qui doit disparaître de tous les écrits consacrés à l'étude des arts, de l'histoire et de l'archéologie.

M. Colas a peint à Saint-Michel les figures en pied des douze apôtres, qui achèvent heureusement la décoration du chœur de cette église.

Digitized by Google

M. Aimé Houzé de l'Aulnoit nous a offert un buste de sa composition, où il a perpétué les traits de M. Richebé, ancien maire de Lille.

L'histoire a été féconde cette année. M. Houdoy nous a lu les premiers chapitres d'un ouvrage, livré actuellement à l'impression et qui a pour titre : *l'Imprimerie à Lille* ou *bibliographie lilloise du XVII^e^ Siècle.* C'est en étudiant l'esprit public de nos populations successivement soumises à la domination française et espagnole et définitivement rattachées à la France, par Louis XIV, que l'auteur a été amené à dresser la liste des publications locales, qui seules rendent compte du mouvement des idées et des vicissitudes de l'opinion.

Le même auteur a donné communication d'un autre travail plus important encore, qui paraîtra dans nos Mémoires. C'est l'histoire artistique de l'ancienne cathédrale de Cambrai, démolie à la révolution.

En dépouillant les riches archives de la métropole, que possède le dépôt départemental, M. Houdoy est arrivé à donner une idée de ce qu'était ce merveilleux monument et des richesses d'art qu'il renfermait. Il l'a en quelque sorte reconstitué devant nous et nous a fait relire la plus belle page de l'histoire de l'art dans nos contrées.

M. Rigaux, poursuivant ses recherches sur l'archéologie de notre département, nous a parlé, cette année, de Bavai, capitale des Nerviens pendant la domination romaine.

Il nous a décrit ses temples, ses palais, son cirque, ses aqueducs, ses routes, ses tombeaux. Après avoir montré la splendeur de cette ville, il nous a fait assister à sa ruine, qu'il faudra désormais faire remonter à une époque bien antérieure à celle où l'ont placée tous ceux qui se sont occupés de son histoire.

Digitized by Google

Profitant de cette excursion dans une ville antique de la Gaule-Belgique, notre collègue nous a montré quel était l'état des arts à l'époque romaine dans cette partie de la Gaule. Il a prouvé que nos provinces du Nord n'avaient, au point de vue artistique, presque rien à envier au midi, et il a ainsi réhabilité nos pères, qu'on avait trop généralement, jusqu'aujourd'hui, regardés comme des sauvages et des barbares.

M. Van Hende, toujours à l'affût des découvertes qui viennent augmenter les séries de la numismatique lilloise, nous a donné la description d'un jeton de Guillaume Leblanc, Maître de la Chambre des Comptes de Lille, de 1520 à 1550. Il l'a accompagnée d'une notice détaillée sur cette famille Leblanc, dont plusieurs générations se distinguèrent, à Lille, par l'importance de leurs fonctions, par leur amour des arts et leur générosité.

M. Casati nous a communiqué des notes de voyage en Danemarck, relatives surtout aux objets d'art et d'archéologie du musée de Rosenborg. Lues plus tard par leur auteur à l'Académie des inscriptions et belles lettres, ces notes ont mérité l'éloge des revues et des journaux. Une autre fois, M. Casati nous a conduits à Dresde devant les collections de hanaps du Musée royal.

M. Telliez a continué ses études d'économie sociale. Il a recherché l'origine de la propriété, qu'il trouve dans l'*occupation* fécondée par le travail. Le premier occupant, en s'assimilant la matière, n'a pu se l'approprier qu'en lui donnant la valeur, c'est-à-dire en l'assujettissant à ses besoins.

Nous devons à M. d'Henry, membre correspondant, qui a pris sa résidence à Lille, un traité de sténographie qu'il intitule : *Sténographie usuelle ou écriture phonétique*

Digitized by Google

complète et rapide. Elle a pour caractère d'être aussi lisible que l'écriture ordinaire et de pouvoir être lue même sans comprendre, avantage que ne possède, selon l'auteur, aucune autre sténographie.

La Société, persuadée que, dans ces temps de tournois oratoires, l'art d'écrire aussi vite que la parole ne pouvait être trop perfectionné, a donné la publicité de ses mémoires à M. d'Henry.

J'arrive maintenant à la partie scientifique de nos travaux, que je n'aborde qu'en tremblant, car me voici d'abord en face d'un mémoire de M. Boussinesq, qui nous transporte sur des hauteurs où Descartes, Leibnitz et quelques autres privilégiés se sont seuls tenus sans vertige. Il est intitulé : *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale.*

L'auteur nous montre dans la pensée des phénomènes analogues à ceux qui paraissent caractériser les organismes vivants, mais plus simples, plus accessibles à l'analyse mathématique, et il les met en équation, sans sortir du plus strict spiritualisme.

Il suffit pour cela, nous dit-il, de regarder le système des molécules du cerveau dans un état d'équilibre mobile ou d'indifférence relative permettant au *principe directeur* qui anime le système de choisir entre divers mouvements possibles. Mais quel est ce *principe directeur*? Permettez-moi, Messieurs, de renvoyer les curieux à l'auteur lui-même ou à l'Académie des Sciences morales, qui, sur le rapport de M. Paul Janet, a accueilli favorablement ces théories transcendantes.

M. Terquem nous a fait une communication sur la tension superficielle des liquides, démontrée par d'intéressantes expériences au moyen de lames minces d'eau de savon sucrée. Ce jour là même nous applaudissions à la

Digitized by Google

distinction que les travaux de physique de notre collègue lui méritaient. Il venait d'obtenir au congrès des Sociétés savantes de la Sorbonne, une médaille d'or.

M. VIOLLETTE nous a exposé le résumé de ses longs travaux sur l'amélioration de la graine de betteraves par la sélection. Après nous avoir démontré l'insuffisance de l'ancienne méthode qui consistait à reconnaître la valeur d'une betterave par son immersion dans l'eau salée, il a décrit ses procédés de laboratoire, tels qu'ils sont installés dans un important établissement de notre voisinage et dont nous avons pu voir le détail dans la belle exposition agricole du Nord, aux annexes du quai d'Orsay.

Cette exposition, installée par M. CORENWINDER, m'amène tout naturellement aux travaux de ce zélé collègue, qui, lui aussi, a eu sa récompense dans sa promotion dans l'ordre de la Légion-d'honneur. Il a continué la série de ses communications de physiologie végétale, sur les fonctions des feuilles. Elles confirment ses premières expériences, qui avaient établi que les feuilles sont le siége de deux fonctions distinctes, variant suivant l'âge, selon que domine la chlorophylle ou le protoplasma.

L'entomôlogie a été représentée à nos séances par un très-important ouvrage de M. Puton, membre correspondant. C'est le *Synopsis de la famille des Lygæides*. Malgré l'abondance des travaux que fournissait à nos publications l'activité des membres titulaires, la Société a donné l'hospitalité dans ses Mémoires à cette notice, la plus importante qui ait paru sur cette partie de l'ordre des hémiptères.

Je n'ai rien à vous signaler en géologie. M. GOSSELET, entièrement absorbé par son cours, a interrompu ses intéressantes communications, mais le compte-rendu de

Digitized by Google

nos travaux ne serait pas complet, si je ne rappelais la distinction que notre collègue a obtenue cette année. La croix de la Légion-d'honneur est venue récompenser ses efforts incessants pour divulguer l'enseignement de notre géologie locale.

M. Meurein a poursuivi ses observations météorologiques commencées en 1852 et que, depuis cette époque, il n'a pas cessé un seul jour d'enregistrer minutieusement.

Sept mémoires de chimie nous ont été présentés par M. Duvillier, préparateur à la Faculté des Sciences; ils traitent du chlorure d'éthylène, du chloral, des acides thioisoxyvalérianiques, thiodioxyburiques, etc. L'étrangeté des noms n'ôte rien à la valeur de ces notices que la Société, sur les rapports de MM. Corenwinder, Terquem et Violette, a admises dans ses publications, quoique l'auteur lui soit étranger.

M. le docteur Wannebrouck nous a présenté divers comptes-rendus d'ouvrages. N'oublions pas de rappeler que lui aussi a vu récompenser, cette année, ses travaux et son professorat, par la croix de la Légion d'honneur.

Le docteur Houzé de l'Aulnoit nous a rendu compte du Congrès d'hygiène tenu à Paris pendant l'Exposition universelle; il s'est surtout arrêté aux discussions relatives à l'assistance des enfants indigents, auxquelles il a pris lui-même une part active. La mortalité effrayante qui décime ces enfants, a suggéré bien des remèdes. M. Houzé préconise surtout la fondation de secours aux mères-nourrices, et l'organisation d'un service particulier d'enfants malades dans les hôpitaux.

C'est vers ce même but philanthropique que se dirigent les efforts de M. Aimé Houzé de l'Aulnoit. Dans un rapport adressé au préfet du Nord sur la question des tours,

Digitized by Google

au nom de la Commission des hospices de Lille, il a fait l'historique de cette institution, et, s'appuyant sur la statistique depuis leur suppression, il proclame hautement l'utilité de leur rétablissement.

Je terminerai, Messieurs, selon l'usage, par un aperçu des changements survenus en 1878, dans le personnel de la Société. M. Matrot nous a quittés pour aller occuper un poste important dans l'administration des chemins de fer récemment acquis par l'État. La mort nous a enlevé M. Cox, qui représentait parmi nous la haute industrie. Nous nous souviendrons longtemps de l'amabilité de ses relations et du zèle avec lequel il organisait, chaque année, nos examens des chauffeurs. Ce double vide a été rempli par l'admission de MM. Charles Barrois et Salomé.

Nous avons perdu deux membres correspondants: M. Perris, l'habile entomologiste de Mont-de-Marsan, apportait dans ses nombreux travaux une précision minutieuse qui l'avait placé à la tête de nos entomologistes français. Son histoire naturelle des insectes du pin maritime suffirait seule pour assurer sa réputation. M. Lamy avait été membre titulaire de la Société pendant longtemps, et y avait exercé les fonctions de secrétaire-général et de président. Ses savantes communications intéressèrent souvent nos séances, surtout à l'époque de ses travaux sur le thallium. Ce fureut ces belles découvertes qui nous l'enlevèrent, puisqu'elles lui valurent une chaire de physique à Paris; mais il était resté parmi nous de cœur et d'esprit autant que par les liens de famille qui avaient fait de notre cité sa patrie d'adoption

Digitized by Google

RAPPORT GÉNÉRAL

SUR LE CONCOURS DE 1878,

lu par M. HENRY,

Secrétaire de correspondance de la Société.

Messieurs,

C'est à un ouvrier de la dernière heure, à un nouveau venu dans ses rangs, que la Société des Sciences a cru devoir cette année confier la mission de vous rendre compte des résultats de ses concours. Si elle s'est trompée dans son choix par une appréciation trop favorable de mes forces, il dépend du moins de vous qu'elle n'ait pas trop présumé de la bienveillance de mon auditoire.

Au reste, la tâche qui m'incombe n'a rien que d'attrayant, et c'est avec confiance que je l'aborde, comptant bien moins sur moi-même que sur l'intérêt de mon sujet, me souvenant de la *pensée* que Pascal a jetée au hasard parmi tant d'autres échappées pêle-mêle à sa plume rêveuse, et dignes de rester dans toutes les mémoires : « On ne s'imagine d'ordinaire Platon et Aristote, qu'avec de grandes robes et comme des personnages toujours graves et sérieux ; c'étaient d'honnêtes gens qui riaient comme les autres avec leurs amis. » Ainsi en est-il de la science : elle n'a que faire d'un visage sévère ; elle est honnête personne et se plaît à causer en bonne compagnie. A elle donc de pallier les imperfections de celui qui lui sert aujourd'hui d'interprète : dans cette région, aussi éclai-

Digitized by Google

rée que sympathique, il suffit de parler en son nom pour se faire aisément écouter.

Les travaux présentés au Concours de 1878, peuvent se classer en trois groupes distincts, correspondant aux sciences morales, aux sciences naturelles et aux beaux-arts ; et chacun de ces groupes comprendra deux divisions, savoir : le premier, histoire et jurisprudence ; le second, géologie et médecine ; le troisième, beaux-arts et poésie.

Histoire. Il y a deux manières de comprendre l'histoire : l'une, embrassant d'un regard toute une série d'hommes et d'évènements, fait revivre à nos yeux les âges passés par la magique évocation du génie ; l'autre, plus modeste, mais parfois moins sujette à l'erreur, dégage lentement la vérité historique, à force de sagacité, d'érudition et de patience, des documents obscurs ou incomplets que nous ont légués nos devanciers. Tâche ardue, mais féconde ! En toute science, si d'humbles travailleurs, ignorés de la foule, ne se cantonnaient dans un petit domaine, exploré par eux avec persévérance, les grands esprits n'en pourraient escalader les sommets.

Ce sont ces œuvres consciencieuses et utiles que la Société doit surtout s'attacher à récompenser, qu'elle provoque tous les ans par les questions mises au concours. A l'une de ces questions a répondu un *État actuel des rues de Lille, avec l'indication de leurs transformations*, où l'on peut puiser les plus curieux renseignements, soit sur l'origine des dénominations de nos rues, soit sur les altérations qu'elles ont subies et qui parfois les rendent méconnaissables, soit enfin sur les vicissitudes que certaines ont traversées sous les divers régimes politiques. Œuvre d'un administrateur plutôt que d'un historien, cette nomenclature alphabétique des rues de la ville et de la banlieue n'en contient pas moins une partie historique

Digitized by Google

bien traitée, courte notice sur les divers noms qu'a portés chaque rue et sur les évènements ou les personnages que ces noms rappellent. L'intérêt local qui s'attache à cette étude et les longues recherches qu'elle a exigées, ont paru de nature à mériter un sérieux encouragement: la Société décerne à l'auteur, M. Bertrand, chef de bureau au secrétariat de la mairie de Lille, une grande médaille d'argent.

Non moins intéressante et d'une forme plus littéraire est une autre étude, qui répond également à une question de notre concours, *le Théâtre de Lille, depuis sa fondation au XVII^e siècle jusqu'à la fin du XVIII^e*. C'est l'histoire des trois salles de théâtre qui se succédèrent dans notre ville: la première située dans le palais de Rihour et détruite en 1700 par un incendie; la seconde construite non loin de là, qui a donné à la rue où elle subsiste encore son nom actuel (rue de la Vieille-Comédie), salle qui vit jouer bien des pièces et passer plusieurs personnages célèbres à divers titres, où M^lle Clairon, avant d'entrer à la Comédie-Française, parut un soir dans le *Mahomet*, de Voltaire, qui assistait à la représentation; la troisième enfin construite et inaugurée en 1787, pour remplacer l'ancienne, devenue insuffisante. On est étonné de la quantité de recherches que ce travail a demandées: l'auteur, M. Léon Lefebvre, a compulsé presque tous les documents qui se rattachaient à sa tâche, et, si certains chapitres présentent de fâcheuses lacunes, la faute n'en est pas à lui, mais à la disparition des pièces qui auraient pu le renseigner. Il est à souhaiter qu'il persévère, qu'il pousse plus avant des investigations, où la sagacité dont il fait preuve à son début lui assurera de beaux succès. La Société est heureuse de pouvoir décerner à M. Léon Lefebvre, de Lille, une médaille d'or.

Mais sa sollicitude pour les travaux historiques qui intéressent particulièrement la cité lilloise ne l'em-

Digitized by Google

pêche pas de donner une place d'honneur aux études plus générales et plus élevées. De ce nombre est l'*Histoire de la ville de Saint-Omer et de ses institutions jusqu'au XIV^e^ siècle*, par M. Giry, archiviste paléographe, ouvrage de profondes recherches, qui a valu à son auteur le précieux suffrage de l'École des hautes études. Ce travail a été adressé à notre Société aussitôt après son apparition, au mois de février, dès avant d'être soumis à l'appréciation de l'Institut (Académie des sciences morales et politiques), qui vient de le récompenser du second prix Gobert. Dans cette œuvre de haute érudition, le mouvement communal du moyen-âge, lente et obscure évolution, qui tend à substituer le règne du travail fécond et pacifique à la domination brutale issue de la conquête germaine, se déroule à nos yeux sous la forme de l'histoire d'une de nos plus anciennes communes flamandes, depuis l'époque de la fondation du monastère de Saint-Bertin (VII^e^ siècle), à l'ombre duquel naquit et se développa la cité. L'ouvrage de M. Giry peut être proposé pour modèle à tous ceux qui voudront, après lui, s'occuper de l'histoire de nos institutions communales: on pourra, par la suite, faire aussi bien que lui; mais il serait difficile de faire mieux. La Société se fait un devoir de proclamer le mérite d'une telle œuvre, en décernant à M. Giry une grande médaille d'or, et en lui accordant, sur sa demande, le titre de membre correspondant.

Jurisprudence. M. Émile Delecroix, docteur en droit, avocat du barreau de Lille, a soumis au jugement de la Société un *Traité théorique et pratique de la Législation des Sociétés de Mines*, qui se distingue par de solides qualités, un réel savoir juridique, un style sobre et clair, enfin l'intérêt pratique, que présente naturellement dans notre région, toute étude relative aux Sociétés minières. On regrette que l'auteur n'ait pas posé, au début, d'une manière plus

Digitized by Google

large et plus synthétique, les principes fondamentaux de la matière. On lui signale une seule lacune, l'omission de la loi du 5 juillet 1872, sur les titres au porteur, qui trouvait naturellement sa place au n° 253, à propos de l'article 2279 du code civil. Mais, sous la réserve de ces critiques de détail, qui laissent intacte la valeur de l'ensemble, la Société se plaît à reconnaître le mérite et l'utilité de ce livre, d'une lecture facile, où les actionnaires des compagnies de mines trouveront à peu près tous les renseignements dont ils peuvent avoir besoin, tant sur la jurisprudence belge que sur la jurisprudence française, et elle décerne à M. Émile Delecroix une médaille d'or.

Géologie.

Nous restons dans le domaine des mines, en l'explorant dans un autre sens, avec la *Carte minéralogique industrielle et historique* (au $\frac{1}{50.000}$) *du bassin houiller du Nord*, œuvre de M. Canelle, ingénieur civil des mines à Valenciennes. L'utilité industrielle d'un pareil travail est indiscutable; mais, même au point de vue scientifique pur, on est étonné de la masse de documents qu'il fournit. C'est ce qui a été fait jusqu'ici de plus complet sur le bassin houiller de notre région. L'auteur y a accumulé des renseignements dus à une expérience de vingt années, qui auraient été perdus sans sa louable initiative, et n'a pas craint d'affronter des dépenses considérables, que de nombreuses souscriptions pourront seules couvrir. Toutefois la Société a dû tenir compte de ce qu'une carte analogue, beaucoup moins complète, il est vrai, a été publiée, il y a quelques années, par MM. de Bracquemont et Delanoue. Elle a décidé l'acquisition de deux exemplaires de cette carte, destinés, l'un au Musée d'histoire naturelle, l'autre à l'école primaire supérieure, et elle récompense l'auteur, M. Canelle, en lui décernant une médaille de vermeil,

Digitized by Google

Médecine. Jusqu'à présent le rapporteur n'a eu à enregistrer que des éloges et des récompenses. Il lui serait doux de pouvoir poursuivre dans le même esprit ; mais une Société scientifique ne doit pas reculer devant certaines sévérités nécessaires pour rehausser la valeur des distinctions qu'elle confère. C'est pourquoi nous ne décernons pas le prix Pingrenon, à l'unique mémoire présenté sur la question mise au Concours pour l'obtention de ce prix : *de la mortalité des enfants du premier âge dans la ville de Lille, ses causes et les moyens d'y remédier*. Non que l'auteur n'ait fait preuve d'une sérieuse expérience et d'une réelle habileté à profiter des données de la statistique sur cette importante question ; non que certaines parties de l'œuvre ne méritent d'être approuvées sans réserve ; mais l'auteur ne paraît pas s'être suffisamment inspiré des travaux de ses devanciers, et particulièrement de ceux qui furent présentés au Congrès de l'hygiène de Bruxelles, en 1876, et à celui de Paris, en 1878, au double point de vue des causes des affections qui déciment les jeunes enfants et des moyens d'y remédier. En maintenant la question au concours pour l'année prochaine, la Société donne à l'auteur la faculté de l'approfondir davantage, et, s'il suit ce conseil, elle se félicitera alors de pouvoir couronner un mémoire entièrement digne de la libéralité du docteur Pingrenon.

Beaux-arts. C'est une série ininterrompue de succès légitimes, une longue carrière vouée exclusivement au culte de l'art, au travail modeste et obstiné, que la Société récompense en la personne de M. Budin, peintre sur verre à Lille. M. Budin possède à fond toutes les connaissances relatives à son art, comme l'attestent les nombreux vitraux dont il a décoré maintes églises des départements du Nord et du Pas-de-Calais, et, entre autres, l'église anglicane de Lille. Notre musée possède aussi de lui quelques peintures

Digitized by Google

remarquables. Tous ses travaux sont empreints d'un véritable cachet artistique et un soin scrupuleux préside à ses opérations délicates. La Société, devant toutefois tenir compte de ce que cette branche de l'art est moins élevée et ne mérite pas les mêmes distinctions que celles qui procèdent directement de l'invention esthétique, décerne à M. Budin une médaille de vermeil.

Deux débutants, qui nous touchent de bien près, se sont rendus dignes, cette année, de deux des récompenses les plus élevées auxquelles il soit donné aux jeunes artistes de prétendre. M. Broutin, ancien élève du Conservatoire de Lille, a obtenu le grand prix de Rome, et la cantate qui lui a valu cet honneur, la *Fille de Jephté*, exécutée à l'Institut, a été jugée supérieure à toutes les œuvres couronnées depuis plusieurs années. D'autre part, M. Hector Lemaire, ancien élève des Écoles académiques, ancien pensionnaire de l'œuvre Wicar, à Rome. Il marche ainsi sur les traces de ses devanciers, MM. Comerre et Cordonnier, dont le prix de Rome a récompensé le talent, de M. Carolus Duran, récemment nommé officier de la Légion-d'honneur. Dans notre Flandre, si profondément imprégnée de traditions artistiques, il ne manquera jamais de jeunes gens pour soutenir et se passer de main en main le flambeau sacré, comme les coureurs dont parle le grand poëte latin :

Et quasi cursores vitaï lampada tradunt.

La Société n'a pas la prétention de rien ajouter aux éclatantes distinctions dont MM. Broutin et Lemaire ont été l'objet : elle y joindra du moins le témoignage de sa vive sympathie, en décernant à chacun d'eux une grande médaille d'or.

Poésie.

A chaque fois qu'il nous est donné d'assister à un concours de poésie, il nous est difficile de nous défendre

Digitized by Google

d'une réflexion : il semble que les maîtres aient tout dit, qu'après V. Hugo, après Musset, surtout devant l'impeccable et désespérante perfection des Th. Gautier, des Sully-Prudhomme, il n'y ait plus qu'à se taire et admirer. Mais heureusement nos *poetæ minores* ont le découragement moins prompt ; heureusement, dis-je, car les élèves savent parfois s'approprier les qualités des maîtres. Les pièces qu'on nous a envoyées au concours en font foi.

Il en est deux, d'abord, que nous n'avons point récompensées. L'une est traitée dans la manière noire qu'affectionnait Baudelaire, et renferme quelques vers, même une strophe entière que n'eût peut-être pas désavouée l'étrange et étonnant auteur de *Spleen et Idéal*. Qu'on en juge :

> Si, dans les profondeurs de l'Empyrée immense,
> Quelque chose toujours finit et recommence,
> Recommence et finit de toute éternité,
> Il se peut que la terre un jour renaisse encore,
> Pour donner au fantôme ingrat qui la dévore,
> Au Temps, nouvelle proie, une autre humanité.

Mais en général la versification est négligée, l'idée confuse. Il en faut dire autant d'un sonnet, dont la chute est fort belle (Alceste lui-même n'en disconviendrait pas), mais que gâte tout un quatrain prosaïque. Le sonnet, ce joyau de la poésie, ne souffre point de tache.

Il y a peu d'invention, mais de l'entrain, de la vigueur, un vif sentiment patriotique dans la pièce intitulée *le Soldat héroïque*. Dans la première partie, qui est en récit, la forme est très-sacrifiée, mais elle reprend ses droits dans la seconde, qui est coupée en strophes d'une facture correcte, même élégante. En somme c'est une œuvre de

Digitized by Google

débutant qui promet pour l'avenir : la Société décerne à l'auteur, qui a désiré rester inconnu, une médaille de bronze à titre d'encouragement.

Ève de Côtebrune est une légende bien racontée, d'une versification simple et soutenue, où l'on ne peut signaler ni défauts graves ni qualités exceptionnelles. L'auteur a imité la première manière de V. Hugo, celle des *Ballades*, et parfois avec bonheur :

Au dehors grésille la neige ;
Sous la tourmente qui l'assiége
Le sapin tord ses noirs rameaux ;
Le loup hurle en la nuit profonde,
Et par instants, au vent qui gronde,
Tressaillent les saints des vitraux.

Si toutes les strophes valaient celle-là, la pièce mériterait mieux que la médaille d'argent que la Société est heureuse de décerner à M. Louis Mercier, de Besançon.

Un dernier concurrent a envoyé trois poésies, chacune en son genre sensiblement supérieure aux précédentes. *La Glace* est une gracieuse idylle à deux personnages, qui pourtant contient encore trop de vers faibles. On y remarque surtout un éloge alterné de l'hiver et de l'été que Virgile eût traité en strophes amébéennes. Mais on ne craint pas de se tromper en affirmant que l'auteur est un partisan de l'été : l'éloge de l'hiver est inférieur et ne porte pas l'empreinte d'une bien profonde conviction.

Le Meurtrier est un récit dramatique, en alexandrins à césures irrégulières, devant lesquels on évoque immédiatement le nom de F. Coppée. L'auteur manie avec un

Digitized by Google

réel talent ce vers difficile, et, malgré de grandes inégalités, il est tel de ses traits que le maître sans doute jugerait digne de lui.

De la troisième pièce, *Parmi les Ruines*, je détacherai ces quelques vers, dans la description d'un vieux château :

Des fossés nivelés au faîte des tourelles,
Les bouquets de sureaux et de bruyères grêles
S'accrochaient au granit,
Et la moindre crevasse élargissant sa plaie,
Indiquait au vautour, au milan, à l'orfraie
L'emplacement d'un nid.

Plus loin, dans la chapelle, mieux conservée que le reste de l'édifice ;

..... La vigne vierge aux teintes mordorées
Drapait les plis coquets de ses feuilles pourprées
Au sommet de l'autel,
Dont l'alerte araignée, avec son lin fragile,
D'une nappe ténue emprisonnait l'argile
Selon le rituel.

Sur les sombres parois des voûtes latérales,
Où se fendillait l'or des peintures murales,
Le jour tombait à faux
Et semblait animer les moines extatiques,
Les saintes, les martyrs, dont de grossiers triptyques
Racontaient les travaux.

Et l'on n'oserait dire que ces trois strophes, si *vraies*, soient les meilleures ; d'autres les valent, mais il faut se borner. Tout éloge est ici superflu : la Société s'honore en

Digitized by Google

décernant à l'auteur de ces trois pièces, M. Paul Dufour, de Paris, une grande médaille d'argent.

Ainsi, Messieurs, se clôt la liste des travaux présentés à nos concours. C'en est assez pour faire voir avec quel empressement savants, artistes et lettrés répondent à notre appel et défraient nos solennités annuelles. Puisse l'année qui va commencer être aussi féconde, et ses productions rencontrer un meilleur interprête !

Digitized by Google

RAPPORT

De M. Aimé HOUZÉ DE L'AULNOIT,

SUR

LES RÉCOMPENSES DÉCERNÉES AUX VIEUX SERVITEURS, L'EXAMEN DES CHAUFFEURS ET LA PRIME PARNOT.

M. Aimé Houzé de l'Aulnoit a la parole pour donner lecture du rapport sur l'école des chauffeurs (1).

Messieurs,

La Commission chargée d'examiner les chauffeurs a constaté avec plaisir que les examens étaient en général plus satisfaisants que les années précédentes. Parmi les candidats se sont trouvés plusieurs ouvriers monteurs et mécaniciens, qui ont suivi le cours avec profit, et pourront plus tard former d'excellents conducteurs pour les machines à vapeur. Du reste les industriels auraient tout

(1) La Commission était composée de : MM. Mathias, *président*, Meurein, Aug. Scrive, Fréd. Kuhlmann, Terquem, *rapporteur*.

Digitized by Google

intérêt à engager leurs ouvriers monteurs et mécaniciens à suivre le cours fait chaque année avec tant de dévouement par M. Thorain. Ils pourraient avoir de la sorte des chauffeurs-conducteurs pour ainsi dire en réserve, et être à l'abri de toute espèce de chômage, à raison du petit nombre de chauffeurs spéciaux.

La supériorité des examens de cette année sur ceux des années précédentes nous paraît devoir être attribuée aux visites faites, sous la direction de M. Thorain, dans divers ateliers, de telle sorte que l'instruction théorique donnée pendant les cours a été complétée par l'examen attentif de divers types de chaudières et de machines.

Elle a décerné des diplômes supérieurs de capacité, à :

MM. Cazier, Émile, né à Tourcoing, en 1834, employé chez MM. Lefebvre-Horrent frères, à Lille ;

Chereau, Charles, né à Paris, en 1846, employé chez M. J. Casse, à Lille ;

Deronne, Jean-Baptiste, né à Saint-Sauveur (Belgique) en 1833, employé chez M. L. Dulac, à Lille;

Dewacheter, Guillaume, né à Puce, (Belgique) en 1854, employé chez M. Lees, à Lille ;

Rousseau, Émile, né à Don, en 1845, employé chez M. Henri Deren, à Armentières ;

Wion, Jean-Baptiste, né à Raimbeaucourt, en 1843, employé aux magasins généraux de Lille ;

Et des brevets ordinaires, à :

MM. Asse, Louis, Alfred, né à Marquette en 1838, employé chez M. Léon Rouzé, à Lille ;

Deboschère, Félix, né à Renaix (Belgique) en 1841, employé chez M. J. Casse à Lille;

Digitized by Google

MM. Legrand, César, né à Lille en 1849, employé chez M. Rouzé és blain à Lille ;

Maliar, Michel, né à Valenciennes en 1840, employé à la Cie de Fives-Lille ;

Vandenbroucq, Jean, né à Alost (Belgique) en 1854, employé chez M. Ballieux-Lemaire, à Lille ;

Yvart, Evariste, né à Maresquel (Pas-de-Calais) en 1855, employé de la Cie du chemin de fer du Nord, aux ateliers de Fives-Lille.

PRIME PARNOT.

Quatre demandes avaient été adressées à la Société, en vue de l'obtention de la prime, fondée par Madame Vve Kindt née Parnot, en faveur du chauffeur-conducteur, qui se serait signalé par sa bonne conduite et sa régularité dans l'exercice de ses difficiles et pénibles fonctions.

La Commission a proposé d'accorder, cette année, cette prime à :

Vannès (François), né à Ath, le 29 mai 1832, travaillant comme chauffeur-conducteur chez M. Vinchon, à Roubaix, depuis 1866. Dans cet établissement, Vannès conduit et surveille trois machines et huit générateurs.

La Commission a en outre examiné avec le plus grand plaisir un petit modèle de machine à vapeur, construit par M. Fortry (Désiré), muni du brevet supérieur, chauffeur-conducteur, chez M. Gavelle, à Lille. Cet ouvrier a construit cette machine pendant ses moments de loisir, en vue d'y appliquer l'invention qu'il avait faite, de remplacer le tiroir destiné à la distribution de la vapeur par un piston. La Société, sur la proposition de sa Commission, a voulu encourager le zèle et l'amour de l'étude chez Fortry, en lui accordant une médaille de bronze et une somme de 100 francs.

Digitized by Google

MÉDAILLES D'HONNEUR AUX VIEUX SERVITEURS.

I. — Agents de l'industrie manufacturière.

1° François FREMAUX, contre-maître de tissage depuis 54 ans, dans la fabrique de tissus de MM. Scrépel-Roussel et fils, à Roubaix.

Pendant sa longue carrière, il s'est toujours distingué par les qualités qui font les excellents travailleurs et que M. Scrépel-Roussel résume en ces termes : L'abnégation, la fidélité, l'économie et le dévouement.

2° Célestin COUTREZ, crêmeur de fils, depuis 54 ans, dans la manufacture de toiles de MM. Dubois et Charvet-Colombier, à Armentières.

Sa conduite irréprochable ne s'est jamais démentie pendant plus d'un demi-siècle ; c'est le type accompli de l'honnête ouvrier.

3° Antoine DESSAUVAGES, fileur de laine, depuis 45 ans, chez MM. Motte-Dewavrin, à Tourcoing.

Déjà l'année dernière, la Société des Sciences a décerné à son frère Augustin une médaille pour ses bons services dans la même maison ; Antoine ne s'est pas moins distingué que lui ; défenseur assidu des intérêts de ses patrons, il n'a jamais manqué d'y veiller avec la plus scrupuleuse attention, ni de maintenir ses camarades dans le respect de la discipline intérieure.

4° Charles DUHAMEL, rubanier, depuis 44 ans chez MM. Lauwick frères et Galland à Comines.

Duhamel s'est toujours fait remarquer par une conduite des plus régulières ; constamment soumis et dévoué à ses patrons, assidu au travail le lundi comme les autres jours ; MM. Lauwick le déclarent digne à tous égards de la distinction sollicitée pour lui.

5° Joseph SELOSSE, filtier, depuis 43 ans chez M. Verstraete, à Lomme.

Il n'a quitté les ateliers que pour remplir ses devoirs envers le pays comme soldat, et depuis son retour s'y est comporté dignement et sans reproches.

Digitized by Google

6° Désiré DURIEZ, fileur de lin et d'étoupes, depuis 42 ans, chez MM. Desurmont, à Seclin.

Conduite irréprochable.

7° Pierre DELEFORTRIE, contre-maître de lavage, depuis 41 ans chez M. Scalabre-Delcour, filateur de laine, à Tourcoing.

Delefortrie, chargé du lavage de la laine brute ou filée, est parvenu à réaliser, par l'emploi bien entendu du savon et de la potasse, une économie considérable; et le lavage de la laine a atteint, entre ses mains, un haut degré de perfection. — Il peut être cité comme le modèle des ouvriers.

8° Jean-Baptiste DESTOMBES, contre-maître de retordage depuis 41 ans, dans le même établissement.

Après Delefortrie, mais avec de non moins grandes qualités, s'avance Destombes. Comme lui, il a apporté dans les métiers à retordre qu'il est chargé de surveiller, des perfectionnements notables, et dirige d'une manière admirable (ce sont les expressions de M. Scalabre-Delcourt), un grand nombre d'ouvriers qu'il a formés lui-même.

Il est père de douze enfants dont six travaillent dans l'usine où s'écoulèrent ses jours. La vie de cet excellent contre-maître a toujours été exemplaire.

9° Jean-Baptiste DESPREZ, ourdisseur, depuis 41 ans chez MM. Lemaître-Demeestère et fils, fabricants de toiles, à Halluin.

Appliqué à son travail, il a élevé honnêtement sa famille, et, dans son intérieur comme dans les ateliers, n'a cessé de tenir une conduite digne d'éloges.

10° Lucien PAURICHE, tisserand à la main, aujourd'hui concierge et homme de confiance, depuis 40 ans chez M. Dominique Delécaille, fabricant de toiles, à Armentières.

Les qualités exceptionnelles de Pauriche, son dévouement, son honnêteté sont tellement connus à Armentières, que M. Delécaille, à titre de recommandation spéciale, n'hésite pas à déclarer que les industriels et ouvriers qui apprendront cet acte de justice y applaudiront avec bonheur.

Digitized by Google

J'ajouterai que M. le maire d'Armentières s'est associé avec empressement aux éloges de M. Delécaille.

11° Marie VANHUSSEL, soigneuse de préparations, depuis 38 ans chez MM. Lefebvre-Horrent frères, filateurs de coton, à Lille.

Conduite irréprochable, énergie et application au travail. MM. Lefebvre-Horrent n'ont, disent-ils, qu'à se louer de ses bons services.

12° Louis DACHE, peigneur de lin et contre-maître, depuis 37 ans chez M. Mahieu-Delangre, à Armentières.

Mêmes recommandations et mêmes qualités.

13° Louis MARTINACHE, magasinier, depuis 35 ans dans la filature de Mme veuve Gustave Toussin, à Lille.

Depuis 1875, Martinache nous est recommandé par ses patrons, comme digne à tous égards d'une récompense. Précédé par des candidats plus anciens que lui, nous avions dû l'écarter, mais la Société des Sciences est heureuse, en décernant cette année une médaille à ce vieux serviteur, de rendre une éclatante justice à une existence dont les traits principaux sont la fidélité, le dévouement, et une ardeur au travail que l'âge n'a pu refroidir.

14° Fidèle HENNEBOT, directeur d'échantillonnage, depuis 32 ans chez M. Dubar-Delespaul, fabricant de tissus, à Roubaix.

Le père d'Hennebot était entré dans la fabrique au moment de sa fondation, en 1828; lorsque la mort vint le frapper, son fils quoique bien jeune encore lui succéda, et mérita par son intelligence et son aptitude d'occuper son emploi. Depuis, Fidèle, digne du nom qu'il porte, suivant l'expression de M. Dubar-Delespaul, n'a cessé de rendre les plus grands services par son talent à traduire les conceptions du fabricant.

Père de cinq enfants, Hennebot a déjà pu en placer deux dans la fabrique; ils marchent sur ses traces.

Digitized by Google

II. — Ouvriers de corps de métiers.

1° Louis LECLERCQ, plieur de pannes, depuis 53 ans, chez M Delannoy, fabricant de pannes et carreaux, à Hallennes-lez-Haubourdin.

Cet ouvrier a su, par sa bonne conduite et son travail, mériter l'estime de tous ses camarades. Jamais il n'a quitté son travail pour le cabaret; veuf depuis 18 ans, il a élevé honorablement une famille de sept enfants, dont l'un est aujourd'hui gendarme, et l'autre, gardien à la maison centrale de Loos.

Louis Leclercq est fondateur de la société de secours mutuels de Sequedin, qui a rendu, depuis 1841, de grands services aux pauvres ouvriers de cette commune.

2° Joséphine GOUPIL, tailleuse, depuis 45 ans, dans l'atelier de Mlles Remond sœurs, à Lille.

Ce ne sont pas seulement ses longs services qui la recommandent à nos suffrages, mais encore le plus admirable dévouement vis-à-vis de ses parents. Restée seule de sa famille pour soutenir une mère infirme et un père incapable de travailler; elle n'a pas failli un seul instant à sa tâche. Elle a entouré sa mère et son père des soins les plus touchants jusqu'à leur dernière heure, partagé avec eux, le modeste produit de son travail.

3° Etienne LOYEZ, blanchisseur de toiles, depuis 42 ans, chez M. Wartelle-Boniface, à Herrin.

Probe, dévoué, tempérant, il occupe maintenant les fonctions de contremaître dans cet établissement.

4° Chrysostome BALOIS, tailleur, depuis 40 ans dans l'atelier de M. Désiré Farvacque, à Tourcoing.

Entré dans cet atelier en 1836, Balois n'a jamais perdu une heure volontairement.

D'une probité à toute épreuve, d'une conduite exemplaire, il a su

Digitized by Google

conquérir l'estime et l'affection de tous ceux qui le connaissaient; modèle des fils, comme il est le modèle des ouvriers, il a puissamment aidé son père à élever une famille de six enfants.

Aujourd'hui encore il est le seul soutien d'une sœur devenue folle.

5° Philippe LOCQUEMANT, carton ou charretier, depuis 40 ans, dans la brasserie de Madame veuve Corman-Honoré, à Lille.

Cet excellent ouvrier a montré en toutes circonstances un zèle exceptionnel, et son attachement pour ses maîtres est véritablement digne d'éloges. Il est le doyen du personnel de la brasserie de Madame veuve Corman, et, à ce titre, entouré de la respectueuse sympathie de tous ses camarades.

6° Pierre AGACHE, teinturier-apprêteur depuis 37 ans, chez M. Descat-Leleux, à Lille.

En décernant une médaille à Agache, la Société des Sciences couronnera une existence modeste, toute de dévouement et d'application à ses fonctions. Atteint par des infirmités, incapable de remplir son emploi, il est depuis un an en possession d'une petite pension, due à la générosité de ses patrons et qui le met à l'abri du besoin.

7° Pierre LEFEBVRE, chocolatier, depuis 37 ans, chez M. Wattrelot-Delespaul, à Lille.

Bon père de famille, il a élevé ses nombreux enfants dans l'amour de l'ordre et du travail, qui a fait la règle de sa vie.

8° Charles BOIDIN, tanneur, depuis 36 ans, chez les fils Cardier aîné, à La Bassée.

Excellente conduite et exactitude au travail.

9° François FLAMENT, contre-maître, depuis 36 ans dans la fabrique de poterie d'étain de Madame veuve Falize-Fromont, à Lille (ancienne maison Rudot).

Orphelin, élevé par la charité publique, il n'est point sorti de la maison où tout enfant, il avait été placé en apprentissage; grâce à son intelligence et à son énergie, il y est devenu contre-maître, et, depuis la mort de M. Rudot fils, survenue en 1865, il dirige seul l'atelier.

Digitized by Google

Sa famille se compose de cinq enfants, élevés dans les meilleurs principes, par une mère qui obtenait, il y a dix ans, du Bureau de Bienfaisance, une prime pour l'ordre et la bonne tenue de son logement.

10° Louis LOGIE, ouvrier, depuis 36 ans, dans la fabrique d'huiles de M. Dupont-Bonduel, à Halluin.

Logie est le type du bon ouvrier; rangé, sobre, économe. M. Dupont ne l'a jamais vu ivre, et, le lundi matin comme le samedi soir, il est toujours le premier et le dernier au travail.

Il y a un an, il a été victime d'un accident qui a nécessité l'amputation d'un bras, mais ce malheur n'a fait que resserrer les liens qui unissaient le patron à l'ouvrier et, depuis ce jour, il continue dans la fabrique à rendre tous les services que comporte son état.

11° Philippe GRAVIER, emballeur, depuis 35 ans, chez MM. P. Sonck et neveu, négociants en toiles, à Lille.

Il s'est toujours distingué par sa probité et ses bons services. Lors de l'incendie de la filature de M. Émile Verstraete, rue de Béthune, il a fait preuve d'un grand courage. Cette énergie ne l'a du reste pas abandonné dans les circonstances les plus critiques. Pendant les quatre années qui précédèrent la mort de sa femme, survenue le 2 février dernier, il passait une partie de ses nuits à veiller au chevet de cette malheureuse, atteinte d'une affection incurable, et le matin il était toujours le premier au travail.

12° Benoni WAYMEL, maçon, depuis 35 ans, chez M. Delinselle, à Lille.

Ouvrier honnête, courageux, d'une excellente conduite, Waymel est en même temps le modèle des bons pères de famille. Il a sacrifié sa santé, sans trêve ni repos, pour élever convenablement une famille de sept enfants.

III. — Ouvriers en métaux, produits chimiques, peintres en bâtiments, etc.

1° Daniel DELESPIERRE, contre-maître, depuis 41 ans, chez M. Harding-Cocker, fabricant de peignes et de pointes d'acier pour filatures, à

Digitized by Google

Entré comme ouvrier, en 1839, Delespierre devint contre-maître en 1853, et depuis 26 ans, il n'a cessé de donner des preuves d'intelligence, de capacité et de régularité dans ses fonctions. Il a, dit M. Harding-Cocker, par ses bons soins et ses connaissances spéciales, contribué pour une bonne part aux progrès réalisés dans mon industrie.

Delespierre vient d'obtenir à l'Exposition universelle de 1878 une médaille de bronze comme collaborateur de son patron. — De tels hommes peuvent être cités, comme exemple à suivre, à la classe des travailleurs.

2° Marie DE BOOCKE, rangeuse de pointes, depuis 36 ans, dans la fabrique de peignes pour filatures de Madame veuve Ward, à Lille.

Les attestations les plus touchantes recommandent Marie de Brocke à vos sympathies. Sa conduite a toujours été parfaite : son intelligence et son aptitude sont telles que, sous la direction de M. John Ward, elle a apporté à l'industrie des peignes des perfectionnements importants. Les spécimens de peignes envoyés aux Expositions de Paris de 1855 et 1867, étaient son œuvre. Elle est la fondatrice des écoles dominicales pour les jeunes filles flamandes de Moulins-Lille et présidente des enfants de Marie depuis 1860.

En 1848, après la mort de son père, elle a pourvu à tous les besoins de ses frères et de sa mère, et pour ne point abandonner cette dernière, elle a refusé plusieurs propositions de mariage des plus avantageuses.

3° Géry DÉCHIN, peintre de formes à sucre, depuis 36 ans, chez MM. Bernard frères, à Lille.

Laborieux, rangé et consciencieux, Déchin, par ses bons et loyaux services, a su conquérir toute la confiance et l'affection de ses patrons.

Nous nous plaisons à constater que chez MM. Bernard frères de tels exemples sont fréquents, et que chaque année la Société des Sciences est heureuse de revoir leurs anciens serviteurs.

4° Paul CHENOY, ouvrier, depuis 32 ans, à la raffinerie de salpêtre de Lille.

Excellent ouvrier, recommandé de la manière la plus pressante par ses chefs comme méritant une distinction exceptionnelle.

Digitized by Google

5e Adolphe CROMBET, mécanicien, depuis 32 ans, chez M. Henry Loyer et fils, filateurs de coton, à Lille.

Crombet, spécialement attaché à l'installation et à la réparation des machines, a su, par d'intelligentes combinaisons, agencer le matériel aux besoins si minutieux de la filature de cotons extra-fins. Sa bonne conduite et sa probité ne se sont jamais démenties. — C'est un homme pratique, qui a contribué à la prospérité de cette importante maison.

Déjà, en 1869, la Société des Sciences l'avait encouragé à l'occasion de l'offre par lui faite d'une petite machine, qui servit pendant plusieurs années à l'école des chauffeurs.

Cette année il a obtenu, à l'Exposition universelle, une mention honorable comme collaborateur de la maison Henri Loyer et fils.

6° César BOUTRY, attaché depuis 28 ans au laboratoire de chimie de la raffinerie de salpêtre de Lille.

Boutry est un rare exemple de l'exactitude et de la fidélité à l'accomplissement de tous les devoirs qui incombent à l'ouvrier, et au père de famille. Depuis 28 ans, il n'a jamais manqué à son travail et cependant il fait chaque jour à pied le trajet de Pont-à-Marcq à Lille, pour ne point se séparer de sa femme et de ses enfants.

Touchant exemple de la puissance et des charmes de la vie de famille.

7° Alexandre CENSE, fondeur stéréotypeur, depuis 30 ans, chez M. Lefebvre-Ducrocq, imprimeur à Lille.

Homme d'une grande probité, il occupe chez M. Lefebvre-Ducrocq, une situation véritablement exceptionnelle à la caisse et dans les ateliers. Objet de la part des autres ouvriers d'un respectueux attachement, il est devenu l'ami de ses patrons.

Il est père de cinq enfants dont deux sont déjà attachés à l'imprimerie Lefebvre-Ducrocq.

Digitized by Google

IV. — Hommes et femmes de confiance.

1° Amand DUJARDIN, employé aux écritures et caissier depuis 33 ans dans l'usine de M. Roussel-Defontaine, maire de Tourcoing.

Dujardin est une de ces natures vis-à-vis desquelles expire l'éloge; ses patrons, pour le peindre, n'ont pu que signaler sa fidélité et sa probité, comme presque proverbiales (mot étrange et que je conserve à dessein), son assiduité au travail, remarquable, sa conduite, excellente, sa vie employée à la défense de leurs intérêts, et pour résumer le tout par un mot: c'est un employé modèle.

A cet homme d'élite, Messieurs, la Société décerne une médaille d'honneur grand module.

2° Virginie DELCROIX, 42 ans de services, domestique chez Madame veuve Bigo-Tilloy, à Esquermes.

Après avoir passé neuf années chez Mlle Dusoubé, qu'elle entoura des soins les plus touchants et à qui elle ferma les yeux en 1845, Virginie Delcroix entra chez Madame Bigo-Tilloy. Sa maîtresse se plaît à reconnaître qu'elle lui a donné, en toute occasion, les marques les plus éclatantes de sa fidélité et de son attachement jusqu'à ce jour.

3° Louise TIGIE, domestique depuis 41 ans, chez M. Debaudringhien, fabricant de lingeries, à Roubaix.

Depuis 1838, elle s'est entièrement dévouée aux intérêts de ses maîtres, qui lui rendent cette justice, qu'elle les a puissamment aidés à traverser les rudes épreuves de la vie. Sa probité et sa moralité n'ont d'égales que sa modestie, et aujourd'hui elle trouve sa récompense dans l'affection de toute une famille qui la compte au nombre de ses membres.

4° Louis DELEBECQ, homme de confiance depuis 38 ans, chez MM. Delobelle frères, blanchisseurs de toiles, à Marcq-en-Barœul.

Esclave du devoir, Delebecq n'a jamais perdu ni une heure, ni un jour.

Son honnêteté est tellement appréciée, que les patrons lui confient leurs dépenses et leurs recettes journalières. Un seul mot suffira pour apprécier

Digitized by Google

on attachement à leur personne ; il a refusé, pour demeurer auprès d'eux, les offres les plus séduisantes

5° Clotilde CRUQUE, fille de confiance, depuis 36 ans chez M. Réquillart-Desaint, propriétaire à Roubaix.

Entrée à 13 ans chez M. Réquillart, Clotilde, formée par sa maîtresse, devint bientôt une cuisinière habile, ayant à cœur de défendre la bourse de ses maîtres, chose rare !

Après la mort de Mme Réquillart, survenue il y a 15 ans, Clotilde fut investie de la direction du ménage ; dans cette situation, elle révéla les qualités les plus recommandables : affection, sollicitude et respect. Enfin disons qu'elle fut aussi la providence de sa famille.

6° Catherine BRUNIN, domestique, depuis 35 ans chez Mlle Sylvie Dewavrin, propriétaire, à Tourcoing.

En toute occasion, Catherine s'est signalée par le plus admirable dévouement ; pendant quatre années, elle prodigua à Mlle Louise Dewavrin, atteinte d'une douloureuse maladie, les soins les plus affectueux et les plus délicats. Un autre membre de la famille mourut également en la bénissant, et aujourd'hui, par son inaltérable dévouement, elle acquiert à chaque instant de nouveaux droits à la reconnaissance de sa maîtresse.

7° Amélie DOLPHENS, fille de confiance, depuis 33 ans, chez Mme veuve Bernard, propriétaire, à Tourcoing.

Courageuse, active, intelligente, d'un caractère égal et d'une conduite irréprochable, Catherine se prodigue encore, à chaque heure du jour et de la nuit, auprès de deux vieillards, la mère et l'oncle de Mme Bernard, dont elle adoucit les derniers jours.

8° Zénaïde WILMOT, fille de confiance, depuis 32 ans, chez M. Lecœuvre-Meurant, marchand-pâtissier, à Lille.

Pendant la longue maladie qui précéda la mort de M. Meurant, elle lui rendit tous les services que peut nécessiter une paralysie générale, et ils sont infinis ; son abnégation ne se démentit jamais. Plus tard elle apporta au lit de sa maîtresse le même dévouement. Enfin, aujourd'hui, c'est à de jeunes enfants qu'elle prodigue tous les soins de la plus tendre mère.

Digitized by Google

9o Rose CATTEAU, domestique depuis 54 ans, chez M. Musin-Lespagnol, propriétaire, à Roubaix.

Au fur et à mesure que nous avançons, le rôle de votre rapporteur, obligé de relater sans cesse les mêmes actions louables, devient de plus en plus difficile. Aussi, pour échapper à cet embarras, vous me permettrez, en terminant, de céder la parole à un vénérable vieillard de 81 ans, qui vous recommande sa fidèle domestique.

« Rose est entrée à mon service en 1823, et depuis ce jour elle ne m'a jamais quitté. Infatigable à la besogne, rien ne la rebutait: indépendamment de sa cuisine, elle tenait encore à m'aider dans les plus lourds travaux de ma profession de pharmacien.

» Non-seulement elle a donné à mes enfants, dont plusieurs sont morts en bas-âge, les soins les plus vigilants, mais encore elle s'est multipliée lorsque j'ai eu le malheur de perdre ma femme en 1854. — Rose est charitable, et malgré ses faibles ressources, elle venait souvent en aide à ses frères, dont l'un était chargé de famille.

» Enfin je ne saurais vous dire les attentions qu'elle a pour moi. Elle est d'une grande piété. Eh bien, afin que mon service n'en souffre pas, malgré son grand âge, elle se lève tous les jours, hiver comme été, à quatre heures et demie, afin de ne pas manquer la messe de cinq heures. »

Je ne finirais pas, Messieurs, si je voulais tout vous raconter. Mais vous penserez, je l'espère, que jamais récompense ne fut mieux méritée.

La Société des Sciences, Messieurs, n'a point été sourde aux vœux du bon vieillard.

Digitized by Google

Digitized by Google

PROGRAMME DES CONCOURS

OUVERTS PAR LA

SOCIÉTÉ DES SCIENCES, DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS DE LILLE,

POUR L'ANNÉE 1879.

PRIX WICAR.

FONDATION DU PRIX WICAR.

(Extrait du procès-verbal de la séance du 19 mars 1865.)

La Société arrête les résolutions suivantes :

1° Il est fondé un prix annuel qui portera la dénomination de PRIX WICAR. — Ce prix, dans l'état actuel des ressources de la Société, sera de 1,000 francs;

2° Le PRIX WICAR sera attribué successivement et par année, aux diverses branches d'études, lesquelles seront, à cet effet, partagées en trois sections, comme suit :

Section de la Littérature et des Beaux-Arts : Littérature, poésie, architecture, peinture, sculpture, etc.

Section des Sciences : Physique, chimie, mécanique, médecine, etc.; sciences industrielles.

Section des Sciences historiques, morales et économiques.

Digitized by Google

3° Un prix ne pourra être réduit ni partagé ; il ne sera pas attribué de mentions honorables.

Dans le cas où le prix attribué à une section ne serait pas décerné la première année, le concours restera ouvert pour les années suivantes, jusqu'à ce que le prix soit décerné ou jusqu'à ce que le roulement triennal ramène le prix dans la même section. Dans ce dernier cas, la Société aura à ouvrir de nouveau, dans cette même section, un concours pour lequel la somme affectée au prix nouveau sera ajoutée à celle du prix resté sans emploi ; il pourra alors être proposé deux prix, ou un seul de valeur double.

Pour extrait :

Le Secrétaire-Général,
P. GUIRAUDET.

Pour le Président absent :

Le Vice-Président,
J. GIRARDIN.

Digitized by Google

PRIX WICAR.

1879. — SCIENCES.

(Non accordé en 1878).

Étudier mathématiquement et expérimentalement les ondes qui se produisent par suite de l'immersion d'un corps solide dans une eau tranquille, ou par suite de son émersion. On désire voir simplifier les théories données sur ce sujet par Poisson et Cauchy. On pourrait se borner au cas où le mouvement ne se fait que dans un seul sens, comme le long d'un canal.

1879. — HISTOIRE, ÉCONOMIE SOCIALE.

Faire l'historique de l'une des grandes industries du département du Nord, en signalant les diverses phases de son développement et indiquant son avenir probable.

Établir l'état actuel de l'industrie dont on parlera, d'après une statistique dont les éléments, puisés aux sources officielles, pourront être contrôlés.

1880. — LITTÉRATURE.

Étude littéraire sur Philippe de Comines ou sur un des écrivains célèbres du nord de la France.

1881. — SCIENCES.

Etudier l'embryogénie et l'anatomie de quelques groupes des Cestodes.

Digitized by Google

DISPOSITIONS GÉNÉRALES POUR LES CONCOURS WICAR.

Les pièces destinées au Concours pour le prix Wicar doivent être adressées *franc de port* au Secrétariat-Général de la Société, à l'Hôtel-de-Ville, à Lille. Passé le 15 octobre, aucune pièce ne sera admise.

La Société fera connaître, par la voie des journaux de Lille, quels sont les travaux reçus pour le concours.

Chaque envoi portera une épigraphe reproduite en forme d'adresse sur un billet cacheté contenant l'indication des nom, prénoms, qualités et domiciles de l'auteur, avec une attestation signée de lui, constatant que les travaux ou dessins envoyés sont inédits et ne sont la reproduction d'aucune œuvre exécutée ou publiée, L'inexactitude reconnue de cette affirmation entraînerait la mise hors de concours.

Il ne sera ouvert d'autre billet que celui qui correspondra à l'œuvre couronnée.

Pour tous renseignements, s'adresser au Secrétaire-Général de la Société.

Le Président,
LAVAINNE.

Le Secrétaire-Général,
A. DE NORGUET.

Digitized by Google

PRIX PINGRENON.

Par testament des 18 septembre 1875 et 10 juin 1876, M. le docteur Pingrenon, ancien médecin principal de 1re classe, a légué à la Société des Sciences de Lille, une rente sur l'État 3 %, de 250 francs, pour la fondation d'un prix bis-annuel de 500 francs, à décerner à un travail d'hygiène ou de médecine relatif à la ville de Lille.

Pour 1879, la Société attribuera ce prix au meilleur ouvrage d'hygiène ou de médecine relatif à la ville de Lille, dont le choix est laissé à la discrétion des concurrents. Toutefois, elle indique les deux questions suivantes comme devant fixer plus particulièrement leur attention :

1° *De l'Alcoolisme à Lille.* Étudier la composition et décrire les effets morbides des boissons fermentées principalement consommées à Lille.

2° *Des causes de la mortalité chez les nouveau-nés dans la ville de Lille, et des moyens de la diminuer.*

Digitized by Google

PRIX ANNUELS.

PROGRAMME.

La Société des Sciences, de l'Agriculture et des Arts de Lille décernera, s'il y a lieu, des MEDAILLES d'OR, de VERMEIL, d'ARGENT et de BRONZE, aux auteurs des travaux qui lui seront adressés sur les sujets désignés ci-après.

Elle se réserve de joindre à la médaille un prix en argent, lorsque le mémoire couronné sera de nature à avoir exigé des dépenses de la part de l'auteur.

Les pièces ou mémoires couronnés pourront être publiés par la Société.

Par décision particulière, prise le 17 mars 1865, la première médaille d'or décernée pour la meilleure pièce de poésie ou de littérature, sera remplacée par un objet d'art.

Digitized by Google

I. — SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

1° Faire l'étude historique d'une des théories principales de la physique.

2° Étudier la dispersion anormale des diverses dissolutions qui jouissent de cette propriété, et chercher si l'on peut déduire de cette étude la dispersion de la substance solide elle-même.

3° Étude des questions physiques et chimiques qui se rapportent à la fabrication du sucre.

4° Recherches sur les matières colorantes.

5° Recherches nouvelles sur les matières décolorantes, et leur application au blanchîment des fibres textiles.

6° Production industrielle de l'ozone et application de ce corps.

7° Théorie du vol des oiseaux.

II. — SCIENCES NATURELLES.

1° Faire connaître la distribution des végétaux fossiles dans une ou plusieurs concessions du bassin houiller du Nord de la France, et indiquer les conclusions que l'on peut tirer de cette distribution par rapport à la constitution géologique du bassin et à son mode de formation.

2° Analyse chimique et minéralogique des sables et principales roches du département. Conséquences qu'on peut en tirer quant à leur origine géologique et leur emploi dans l'industrie.

3° Description géologique d'un des cantons du département.

4° Etude sur la géographie botanique du Nord de la France.

Digitized by Google

5° Etudier les mouvements éprouvés par le littoral du Nord de la France depuis les époques historiques.

6° Étude anatomique et zoologique des éponges de nos côtes. Comparaison des spongiaires actuels avec les types paléontologiques du même groupe.

7° Etude de la Flore maritime du littoral du Nord et du Pas-de-Calais

8° Etudier les phénomènes cadavériques qui précèdent la période de putréfaction, à l'effet de déterminer par des recherches positives à quelle époque apparaît et cesse la rigidité chez l'adulte et l'enfant nouveau-né.

Tirer de cette étude des applications à la médecine légale.

III. — INDUSTRIE.

1° Mesure des quantités de force exigées par les différents appareils d'une mécanique quelconque.

2° Monographie des principaux accidents de machines à vapeur survenus dans l'arrondissement de Lille depuis dix ans ; les étudier dans leurs causes et leurs effets.

IV. — AGRICULTURE.

1° Faire la carte agronomique d'un des cantons du département.

2° Faire une statistique raisonnée de l'agriculture de l'arrondissement de Lille, de 1850 jusqu'à ce jour.

3° Faire l'histoire du développement et des progrès de l'agriculture du département du Nord, depuis les temps anciens jusqu'à nos jours.

Digitized by Google

V. — ÉCONOMIE SOCIALE.

1° Etudier les tarifs des Traités de commerce entre la France et l'Angleterre et leur influence sur le développement de l'industrie dans le département du Nord.

2° Etudier, en les comparant aux impôts actuels, les impôts ou redevances qui pesaient, avant 1789, sur les propriétés et sur les personnes, dans le département du Nord.

VI. — LÉGISLATION.

1° Étude des prescriptions légales sur les appareils de sûreté des machines à vapeur.

2° Étude des prescriptions légales sur le travail des enfants dans les manufactures.

3° Etude sur les coutumes de Lille, comparer les dispositions principales de cette législation au droit romain, au droit germanique et aux codes qui nous régissent actuellement.

VII. — HISTOIRE.

1° Histoire d'un ou plusieurs établissements civils ou religieux du département du Nord.

2° Histoire d'une institution judiciaire dans le département du Nord.

3° Histoire d'une ou de plusieurs institutions charitables ou hospitalières du département du Nord.

4° Histoire d'une commune rurale du département du Nord.

5° Étude comparative d'après les données de l'archéologie et de l'histoire, sur la topographie, les enceintes successives et les monuments de l'une des villes du département du Nord. Le mémoire doit être accompagné de plans.

Digitized by Google

6° Études sur les invasions dans le département du Nord depuis 1789 jusqu'à nos jours, au point de vue de la défense de la frontière N.-E. de la France.

7° Biographie d'un ou plusieurs personnages célèbres du département du Nord.

8° Album de vues photographiques ou de dessins des monuments civils ou religieux et des maisons particulières intéressantes, antérieures au XIX^e^ siècle, d'une ville du département du Nord.

VIII. — LITTÉRATURE ET POÉSIE.

1° Chaque année il sera ouvert un concours de poésie et décerné des médailles aux auteurs des meilleures pièces de vers : le sujet est laissé à la disposition des concurrents.

Les poètes déjà récompensés d'une médaille d'or par la Société sont exclus du concours.

Chaque poésie devra être accompagnée d'une lettre d'envoi, SIGNÉE DE L'ÉPIGRAPHE, où on affirmera que la pièce est inédite, n'a été et ne sera présentée à aucun concours avant le 31 décembre suivant.

IX. — BEAUX-ARTS.

1° Il sera décerné des médailles aux meilleures œuvres d'art (peinture, sculpture, etc.), intéressant l'histoire locale, ou faites par un artiste né dans le département ou y demeurant.

2° Il sera décerné une médaille à l'auteur d'une œuvre musicale remarquable, telle que symphonie, ouverture, chœur avec ou sans accompagnement.

Pour une œuvre de chant sans accompagnement ou avec accompagnement de piano, la médaille pourra être remplacée par la publication aux frais de la Société.

Digitized by Google

X. — ARTS INDUSTRIELS.

La Société décernera des médailles aux auteurs des meilleurs objets d'art industriel faits pendant l'année 1878.

Les concurrents pourront, à défaut de l'objet, présenter des dessins accompagnés de photographies.

XI. — ENCOURAGEMENTS DIVERS.

La Société se réserve de récompenser et d'encourager, par des primes et par des médailles, les auteurs de productions ou travaux historiques, scientifiques, littéraires, artistiques, agricoles et industriels non mentionnés dans le présent programme.

Elle pourra même récompenser l'importation dans l'arrondissement de Lille, d'une industrie nouvelle ou de procédés industriels nouveaux, et, en général, tout travail ayant pu exercer une influence heureuse sur la situation du pays.

XII. — RÉCOMPENSES AUX AGENTS INDUSTRIELS.

La Société décerne chaque année des médailles d'honneur aux vieux serviteurs, pour leurs bons et longs services, sans interruption, chez le même patron, joints à une conduite irréprochable.

Les demandes doivent être faites par les patrons et maîtres et adressées, avant le 15 octobre, au Secrétaire général.

XIII. — PRIME PARNOT.

En vertu de la fondation faite par M^me^ veuve Parnot, la Société décernera une somme de 100 francs au chauffeur qui se sera fait remarquer par sa bonne conduite et

Digitized by Google

les soins qu'il aura apportés dans l'exercice de ses fonctions. Une annonce insérée dans les journaux invitera les propriétaires de machines à vapeur et les industriels, à adresser, en temps utile, à la Société, les noms et titres de leurs employés qu'ils jugeront dignes de cette récompense.

CONDITIONS GÉNÉRALES DU CONCOURS.

Chaque année, les mémoires et travaux présentés au Concours seront adressés, *franc de port*, au Secrétaire général de la Société, à l'Hôtel-de-Ville, avant le 15 octobre.

Chaque envoi portera une épigraphe, reproduite en forme d'adresse sur un billet cacheté, contenant l'indication du nom et du domicile de l'auteur, avec une attestation, signée de lui, constatant que le travail envoyé est inédit et n'a été présenté, antérieurement, à aucun Concours. Ce billet ne sera ouvert que dans le cas où le concurrent aurait mérité une récompense.

Le Président,
LAVAINNE.

Le Secrétaire-Général,
A.DE NORGUET.

Digitized by Google

BULLETIN DES SÉANCES

DE L'ANNÉE 1878.

SÉANCE DU 4 JANVIER.

Installation du Bureau. — M. le Bibliothécaire présente le rapport suivant sur le personnel de la Société :

Au 1^er^ janvier 1877, la Société comptait 49 Membres résidants. Elle en a perdu trois en 1877 : MM. DE MELUN et FLAMANT, devenus correspondants, et M. BENVIGNAT, décédé.

Elle a reçu M. le docteur WANNEBROUCK, M. MARTEAU et M. HENRY. Le nombre des Membres résidants est donc aujourd'hui, comme il y a un an, de 49.

Dans le courant de 1877, la Société a mis à exécution l'article de son règlement qui instituait des *Membres associés;* elle en a nommé 20, savoir : MM. BARRÉ DE SAINT-VENANT, Ingénieur en chef; DAVAINE, Docteur en médecine ; Jules BRETON, Artiste peintre; général FAIDHERBE ; FRANCK ; Jean GIRARDIN ; Jules GUÉRIN, Docteur en médecine; LA CAZE DU THIERS, Professeur à la Faculté des Sciences de Paris; LARREY, Docteur en médecine; Léon LEFORT, Docteur en médecine; MILNE-EDWARDS, Professeur au Muséum de Paris; NADAUD, homme de lettres; PASTEUR, Professeur à la Faculté des Sciences de Paris ; ROCHE, Professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier : SERRET, Professeur de mécanique céleste au Collége de France ; THIERS, Membre de l'Institut; YVON-VILLARCEAU, Astronome ; DUBRUNFAUT, Chimiste-Manufacturier ;

Digitized by Google

Ambroise THOMAS, Directeur du Conservatoire de Paris; GEVAERT, Directeur du Conservatoire de Bruxelles.

La mort de M. THIERS a réduit ce nombre à 19. Dix-sept de ces Membres étaient correspondants avant de devenir Associés, leurs noms doivent donc être retranchés de la liste de nos Membres correspondants. Il faut aussi en effacer MM. JEANRON, ZANDYCK et DE GODEFROY-MENILGLAISE, décédés, et y ajouter MM. DE MELUN et FLAMANT, anciens titulaires, et D'HERVEY DE SAINT-DENYS, nommé le 20 avril.

En résumé nous comptons, le 1^er^ janvier 1878 : 49 Membres titulaires, 93 correspondants, 19 associés.

SÉANCE DU 18 JANVIER:

L'abbé DEHAISNE continue la lecture de son Mémoire sur cette question : *L'Espagne a-t-elle exercé une influence artistique dans les Pays-Bas?*

SÉANCE DU 1^er^ FÉVRIER.

Annonce d'une souscription destinée à offrir un objet d'art à M. F. KUHLMANN, — M. RIGAUX présente le rapport sur la candidature de M. DE SCHODT, au titre de Membre correspondant. — M. le Trésorier présente les comptes de 1877.— M. CASATI lit une Notice sur les objets d'Art et d'Archéologie du musée de Rosemborg, en Danemarck.

SÉANCE DU 15 FÉVRIER.

M. COLAS présente un rapport sur les envois de M. WUGK, pensionnaire Wicar. — M. HENRY lit une Note sur les racines du verbe *Etre* dans les langues indo-germaniques. — M. DE SCHODT est nommé correspondant. — M. BOUSSINESCQ donne le résumé d'un Mémoire sur la *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale.*

SÉANCE DU 1^er^ MARS.

Règlement du legs PINGRENON, qui donne à la Société une rente de 250 francs pour l'attribution, tous les deux ans, d'un prix de 500 francs au meilleur Mémoire de médecine ou d'hygiène relatif à la ville de Lille. — MM. CATALAN et le marquis D'HERVEY DE SAINT-DENYS sont nommés

Digitized by Google

Membres associés. — M. Lethierry lit un rapport sur le travail de M. Puton, Membre correspondant, intitulé : *Synopsis des lygœïdes de France.* — M. Violette présente et résume une Note de M. Duvillier sur la préparation du Chlorure d'Ethylène. — M. Henry achève le lecture de sa Note sur les racines du verbe *Etre.* — M. Telliez lit un travail sur l'origine de la propriété.

SÈANCE DU 15 MARS.

M. Roche, Membre correspondant, transmet une note sur la loi de rotation du soleil. — M. d'Henry, Membre correspondant, communique un Traité de sténographie, dont il est l'auteur.— M. Henry est nommé secrétaire de correspondance en remplacement de M. Dutilleul, démissionnaire.

SÉANCE DU 12 AVRIL.

M. Henry résume une brochure, dont il est l'auteur, sur la langue innok. — M. Terquem fait, devant la Société, diverses expériences destinées à démontrer la loi de la tension superficielle des liquides. — M. Deletombe, Membre correspondant, lit deux pièces de vers. — M. Aimé Houzé de l'Aulnoit entretien la Société de l'œuvre Pie Wicar, à Rome.

SÈANCE DU 8 MAI.

M. Violette présente au nom de M. Duvillier une note sur la préparation de l'acide isooxyvalérique. Le même Membre expose le résumé de ses travaux sur la sélection de la graine de betterave. — La Société discute une proposition de M. Rigaux relative à la bibliothèque.

SÉANCE DU 17 MAI.

Suite de la discussion relative à la bibliothèque. — M. Kuhlmann offre à la Société son portrait, par M. Colas.

SÈANCE DU 31 MAI

Suite de la discussion relative à la bibliothèque.— M. Aimé Houzé de l'Aulnoit continue l'exposé de la situation de l'œuvre Pie Wicar.

SÉANCE DU 7 JUIN.

M. Corenwinder lit une note sur l'influence des feuilles dans la pro

Digitized by Google

duction du sucre de betterave. — M. Terquem présente un mémoire de M. Duvillier sur les acides thioisooxyvalérianiques et thiodioxybutiriques. — M. Casati lit une Note sur des Faïences saxonnes et danoises inédites.

SÉANCE DU 21 JUIN.

M. Henry fait une communication verbale sur l'état actuel des connaissances en linguistique américaine.

SÉANCE DU 5 JUILLET.

M. Matrot annonce son départ de Lille. — M. Van Hende lit une Notice sur la famille Leblanc et sur un jeton de Guillaume Leblanc, maître de la Chambre des Comptes. — M. Wannebrouck présente un rapport sur deux travaux envoyés par M. Cambay, ancien Membre correspondant, relatifs au typhus et au choléra. — M. Cambay est réintégré sur la liste des correspondants. — M. Houdoy lit l'introduction de son histoire de l'imprimerie, à Lille.

SÉANCE DU 19 JUILLET.

M. Matrot est nommé Membre correspondant. — Annonce de la mort de M. Cox. — M. Houdoy achève de résumer son histoire de l'imprimerie, à Lille. — M. Casati résume les derniers articles du *Journal des savants*.

SÉANCE DU 2 AOUT.

M. Casati communique diverses Notes sur le musée royal de Dresde et sur l'histoire du Danemarck au XVIII^e^ siècle.

SÉANCE DU 4 OCTOBRE.

Proposition de M. Verly relative à la création, à Lille, d'une Société de géographie.

SÉANCE DU 18 OCTOBRE.

Communication de pièces pour le concours. — Le Bureau déclare vacants deux siéges de Membres titulaires. — M. Houdoy lit des fragments d'une histoire de la cathédrale de Cambrai. — Annonce de la mort du pensionnaire Wicar, de la Société, Ch. Wugk.

Digitized by Google

SÉANCE DU 8 NOVEMBRE.

MM. Ch. Barrois, Morat et Salomé posent leurs candidatures au titre de Membres titulaires. — Présentation de pièces de concours. — Nomination des Commissions de concours. — M. Houdoy lit de nouveaux fragments de l'histoire de la cathédrale de Cambrai — M. le docteur Houzé de l'Aulnoit rend compte du Congrès d'hygiène tenu récemment à Paris. — M. Deletombe lit le commencement d'un poëme intitulé : *la Croix de pierre.*

SÉANCE DU 15 NOVEMBRE.

Nomination des Commissions pour les trois candidatures de Membres résidants. — M. Houdoy lit un troisième fragment de l'histoire de la cathédrale de Cambrai. — M. le docteur Houzé de l'Aulnoit achève le compte-rendu du Congrès d'hygiène de Paris. — M. Deletombe lit un nouveau fragment de son poëme : *la Croix de pierre* — M. Violette présente deux travaux de M. Duvillier, sur l'acide Ethyloxybutirique et sur l'acide Méthyloxybutirique.

SÉANCE DU 22 NOVEMBRE.

Rapports sur les pièces du Concours. — M. Rigaux lit une Notice sur Bavai.

SÉANCE DU 29 NOVEMBRE.

Rapports du Concours. — M. Dutilleul lit trois pièces de vers.

SÉANCE DU 6 DÉCEMBRE.

Rapports du Concours. — Renouvellement du Bureau qui est composé de :

MM.	Parise,	*Président.*
	Houdoy,	*Vice-Président.*
	de Norguet,	*Secrétaire-général.*
	Henry,	*Secrétaire de correspondance.*
	Casate,	*Bibliothécaire.*
	Bachy,	*Trésorier.*

MM. Gosselet, Wannebrouck et Colas présentent les rapports sur les candidatures de MM. Barrois, Morat et Salomé,

Digitized by Google

SÉANCE DU 13 DÉCEMBRE.

Présentation d'un buste de M. Richebé, ancien Maire de Lille, par M. Houzé de l'Aulnoit. — M. le Président lit le discours qu'il doit prononcer à la séance publique ; M. le Secrétaire général, son rapport sur les travaux de l'année ; M. Henry, le rappport général des Concours. — On procèd à la révision du programme pour 1879.

SÉANCE DU 20 DÉCEMBRE.

Mi Henry rend compte du dernier numéro du *Journal des savants*. — MM. Ch. Barrois et Salomé sont nommés Membres titulaires. — On achève la révision du programme pour 1879.

Digitized by Google

LISTE DES MEMBRES

DE LA

SOCIÉTÉ DES SCIENCES, DE L'AGRICULTURE ET DES ARTS DE LILLE.

ANCIENS PRÉSIDENTS DE LA SOCIÉTÉ.

MM.

Becquet de Megille. — 1802, 1803.
Malus. — 1804.
Sachon. — 1804, 1805, 1818, 1821, 1823.
Bottin. — 1806, 1807, 1810, 1811, 1812, 1813, 1814, 1815.
Lefebvre. — 1808, 1809.
Alavoine. — 1816, 1817, 1819.
Charpentier. — 1819.
Lafuite. — 1820.
Vaidy. — 1820, 1821, 1822, 1824, 1825, 1829.
Duhamel. — 1826.
Macquart. — 1827, 1833, 1841, 1847, 1854.

MM.

Fée. — 1828, 1832.
Guillot. — 1830.
Longer. — 1831.
Desmazières. — 1834.
Bailly. — 1835, 1852.
Kuhlmann. — 1835, 1840, 1859 1873.
Le Glay. — 1837, 1845, 1853.
Lestiboudois, Thém. — 1832, 1838, 1846.
Davaine. — 1839.
Dourlen. — 1842.
Legrand. — 1845, 1851.
De Contencin. — 1844.
Loiset. — 1848.
Cazeneuve. — 1849.
Millon. — 1850.

Digitized by Google

MM.

Violette, H. — 1855, 1858, 1864.
Chon. — 1856, 1863, 1869, 1874.
Pasteur. — 1857.
Girardin. — 1860, 1866.
De Coussemaker. — 1861.
Lamy. — 1862.
De Melun. — 1865.

MM.

Benvignat. — 1867.
Guiraudet. — 1868.
Menche de Loisne. — 1870.
Blanquart-Evrard. — 1871.
Corenwinder. — 1872.
Viollette, C. — 1875.
Van Hende. — 1876.
Meurein. — 1877.
Lavainne. — 1878.

Membres au 1er janvier 1879.

BUREAU.

Président,	MM. Parise.
Vice-Président,	Houdoy.
Secrétaire-Général,	De Norguet.
Secrétaire des correspondances,	Henry.
Trésorier,	Bachy.
Bibliothécaire-Archiviste,	Casati.

MEMBRES HONORAIRES.

Le Général commandant le 1er corps d'armée, rue Négrier.
Le Préfet du département du Nord, à la Préfecture.
Le Maire de la ville de Lille, à l'Hôtel-de-Ville.

MEMBRES DE DROIT.

M. le Recteur de l'Académie de Douai.
M. l'Inspecteur d'Académie, en résidence à Lille.

Digitized by Google

MEMBRES TITULAIRES.

	Date de l'admission.	MM.
1	1824.	KUHLMANN (Frédéric), (C. ✲), correspondant de l'Institut, rue des Canonniers, 12. — Chimie, Industrie.
2	1840.	TESTELIN (Achille), docteur en médecine, Sénateur, rue de Bourgogne, 56. — Médecine, Oculistique.
3	1841.	CAZENEUVE (Valentin), (O. ✲), doyen de la Faculté de médecine, rue des Ponts-de-Comines, 26. — Médecine.
4	1842.	CHON (François), ✲, ancien professeur à la Faculté, rue dn Palais-de-Justice, 5. — Histoire, Belles-Lettres.
5	1844.	BACHY (Charles), rue du Faubourg de Roubaix, 70. — Agronomie.
6	1848.	LAVAINNE (Ferdinand), ✲, rue des Fossés. 13. — Musique.
7	—	CORENWINDER (Benjamin), (O. ✲), rue Solférino, 61. — Chimie, Agronomie.
8	—	PARISE (Jean), ✲, correspondant de l'Académie de médecine, professeur à la Faculté de médecine, place aux Bleuets, 26. — Médecine.
9	1849.	DELIGNE (Jules), rue du Gros-Gérard, 20 bis. — Littérature.
10	1852.	COLAS (Alphonse), directeur-professeur aux Ecoles académiques, rue des Jardins, 34. — Peinture, Beaux-Arts.
11	—	GARREAU (Lazare), ✲, docteur en médecine, professeur à la Faculté de médecine, rue Gantois, 20. — Chimie.
12	—	MEUREIN (Victor), maître en pharmacie, rue de Gand, 30. — Chimie.
13	—	CANNISSIÉ (Georges), professeur de langues, rue des Arts, 18. Littérature, Linguistique.
14	1856	PAEILE (Charles), bibliothécaire et archiviste de la ville de Lille, rue d'Antin, 13. — Bibliographie.
15	1858.	VIOLLETTE (Charles), ✲, doyen de la Faculté des Sciences, rue de Roubaix, 45 bis. — Chimie.
16	1858.	MATHIAS (Ferdinand), ✲, ingénieur de la traction du Chemin de fer du Nord, rue des Fossés, 28. — Mécanique, Génie civil.

Digitized by Google

	Date de l'admission.	MM.
17	1859.	Houzé de L'Aulnoit (Alfred), ✲, professeur à la Faculte de médecine, square de Jussieu, 14. — Médecine.
18	1860.	Van Hende (Edouard), rue Masséna, 50. — Numismatique.
19	1861.	Houzé de l'Aulnoit (Aimé), avocat, rue Royale, 61. — Jurisprudence, Beaux-Arts.
20	1862.	De Norguet (Anatole), rue de Jemmapes, 61. — Histoire naturelle.
21	—	Lethierry (Lucien), rue Blanche, 16. — Entomologie.
22	1863.	Vandenbergh (Emile), architecte, boulevard de la Liberté, 46. — Architecture.
23	—	Leuridan (Théodore), bibliothécaire de la ville de Roubaix. — Histoire.
24	—	Kuhlmann (Jules), ✲, rue des Canonniers, 12. — Chimie.
25	1864.	Reynart (Edouard), (O. ✲), conservateur des musées, rue St-André, 87. — Beaux-Arts.
26	1865.	Roussel-Defontaine, ✲, manufacturier à Tourcoing. — Industrie.
27	—	Gosselet (Jules), ✲, professeur à la Faculté des Sciences, rue d'Antin, 18. — Géologie.
28	1867.	Telliez (René), juge au Tribunal civil, rue des Fleurs, 22. — Économie politique.
29	1868.	Boire (Emile), ingénieur civil, rue Beauharnais, 143. — Génie civil.
30	—	Dutilleul (Jules), sénateur, Maire de Lille, rue de Bourgogne, 35. — Poésie, Littérature.
31	1869.	Raillart, ✲, ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées, rue Nationale, 91. — Génie civil.
32	1871.	Houdoy (Jules), square de Jussieu, 8. — Archéologie, Histoire.
33	—	Scrive (Auguste), rue Royale, 130. — Industrie.
34	—	Casati (Claude-Marie-Charles), juge au tribunal civil, boulevard Vauban, 3. — Droit, Histoire.
35	1872.	Dehaisnes (L'Abbé), archiviste départemental, rue du Pont-Neuf. — Histoire, Paléographie.
36	1872.	Dépret (Louis), rue Puébla, 5. — Littérature.
37	1873.	Kolb (Jules), Chimiste, à Saint-André. — Chimie.

Digitized by Google

Date de l'admission. MM.

38 1873. TERQUEM, professeur à la Faculté des sciences, rue Nationale, 116. — Physique.

39 — BOUSSINESQ (Valentin-Joseph), professeur à la Faculté des sciences, quai de la Basse-Deûle, 58 bis. — Mathématiques.

40 — GIARD, professeur à la Faculté des sciences et à la Faculté de médecine, rue Beauharnais, 75. — Histoire naturelle.

41 — HALLEZ (Louis), professeur à la Faculté de médecine, rue des Jardins, 16. — Médecine.

42 1875. RIGAUX (Henri), rue de l'Hôpital-Militaire, 112. — Archéologie.

43 1876. SOUILLART, professeur à la Faculté des sciences, rue Fontaine-del-Saulx, 20. — Mathématiques.

44 — VERLY (Hippolyte), ✲, littérateur, rue de la Barre, 31. — Littérature.

45 1877. WANNEBROUCK, ✲, professeur à la Faculté de Médecine, rue Beauharnais, 25. — Médecine.

46 — MARTEAU (Charles-Alexandre), architecte, rue Masurel, 13.— Architecture.

47 — HENRY (Victor), docteur en droit, professeur à l'Institut industriel, place Richebé, 11. — Droit, Linguistique.

48 1878. BARROIS (Charles), docteur ès-sciences naturelles, rue Roussel, 37. — Géologie.

49 — SALOMÉ (Émile-Louis), artiste peintre, boulevard de la Liberté, 60. — Beaux-Arts.

MEMBRES ASSOCIÉS.

MM.

1 BARRÉ DE SAINT-VENANT, (O. ✲), membre de l'Institut, ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées, à Saint-Ouen, près Vendôme (Loir-et-Cher). Correspondant du 4 mars 1864.

2 BRETON (Jules), (O. ✲), peintre, à Courrières (Pas-de-Calais). Correspondant du 5 décembre 1862.

Digitized by Google

MM.

3 Davaine (C.), docteur en médecine, membre de l'Académie de médecine, 3, rue Laffite, à Paris. Correspondant du 2 septembre 1853.

4 Dubrunfaut (Auguste), ✲, chimiste manufacturier, 63, ruelle des Meuniers, Paris. Correspondant du 1er décembre 1826.

5 Faidherbe (Louis-Léon-César), (G. O. ✲), (I. ❂), sénateur, général de division, membre du Conseil supérieur des voies de communication, rue de Voltaire, à Lille. Correspondant du 19 janvier 1855.

6 Franck (Adolphe), ✲, membre de l'Institut, 44, rue Laffitte, Paris. Correspondant du 11 juillet 1856.

7 Gevaert (François-Auguste), ✲ compositeur de musique, directeur du Conservatoire de Bruxelles.

8 Girardin (Jean), (O. ✲), correspondant de l'Institut, professeur de chimie agricole et industrielle à l'École préparatoire de l'enseignement supérieur et directeur de cette École, à Rouen. Correspondant du 6 novembre 1868.

9 Guérin (Jules), docteur en médecine, membre de l'Académie de médecine, 46, rue de Vaugirard, à Paris. Correspondant du 5 octobre 1849.

10 Lacaze-Duthiers (F.-J.-H.), ✲ membre de l'Institut, professeur à la Faculté des Sciences de Paris, 7, rue Vieille-Estrapade, à Paris. Correspondant du 23 novembre 1860.

11 Larrey (baron Hippolyte), (G. O. ✲), membre de l'Institut, docteur en médecine, inspecteur du service de santé des armées, membre de l'Académie de médecine, 91, rue de Lille, à Paris. Correspondant du 7 juin 1839.

12 Lefort, professeur à la Faculté de médecine, à Paris, 96, rue de la Victoire. Correspondant du 20 février 1874.

13 Milne Edwards (C. ✲), membre de l'Institut, professeur au Muséum de Paris, 55, rue Cuvier, à Paris. Correspondant du 21 janvier 1831.

14 Nadaud (Gustave), ✲, homme de lettres. Correspondant du 20 février 1863.

15 Pasteur (Louis), (G. O. ✲), membre de l'Institut, professeur de chimie à la Faculté des Sciences, rue d'Ulm, 45, à Paris. Correspondant du 7 novembre 1857.

16 Roche, professeur à la Faculté des Sciences de Montpellier, membre correspondant de l'Institut. Correspondant du 18 janvier 1861.

Digitized by Google

MM.

17 SERRET (Joseph), (O. ✲), membre de l'Institut, professeur de mécanique céleste au Collége de France, 46, rue Saint-André-des-Arts, à Paris. Correspondant du 2 juin 1853.

18 THOMAS (Ambroise), (C. ✲), compositeur, membre de l'Institut, directeur du Conservatoire, à Paris.

19 YVON-VILLARCEAU, ✲, astronome à l'Observatoire de Paris, membre de l'Institut, 18, avenue de l'Observatoire, à Paris. Correspondant du 22 décembre 1852.

20 CATALAN (Eugène), professeur à l'Université de Liège, rue Nysten, 11, à Liège (1852).

21 D'HERVEY DE SAINT-DENYS (marquis), membre de l'Institut, professeur de littérature chinoise au Collége de France, rue du Bac, 130. Paris.

MEMBRES CORRESPONDANTS.

MM.

1 BACKER (Louis DE), homme de lettres, archéologue, château de Closterweld, Nordpeene (1853).

2 BAUDRIMONT (Alexandre), professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux (1839).

3 BERGMANN, professeur à la Faculté des Lettres de l'Université allemande de Strasbourg (1854).

4 BESNOU (Léon), ✲, pharmacien-major de la marine, en retraite, à Avranches (1863).

5 BILLET (Charles), médecin aide-major, au 1er régiment de chasseurs d'Afrique, à Blidah (1873).

6[1] *BOLLAERT (Edouard), ✲, ingénieur des Ponts-et-Chaussées, directeur des houillères de Lens (1856).

7 BONVALET (Alexandre), homme de lettres à Dunkerque (1863).

8 *BOS (Henri), inspecteur d'Académie du département de l'Yonne, à Auxerre (1862).

---

(1) Les noms précédés d'un astérisque désignent les membres correspondants qui ont été résidants.

Digitized by Google

MM.

9 Brame (Charles), professeur de chimie à l'École de médecine de Tours (1857).

10 Busscher (Edmond De), homme de lettres, rue Savaen, à Gand (1847).

11 Cambay, (O. ✲), ancien médecin principal de 1re classe, rue Satory, 34, Versailles (1840).

12 Charet de la Frémoire, ✲, ingénieur des Ponts-et-Chaussées, à Paris, rue de Maubeuge, 96 (1854).

13 *Charié Marsainnes (O. ✲), inspecteur des Ponts-et-Chaussées 22, rue de Grenelle-St-Germain, à Paris (1856).

14 *Chasles (Émile), ✲, inspecteur d'académie, passage Sainte-Marie, 2 ter, à Paris (1856).

15 Chateau (Théodore), chimiste à Aubervillers, rue Saint-Denis, 12, (Seine) (1875).

16 Colincamp (Ferdinand), ✲, professeur à la Faculté des lettres de Douai (1860).

17 Corne, homme de lettres, à Douai (1829).

18 Cornet, directeur des mines du levant de Flénu à Cuesmes, près Mons (1871).

19 Cousin, graveur à Paris (1864).

20 Crauck, sculpteur, 114, rue Vaugirard, à Paris (1871).

21 Dancoisne, numismate, à Hénin-Liétard (1856).

22 *Dareste de La Chavanne (Camille), rue de Fleurus, 37 bis, à Paris (1873).

23 Dareste de la Chavanne, (Antoine), ancien recteur de l'Académie de Lyon (1862).

24 Deletombe (Jean-Baptiste), juge-de-paix à Seclin (1862).

25 Delplanque, médecin-vétérinaire, à Douai (1869).

26 Demeunynck, ✲, docteur en médecine (1830).

27 Deschamps de Pas (Louis), ✲, ancien ingénieur des Ponts-et-Chaussées, archéologue à Saint-Omer (1855).

28 De Schodt, numismate, inspecteur général au ministère des Finances, rue de Naples, 26, à Ixelles (1878).

29 Desmyttère, archéologue (1825).

30 D'Henry, chimiste (1869).

31 Diegerick, bibliothécaire-archiviste de la ville d'Ypres (1862)

Digitized by Google

MM.

32 Dumast (G. de), homme de lettres, à Nancy, correspondant de l'Institut (1829).

33 *Dupuis, historien, 4, rue Lepelletier, à Paris (1869).

34 *Eschenauer (Auguste), pasteur de l'église réformée, rue Taranne, 1, à Paris (1864).

35 *Flamant, ✲, ingénieur des Ponts-et-Chaussées, à Nice (1877).

36 Francolin (Gustave), ingénieur civil, rue Saint-Claude, 24, à Paris (1871).

37 Frossard (Benoit), homme de lettres, à Bagnères de Bigorre (1859).

38 *Frossard (Charles), pasteur de l'église réformée, 14, rue de Boulogne, à Paris (1859).

39 Garnier, bibliothécaire de la ville d'Amiens (1840).

40 Gomard, ✲, archéologue, homme de lettres, à Saint-Quentin. (1863).

41 *Gripon (Émile), ✲, professeur de Physique à la Faculté des Sciences de Rennes (1868).

42 *Hanriot (Théodore), ancien professeur, à Gentival, par Pierrefonds (Meurthe-et-Moselle) (1873).

43 *Heegmann (Alphonse), mathématicien, 4, rue Abatucci, à Paris (1861).

44 Heyfelder, chirurgien militaire, à Saint-Pétersbourg (1871).

45 *Hinstin (Gustave), professeur de seconde au Lycée de Lyon (1863).

46 Jardin (Antoine), docteur en médecine, à Connaux, (Gard) (1863).

47 Jouvin (Jean-Pierre), ✲, pharmacien en chef de la Marine, à Rochefort (1862).

48 Lachez (Théodore), architecte, 113, rue Lafayette, à Paris, (1872).

49 Lambert, ingénieur des mines, professeur à Louvain (1851).

50 Legoarant, officier du Génie en retraite, 54, rue du Finistère, à Lorient (1839).

51 Legrand de Reulandt (Simon), homme de lettres, archéologue, 81, rue de la Chaussée-Bershem, à Anvers (1843).

52 Lejolis, botaniste, à Cherbourg (1855).

53 Lemaire (Pierre-Auguste), ancien professeur de rhétorique à Triancourt (Meuse) (1827).

Digitized by Google

MM.

54 Liagre (Jules), Colonel du Génie, membre de l'Académie royale de Belgique, 10, rue de Namur, à Bruxelles (1856).

55 Linas (de), ✲, homme de lettres, archéologue, à Arras (1851).

56 Malaise, professeur à l'Institut agronomique de Gembloux, (Belgique) (1870).

57 Marchand, pharmacien-chimiste, à Fécamp (1859).

58 Martin Saint-Ange, docteur en médecine, 33, quai Voltaire, à Paris (1830).

59 Masure (Félix), agronome, professeur au prytanée de La Flèche, 50, faubourg des Bancs, à La Flèche (Sarthe).

60 Masquelez (Alfred), ✲, bibliothécaire à l'École de Saint-Cyr (1857).

61 *Matrot (Adolphe), ✲, chef de l'exploitation des chemins de fer de l'État, à Tours (1878).

62 *De Melun (Comte de), ✲, propriétaire au château de Brumetz, par Gandelu (Aisne).

63 *Menche de Loisne (Henri), ✲, ingénieur en chef des Ponts-et-Chaussées, à Laon (1873).

64 *Meugy (Jules), ✲, ingénieur en chef des mines, rue Madame, 75, à Paris (1852).

65 Meulemans (Auguste), Consul de l'Équateur, rue du Progrès, 95, à Bruxelles (1869).

66 Mille (Auguste), ✲, inspecteur général des Ponts-et-Chaussées, à Choisy-le-Roi (1855).

67 Morière, professeur d'histoire naturelle, à la Faculté de Caen (1851).

68 *Mossot (Émile), professeur au Lycée Condorcet, à Paris (1865).

69 Mottez (Victor), ✲, peintre, à Bièvre (Seine-et-Oise) (1862).

70 Mulsant (E.) entomologiste, à Lyon (1846).

71 Negri (Christoforo), directeur au ministère des affaires étrangères, à Florence (1865).

72 Nève (Félix), professeur de langues orientales à l'Université de Louvain (1856).

73 *Portelette (Constant), professeur au Lycée de Versailles, rue Saint-Ferdinand, 30, à Paris-Ternes (1861).

74 Puton (Auguste), docteur en médecine, naturaliste à Remiremont (Vosges) (1872).

Digitized by Google

MM.

75 Reynaud (Ernest), professeur de mathématique au Lycée de Toulouse (1857).

76 Resbecq (De Fontaine de), passage Stanislas, à Paris (1873).

77 *Richaud (Louis), proviseur au Lycée de Cahors (1864).

78 *Rodet (Léon), inspecteur à la Manufacture des Tabacs, à Paris (1860).

79 Rohart (François), chimiste, manufacturier, 55, rue Legendre, à Paris (1861).

80 Rondot (Natalis), rue du Conrervatoire, 11, à Paris (1858).

81 Rosny (Léon De), professeur de l'Enseignement supérieur, 47, Avenue Duquesne, Paris (1859).

82 Saint-Loup, professeur de mathématiques à la Faculté des Sciences de Besançon (1859).

83 Savoye (E.), chimiste (1873).

84 *Tissandier, professeur à la Faculté des Lettres de Douai (1869).

85 Vallet (Pierre-Joseph), docteur-oculiste, 110, Avenue de la Reine, à Bruxelles (1855).

86 Van der Taelen, homme de lettres, historien, rue Porte-aux-Vaches, 68, à Anvers (1867).

87 *Violette (Henri), (O. ✻), ancien commissaire des poudres et salpêtres, 1, rue Taranne, à Paris (1872).

88 Volpicelli (Louis), professeur de physique à la Sapience à Rome (1864).

89 Warlomont (Evariste), docteur en médecine, rédacteur en chef des *Annales d'oculistique*, 132, rue Royale, à Bruxelles (1860).

90 Wartmann (Elie), professeur de physique et recteur de l'Académie de Genève (1846).

Digitized by Google

Digitized by Google

NOTES BIBLIOGRAPHIQUES.

La Société a reçu, dans le courant de 1878, les ouvrages suivants :

I. — DE SES MEMBRES TITULAIRES.

Sérénade pour piano, violon et violoncelle, par M. F. LAVAINNE.

Troubles religieux dans la Flandre maritime au XVI^e^ siècle, par M. Ed. DE COUSSEMAKER, 4 vol. in-4°.

Notice sur Guillaume Leblanc, seigneur de Houchin, maître de la Chambre des Comptes de Lille et sur un jeton frappé à ses armes, par M. Ed. VAN HENDE, br. in-8°.

Sur une statuette chinoise du musée de Roubaix, la déesse Poussa, par M. LEURIDAN, br. in-8°.

Le Quichua est-il une langue aryenne? par M. V. HENRY, br. in-8°.

Esquisse d'une grammaire de la langue innok, par M. V. HENRY, br. in-8°.

Rapport adressé à M. le Préfet du Nord, sur la question des tours, par M. Aimé HOUZÉ DE L'AULNOIT, br. in-8°.

Bulletin scientifique du département du Nord et des pays voisins, sous la direction d'Alfred GIARD et Jules de GUERNE, numéros mensuels.

Observations météorologiques faites à Lille pendant l'année 1876-77 par M. V. MEUREIN, br. in-8°.

Inégalités des rayons vecteurs et des longitudes des Satellites de Jupiter, dépendantes du carré de la force perturbatrice, par M. SOUILLARD, br. in-4°.

Sur l'ombre d'une planète, par M. SOUILLARD, br. in-4°.

Recherches sur la composition chimique et les fonctions des feuilles des végétaux, par M. CORENWINDER, br. in-8°.

Nivellement du département du Nord, résultat des opérations exécutées de 1869 à 1875, vol. in-8°.

Digitized by Google

Comparaison des assises crétacées mises au jour dans les tranchées du chemin de fer de St-Omer à Boulogne avec celles du Blanc-Nez, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Mémoire sur le terrain crétacé des Ardennes et des régions voisines, par Ch. Barrois, vol. in-8°.

L'Aachénien et la limite entre le Jurassique et le crétacé dans l'Aisne et les Ardennes, par Ch. Barrois, vol. in-8°.

Compte-rendu de l'excursion dans les Ardennes, du 27 août au 6 septembre 1877, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Sur le *Byssacanthus Gosseleti*, plagiostome du dévonien des Ardennes, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Note sur les alluvions de la rivière d'Aisne, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Les sables de Sissonne et les alluvions de la vallée de la Souche, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Catalogue des poissons fossiles du terrain crétacé du nord de la France, par Ch. Barrois, vol. in-8°.

Description de quelques espèces nouvelles de la craie de l'Est du bassin de Paris, par Ch. Barrois et Jules de Guerne, br. in-8°.

Note préliminaire sur le terrain silurien de l'ouest de la Bretagne, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Note sur le terrain dévonien de la rade de Brest, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Note sur les traces de l'époque glaciaire en quelques points des côtes de la Bretagne, par Ch Barrois, br. in-8°.

Notice sur la Faune marine du terrain houiller du bassin septentrional de la France, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Mémoire sur l'embryogénie de quelques éponges de la Manche, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Recherches sur le terrain crétacé supérieur de l'Angleterre et de l'Irlande, thèse par Ch. Barrois, br in-4°.

Ondulations de la craie dans le sud de l'Angleterre, par Ch Barrois, br. in-8°.

Description géologique de la craie de l'île de Wight, par Ch. Barrois, br. in-8°.

La dénudation des *Wealds* et le Pas-de-Calais, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Digitized by Google

L'âge des *Folkestone beds* du Lower green sand, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Relation d'un voyage en Espagne, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Note sur le terrain dévonien de la province de Léon (Espagne), par Ch. Barrois, br. in-8°.

Le Gault dans le bassin de Paris, par Ch. Barrois, br. in-8°.

La zone à *Belemnites plenus*, étude sur le cénomanien et le turonien du bassin de Paris, par Ch. Barrois, br. in-8°.

Sur le Gault et sur les couches entre lesquelles il est compris, dans le bassin de Paris, par Ch. Barrois, br. in-8°.

II. — DE SES MEMBRES CORRESPONDANTS.

Histoire de la ville de Saint-Omer et de ses institutions jusqu'au XIV^e^ siècle, par A. Giry, vol. in-8°.

Les monnaies de France pendant la période des troubles des Pays-Bas (1577-1584), par M. Deschamps de Pas, br. in-8°.

Les collégiales de Cassel et ses autres institutions religieuses anciennes, par le docteur de Smyttère, vol. in-8°.

Guillaume de Rubrouck, ambassadeur de Saint-Louis en Orient, récit de son voyage traduit de l'original, par M. de Backer, vol. in-8°.

De la discipline ecclésiastique du pays de Bearn, publiée pour la première fois, par Ch. L. Frossard, br. in-8°.

Les distiques populaires du Nippon, traduits par Léon de Rosny, 1878, br. in-8°.

Sur les Aïno, par Léon de Rosny, br. in-8°.

A grammar of the chinese language, by professor Léon de Rosny, 1874, br. in-8°.

Revue orientale et américaine, publiée par Léon de Rosny, numéros courants.

Notice sur les travaux scientifiques de M. Léon de Rosny, professeur à l'Ecole spéciale des langues orientales, 1878, br. in-8°.

Le sucre dans ses rapports avec la science, l'agriculture, l'industrie, le commerce, l'économie publique et administrative, par M. Dubrunfaut, 2 vol. in-8°.

Remarques sur la théorie des moindres carrés, par E. Catalan, br. in-4°.

Digitized by Google

Sur quelques formules relatives aux intégrales Eulériennes, par E. Catalan, br. in-4°

Théorie des Sinus des ordres supérieurs, par M. Yvon Villarceau, br. in-4°.

Note sur la loi de rotation du soleil par E. Roche, br. in-4°.

Emploi des matières tinctoriales de l'indigo chez les anciens orientaux, par J. Girardin, br. in-8°.

Excursion géologique et botanique en 1874, par M. Malaise, br. in-8°.

Sur quelques roches porphyriques de la Belgique, par M. Malaise, br. in-8°.

Sur l'âge de quelques couches du terrain ardennais, par M. Malaise, br. in-8°.

Sur la découverte du *Dictyonema sociale*, par M. Malaise, br. in-8°.

La destruction pratique du phylloxera, conférence par F. Rohart, br. in-8°.

III. — DE DIVERS.

Antiquités et monuments du département de l'Aisne, par Ed. Fleury, 2e partie, in-4°.

Les fiefs du comté de Namur, par Stanislas Bormans, 3e livraison, XVIe siècle, vol. in-8°.

Histoire de Notre-Dame de la Treille, patronne de Lille, et de son couronnement, par un Lillois (F. P.), tome II, in-8°.

Chronique et cartulaire de l'abbaye de Bergues-Saint-Winoc, de l'ordre de Saint-Benoit, par le R. P. Pruvost, S. J., tome II, in-8°.

L'origine du comté de Flandres d'après des chroniques inédites, par M. Brassart, br. in-8°,

Revue archéologique, tomes 33 et 34, in-8°.

Annuaire de la Société des études japonaises, 1877, 1 vol. in-12.

Actes de l'Institut ethnographique. — Compte-rendu des séances de la Société des études japonaises, tome VIII, in-8°.

Extraits des historiens du Japon, publiés par la Société des études japonaises, 1 vol. in-8°.

La nouvelle Société indo-chinoise fondée par le marquis de Croizier et son ouvrage : l'art Khmer, par le docteur Legrand, br. in-8°.

Digitized by Google

Annuaire du Comité d'archéologie américaine, tomes I, II et III, in-8°.

Congrès international des américanistes, session de Luxembourg en 1877, 2 vol. in-8°.

Congrès international des orientalistes : 1re session, 1873, Paris, 2 vol. — 2e session 1874, Londres, 1 vol.

Bulletin de l'Athénée oriental, tomes I et II, in-8°.

Messager des sciences historiques ou archives des arts et de la bibliographie de la Belgique, numéros conrants.

Annuaire du bureau des longitudes avec notices scientifiques, 1878, in-12.

Revue agricole et vinicole du Sud-Ouest, organe de la production et du commerce des vins de la Gironde ; numéros courants.

Revue des Sociétés savantes des départements, numéros courants.

La Gazeta cientifica de Venezuela, Caracas, numéros courants.

I pigmei della favola di Omero et gli Akka dell Africa equatoriale, lettera di Antonio Garbiglietti, br. in-8°.

Della liberta ed eguaglianza dei culti, interpretazione giuridica per dottor Roberto Boldu, vol. in-12.

Ragione e fede nel moto sociale, del dottore Roberto Boldu, vol. in-12.

Pastor bonus ; elegia Petri Esseiva, helvetii, præmio Hoenfftiano ornata, Amsterdam 1877, br. in-8°.

Les musées cantonaux et les musées scolaires, par Edmond Groult, br. in-8°.

Promenades scolaires et fêtes nationales de la jeunesse, par Edmond Groult, br. in-8°.

Sur les logements collectifs, hôpitaux, casernes, etc., par C. Tollet, ingénieur civil, br. in-8°.

Archives de la Chambre de Commerce de Lille, 1877, vol. in-4°.

Les primes d'honneur, les prix culturaux, les médailles de spécialité et les prix d'honneur des fermes écoles, décernés dans les concours régionaux en 1871-72, vol. in-4°.

Compte général de la justice criminelle en France, en 1876, vol. in-4°.

Compte général de l'administration de la justice civile et commerciale en France pendant l'année 1876, vol. in-4°.

Catalogue des brevets d'invention, numéros courants.

Digitized by Google

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris, nouvelle série t. 13.

Traité théorique et pratique de la législation des mines et spécialement des Sociétés houillères en France et en Belgique, par Emile Delecroix, docteur en droit, avocat du barreau de Lille, vol. in-8°.

Considérations sur la situation industrielle de la France. — Séance du 15 juin 1878 de l'Association de l'industrie française.

Nécessité de la protection de la culture du lin et du chanvre et des produits manufacturés qui en dérivent, par M. E. Crépy, br. in-4°.

Abolition du monopole des allumettes, par J. Juteau, avocat à la Cour d'appel de Paris, br. in-8°.

Etudes de l'Exposition de 1878, annales et archives de l'industrie au XIX^e^ siècle, par E. Lacroix, br. in-8°.

Manuel de thérapeutique dosimétrique vétérinaire, par Al. Landrin et J. Morice, 2^e^ partie, maladies paludéennes et parasitaires, vol. in-12.

De l'absence des organes génitaux internes chez la femme, considérée au point de vue médical et juridique, par le docteur Vanpeteghem, in-8°.

Sulla azione della cosi detta forza catalitica spiegata secondo la theoria termodinamica, per dottor Donato Tommasi, br. in-8°,

La médecine des ferments, par M. le docteur Déclat.

L'Avenir médical du nord de la France, recueil mensuel publié sous la direction des docteurs Faucon et Papillon, professeurs à la Faculté libre de médecine de Lille, numéros courants.

Du bégaiement et de son traitement physiologique, par le docteur Godard, in-8°.

Revue des Sociétés savantes des départements, numéros courants.

Des paratonnerres à pointes, à conducteurs et à raccordements multiples, par M. Melsens, br. in-8°.

Notice sur le coup de foudre de la gare d'Auvers, le 10 juillet 1865, par M. Melsens, br. in-8°.

De l'application du Rhé-électromètre aux paratonnerres des télégraphes, par M. Melsens, br. in-8°.

Quatrième note sur les paratonnerres, par M. Melsens, br. in-8°.

Recherches sur l'embryogénie des bryozoaïres, par Jules Barrois, vol. in-4°.

Digitized by Google

Essai sur le classement des animaux qui vivent sur la plage de Dunkerque, par M. O. Terquem, br. in-8°.

Observation sur l'étude des foraminifères, par M. O. Terquem, br. in-8°.

Recherches sur les foraminifères du basocien de la Moselle, par M. O. Terquem, br. in-8°.

Notice sur les espèces des tribus des panagœides, des loricérides, etc., par M. Preudhomme de Borre, br. in-8°.

Recherches sur la structure de l'appareil digestif et sur les phénomènes de la digestion chez les aranéides dipneumones, par Félix Plateau, vol. in-8°.

Note additionnelle au mémoire sur les phénomènes de la digestion chez les insectes, publié en 1874, par Félix Plateau, br. in-8°.

Essai sur la vie et les ouvrages de M. L. A. J. Quetelet, par Edmond Mailly, vol, in-12.

Les perséïdes en 1874. — Aurores boréales du mois d'octobre 1874, observations faites à l'observatoire de Bruxelles, br, in-8°.

Observation de l'éclipse de soleil du 10 octobre 1874. — Quelques nombres caractéristiques relatifs à la température de Bruxelles. — Quelques remarques à propos de l'hiver 1876-77, par M. E. Quetelet, br. in-8°.

Etudes sur la planète Mars, dixième notice par M. F. Terby, rapport par M. E. Quetelet, br. in-4°.

Mémoire sur la température de l'air à Bruxelles, 1833-1872 (supplément) par M. Quetelet, vol. in-4°.

Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles, tome XXV, 1877.

Annuaire de l'Observatoire royal de Bruxelles, 1877, 44e année. vol. in-12.

Notices extraites de l'annuaire de l'Observatoire de Bruxelles pour 1875 et 1876, 2 br. in-12.

United States geological Survey, of the territories; a monograph of North American Mustelidæ, by Elliott Coues, vol. in-8°.

Geological and geographical survey of Colorado and adjacent territory, Hayden, 1875, vol. in-8°.

Digitized by Google

Romania, recueil trimestriel consacré à l'étude des langues romanes, publié par Paul Meyer et Gaston Paris, numéros courants.

L'aéronaute, bulletin illustré de la navigation aérienne, numéro de mai 1878.

Journal des savants, numéros courants.

Le Guano du Pérou, son origine, ses propriétés et son emploi, br. in-8°.

Conseil général du Nord, session de décembre 1877, rapport de M. le Préfet et délibérations du Conseil, vol. in-4°.

Idem, session d'août 1878.

IV. — La Société a reçu les publications, parues en 1878, des Sociétés suivantes :

Abbeville. — *Société d'émulation.*

Agen. — *Société d'Agriculture, Sciences et Arts.*

Aix. — *Académie des Sciences et Lettres.*

Amiens. — *Académie des Sciences, Lettres et Arts.*

— *Société des Antiquaires de Picardie.*

— *Société linnéenne du Nord de la France.*

— *Société industrielle.*

Amsterdam. — *Académie royale.*

Angers. — *Société académique de Maine-et-Loire.*

Arras. — *Académie des Sciences, Lettres et Arts.*

Auch. — *Société d'Agriculture du Gers* (Revue agricole).

Auxerre. — *Société des Sciences historiques et naturelles de l'Yonne.*

Batavia. — *Société batave des Arts et Sciences.*

Berlin. — *Académie royale des Sciences de Prusse.*

Besançon. — *Société de médecine.*

Béziers. — *Société archéologique, scientifique et littéraire.*

— *Comice agricole.*

Blois. — *Société des Sciences et Lettres de Loir-et-Cher.*

Bordeaux. — *Académie.*

Digitized by Google

BORDEAUX. — *Société des Sciences physiques et naturelles.*

— *Société linnéenne.*

BOSTON. — *Académie américaine des Arts et Sciences.*

— *Société d'histoire naturelle.*

BOULOGNE-SUR-MER. — *Société académique.*

— *Société d'Agriculture.*

BREST. — *Société académique.*

BRUXELLES. — *Société entomologique de Belgique*

CAEN. — *Académie nationale des Sciences, Arts et belles Lettres.*

— *Société des Beaux-Arts.*

CAMBRAI. — *Société d'émulation.*

CHALONS-SUR-MARNE. — *Comice agricole de la Marne* (Le Cultivateur de la Champagne).

CHAMBÉRY. — *Société centrale d'Agriculture de la Savoie.*

CHERBOURG. — *Société nationale des Sciences.*

COLMAR. — *Société d'histoire naturelle.*

COMPIÈGNE. — *Société d'agriculture* (L'Agronome praticien).

CONSTANTINE. — *Société archéologique.*

DEVANPORT. — *Académie des Sciences naturelles.*

DIJON. — *Académie des sciences, arts et belles lettres.*

DOUAI. — *Société d'agriculture, sciences et arts* (Bulletin agricole et Mémoires).

ELBEUF. — *Société industrielle.*

ÉPINAL. — *Société d'émulation des Vosges.*

ÉVREUX. — *Société libre d'émulation, sciences et arts de l'Eure.*

HARLEM. — *Société hollandaise des Sciences* (Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles).

LA ROCHELLE. — *Académie.*

— *Société linnéenne de la Charente-Inférieure.*

LAUSANNE. — *Société vaudoise des sciences naturelles.*

LE HAVRE. — *Société des arts agricoles et horticoles.*

LE MANS. — *Société d'agriculture, sciences et arts de la Sarthe.*

LILLE. — *Comice agricole.*

— *Société centrale de médecine.*

Digitized by Google

LILLE. — *Conseil de salubrité.*

— *Société des Architectes du Nord.*

— *Société industrielle.*

— *Cercle horticole.*

LIMOGES. — *Société archéologique et historique* (bulletins et tables).

LISIEUX. — *Société d'horticulture et de botanique du centre de la Normandie.*

LONS-LE-SAULNIER. — *Société d'émulation du Jura.*

LUXEMBOURG. — *Institut grand ducal.*

MACON. — *Académie.*

MARSEILLE. — *Académie des sciences, belles lettres et arts.*

— *Société de statistique.*

— *Société scientifique et industrielle.*

MEAUX. — *Société des sciences et arts.*

METZ. — *Académie.*

MÉZIÈRES. — *Comice agricole.*

MONS. — *Société des Sciences, des Arts, et des Lettres du Hainaut.*

MONTAUBAN — *Société des Sciences, Belles-Lettres et Arts du Tarn-et-Garonne.*

MONTDIDIER. — *Comice agricole.*

MOULINS. — *Société d'émulation de l'Allier.*

MULHOUSE. — *Société industrielle.*

MUNICH. — *Académie royale de Bavière.*

NAMUR. — *Société archéologique.*

NANCY. — *Société centrale d'Horticulture.*

NANTES. — *Société académique.*

NICE. — *Société des lettres, sciences et arts des Alpes-Maritimes.*

— *Société centrale d'agriculture et d'acclimatation*

NISMES. — *Académie du Gard.*

— *Société d'Agriculture du Gard.*

PARIS. — *Académie des Sciences* (Comptes rendus hebdomadaires).

— *Société centrale d'agriculture de France.*

— *Société centrale d'horticulture de France.*

— *Société d'Ethnographie.*

Digitized by Google

PARIS. — *Société d'encouragement pour l'industrie nationale.*

— *Société protectrice des animaux.*

— *Société de l'Instruction élémentaire.*

— *Société des Ingénieurs civils.* (Procès-verbaux et Mémoires).

— *Société de médecine légale.*

PERPIGNAN. — *Société agricole, scientifique et littéraire.*

PHILADELPHIE. — *Société philosophique américaine.*

— *Académie des sciences naturelles.*

POITIERS. — *Société des antiquaires de l'Ouest.*

— *Société académique d'agriculture, belles-lettres, sciences et arts.*

PONT-A-MOUSSON. — *Société philotechnique.*

RENNES. — *Société archéologique d'Ile-et-Vilaine.*

ROME. — *Académia dei Lyncei.*

ROUEN. — *Académie des sciences, belles-lettres et arts.*

— *Société des amis des sciences naturelles.*

— *Société libre d'émulation de la Seine-Inférieure* (bulletins et catalogue du musée industriel).

SAINT-ÉTIENNE. — *Société d'agriculture, sciences et arts.*

SAINT-DIÉ. — *Comice agricole.*

SAINT-OMER. — *Société des Antiquaires de la Morinie.*

SAINT-PÉTERSBOURG. — *Académie des sciences* (Mémoires et Bulletins).

SAINT-QUENTIN. — *Société académique.*

— *Société industrielle.*

SÉMUR. — *Société des sciences historiques et naturelles.*

STRASBOURG. — *Société des Sciences, Agriculture et Arts de la Basse-Alsace.*

TOULOUSE. — *Société archéologique du midi de la France.*

— *Société d'agriculture de la Haute-Garonne et de l'Ariège.*

— *Académie des sciences et belles-lettres.*

— *Société d'histoire naturelle.*

— *Académie des Jeux floraux.*

TOURS. — *Société d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres d'Indre-et-Loire.*

Digitized by Google

TOURS. — *Société médicale d'Indre-et-Loire.*

TROYES. — *Société académique d'agriculture, sciences, arts et belles-lettres*

VALENCIENNES.— *Société d'agriculture, sciences et arts* (Revue et Mémoires historiques tome IV).

VANNES. — *Société polymatique.*

VENISE. — *Institut royal vénitien.*

VERSAILLES. — *Société d'agriculture et des arts de Seine-et-Oise.*

VIENNE. — *Société impériale et royale de zoologie et de botanique.*

VITRY-LE-FRANÇAIS. — *Société des sciences et des arts..*

WASHINGTON. — *Institution smithsonienne.*

Bayerische Staatsbibliothek München

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES

DU TOME VI DE LA 4e SÉRIE.

	Page.
Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale, par M. J. Boussinesq, M. T. (1)	1
Des origines de la propriété, par M. Telliez, M. T.	257
Synopsis des Hémiptères-Hétéroptères de France, de la famille des Lygæides, par M. Puton, M. C. (2)	273
Les trois racines du verbe Être, dans les langues indo-européennes, par M. Victor Henry, M. T.	355
Sténographie usuelle ou Écriture phonétique complète et rapide de tous les sons ou articulations de la langue française, par M. Louis d'Henry, M. C.	385
La Lumerotte (poésie), par M. Deletombe, M. C.	425
Madeleine ou le Rêve de Pierre (poésie), par M. Deletombe, M. C.	433
Recherches sur la composition chimique et les fonctions des feuilles, par M. B. Corenwinder, M. T.	439
Le Philosophe. — Le remerciement bizarre. — L'Incertitude. (Poésies), par M. Jules Dutilleul, M. T.	457
Discours prononcé aux funérailles de M. Edmond Cox, par M. Lavainne, M. T.	461
Séance solennelle de distribution de prix du 29 décembre 1878	465
Programme des concours pour l'année 1879	511
Bulletin des séances de l'année 1878	523
Liste des membres de la Société	529
Notes bibliographiques	541

(1) M. T. signifie membre titulaire.
(2) M. C. signifie membre correspondant.

Lille. — Imprimerie L. Danel.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

LILLE, IMPRIMERIE L. DANEL.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google